

“合肥六中·大联考”2021年高考考前诊断暨预测卷

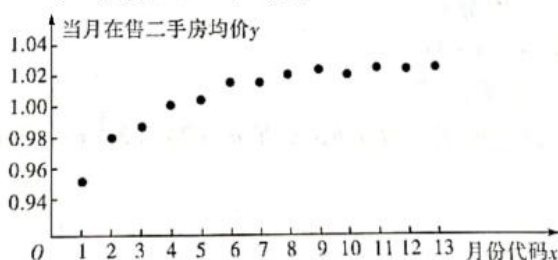
文科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $M = \{x | y = \sqrt{3+2x-x^2}\}$ ,  $N = \{y | y = 1 - \sqrt{x}\}$ , 则  $M \cap N =$   
 A.  $[-1, 1]$       B.  $[0, 3]$       C.  $[1, 3]$       D.  $[-3, 1]$
2. 已知复数  $z$  满足  $(3+i)z = 1-3i$ ,  $i$  为虚数单位, 则下列说法正确的是  
 A.  $|z| = i$       B.  $z = -i$       C.  $z^2 = 1$       D.  $z$  的虚部为  $-i$
3. 等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 2, a_4 = 16$ , 则  $a_3 + a_4 + a_5 =$   
 A. 28      B. 56      C. 84      D. 102
4. 对于新型冠状病毒肺炎, 目前没有特异治疗方法, 只能严格落实常态化防控要求, 落实隔离防控措施, 全力做好疫情防控工作. 已知甲通过核酸检测确诊为呈“阳性”, 经过追踪发现甲有乙、丙、丁、戊4位密切接触者, 现把这4个人平均分成2组, 分别送到2个医院进行隔离观察, 则乙、丙2人被分到同一个医院的概率为  
 A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$
5. 下图是某小区2020年3月至2021年3月间, 当月在售二手房均价(单位: 万元/平方米)的散点图. (图中月份代码1~13分别对应2020年3月至2021年3月)



根据散点图选择  $y = a + b\sqrt{x}$  和  $y = c + d \ln x$  两个模型进行拟合, 经过数据处理得到的两个回归方程分别为  $\hat{y} = 0.9369 + 0.0285\sqrt{x}$  和  $\hat{y} = 0.9554 + 0.0306 \ln x$ , 并得到以下一些统计量的值:

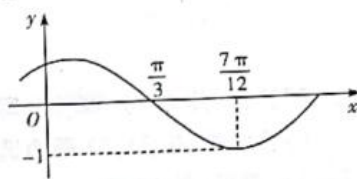
	$\hat{y} = 0.9369 + 0.0285\sqrt{x}$	$\hat{y} = 0.9554 + 0.0306 \ln x$
$R^2$	0.923	0.973

注:  $\bar{x}$  是样本数据中  $x$  的平均数,  $\bar{y}$  是样本数据中  $y$  的平均数, 则下列说法不一定成立的是

6. 点  $M(0,1)$  与圆  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  上的动点  $P$  之间的最短距离为

- A.  $\sqrt{2}$                       B. 2                      C.  $\sqrt{2} + 1$                       D.  $\sqrt{2} - 1$

7. 函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示, 先将函数  $f(x)$  图象上所有点的横坐标变为原来的 6 倍, 纵坐标不变, 再将所得函数的图象向左平移  $\frac{7\pi}{2}$  个单位长度, 得到函数  $y = g(x)$  的图象, 则下列结论正



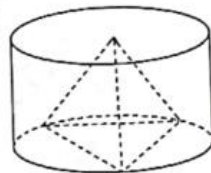
确的是

- A. 函数  $g(x)$  是奇函数                      B. 函数  $g(x)$  在区间  $[-2\pi, 0]$  上是增函数  
C. 函数  $g(x)$  的图象关于  $(3\pi, 0)$  对称                      D. 函数  $g(x)$  的图象关于直线  $x = -3\pi$  对称

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \ln(1+x), & x \geq 0, \\ \ln(1-x), & x < 0, \end{cases}$  则使得  $f(2x) > f(x-1)$  成立的  $x$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, -1) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$                       B.  $(-1, \frac{1}{3})$   
C.  $(-\frac{1}{3}, 1)$                       D.  $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$

9. 如图, 四面体各个面都是边长为 1 的正三角形, 其三个顶点在一个圆柱的下底面圆周上, 另一个顶点是上底面圆心, 则圆柱的侧面积是



- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$                       B.  $\frac{3\sqrt{2}}{4}\pi$   
C.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$

10. 已知函数  $f(x) = ax^3 + x + 1$  的图象与  $x$  轴有三个交点, 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $a > -\frac{4}{27}$                       B.  $-\frac{4}{27} < a < 0$                       C.  $-1 < a < 0$                       D.  $a < -\frac{4}{27}$

11. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 圆  $O: x^2 + y^2 = a^2 + b^2$  与  $C$  在第一象限的交点为  $M$ , 若  $\triangle MF_1F_2$  的面积为  $ab$ , 则双曲线  $C$  的离心率为

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C. 2                      D.  $\sqrt{5}$

12. 已知四面体  $P-ABC$  的外接球的球心  $O$  在  $AB$  上, 且  $PO \perp$  平面  $ABC$ ,  $2AC = \sqrt{3}AB$ , 若四面体  $P-ABC$  的体积为  $\frac{3}{2}$ , 则四面体  $P-ABC$  的外接球的表面积为

- A.  $8\pi$                       B.  $12\pi$                       C.  $8\sqrt{3}\pi$                       D.  $12\sqrt{3}\pi$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \leq 2, \\ 2x-3y \leq 9, \\ x \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = x + 2y$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

14. 设向量  $a = (m, 2), b = (-1, 3)$ , 若  $b \perp (2a - mb)$ , 则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知直线  $y = x + 3$  为曲线  $y = ae^x$  的一条切线, 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 如图,将数列  $\{a_n\}$  中的所有项按每一行比上一行多两项的规则排成数表,已知表中的第一列  $a_1, a_2, a_3, \dots$  构成一个公比为 2 的等比数列,从第 2 行起,每一行都是一个公差为  $d$  的等差数列,若  $a_3 = 5, a_{86} = 524$ , 则  $d =$  \_\_\_\_\_.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & a_1 \\ & & & & & & a_2 & a_3 & a_4 \\ & & & & & & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \\ & & & & & & \dots & & & & \end{array}$$

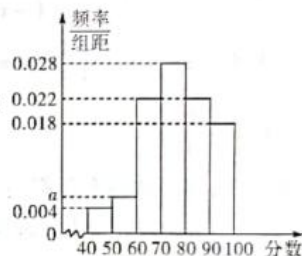
三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

某中学为了解大数据提供的个性化作业质量情况,随机访问 50 名学生,根据这 50 名学生对个性化作业的评分,绘制频率分布直方图(如图所示),其中样本数据分组区间  $[40, 50), [50, 60), \dots, [80, 90), [90, 100]$ .

- (I) 求频率分布直方图中  $a$  的值;  
 (II) 估计该中学学生对个性化作业评分不低于 70 的概率;  
 (III) 从评分在  $[40, 60)$  的受访学生中,随机抽取 2 人,求此 2 人评分都在  $[50, 60)$  的概率.



18. (12 分)

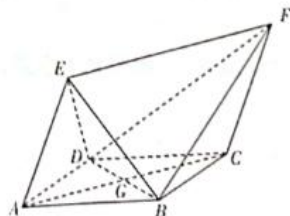
已知  $\triangle ABC$  中,  $AB = 2\sqrt{7}$ , 点  $D$  在线段  $BC$  上,  $\angle ADC = \frac{\pi}{3}, BD = 2$ .

- (I) 求  $AD$  的长;  
 (II) 若  $DC = 1, \angle ACB = \theta$ , 求  $\sin 2\theta$  的值.

19. (12 分)

如图,四边形  $ABCD$  为菱形,四边形  $ACFE$  为平行四边形,设  $BD$  与  $AC$  相交于点  $G, AB = 2, AE = \sqrt{3}, \angle BAD = 60^\circ, \angle EAD = \angle EAB$ .

- (I) 证明:平面  $ACFE \perp$  平面  $ABCD$ ;  
 (II) 若  $AE$  与平面  $ABCD$  所成角为  $45^\circ$ , 求四棱锥  $E-ABCD$  的体积.



20. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{a}{2}(x-2)^2 - x + 2\ln x (a > 0)$ .

(I) 讨论  $f(x)$  的单调性.

(II) 是否存在实数  $a$ , 使得  $f(x)$  有两个零点? 说明理由.

21. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的短轴长为 2, 且离心率为  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 若过  $P(0, 1)$  作斜率分别为  $k_1, k_2$  的两条直线  $PA, PB$ , 分别交椭圆于点  $A, B$ , 且  $k_1 + k_2 = 1$ , 证明: 直线  $AB$  经过定点.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  过点  $M(2, \frac{\pi}{2})$  与直线

$\theta = \frac{5\pi}{6} (\rho \in \mathbf{R})$  垂直, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = \frac{\tan \theta}{4\cos \theta}$ .

(I) 求直线  $l$  的普通方程和曲线  $C$  的普通方程;

(II) 若  $l$  与曲线  $C$  交于点  $A, B$ , 求  $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|}$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = |2x - 11| + |2x + 3|$ .

(I) 求不等式  $f(x) \leq 6$  的解集;

(II) 设函数  $f(x)$  的最小值为  $m$ , 若实数  $a, b, c$  满足  $a^2 + 2b^2 + 3c^2 = m$ , 求  $a + 2b + 3c$  的最大值.

## 关于我们

**自主选拔在线**（原自主招生在线）创办于2014年，历史可追溯至2008年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超1亿量级。用户群体涵盖全国31省市，全国超95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办公念，不断探索“K12教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线