考号________ 姓名________ 班级________ 学校________

密 封 线 内 不 要 答 题

高三阶段性考试
数学(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|2^x+x-3>0\}$, $B=\{x|4-x>1\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{x|1<x<3\}$　B. $\{x|-3<x<1\}$　C. $\{x|x>-3\}$　D. $\{x|x>1\}$

2. 若复数 z 满足 $\frac{z}{2-i}=2i$,则 $|z+1|=$

A. $\sqrt{5}$　B. $\sqrt{17}$　C. 5　D. 17

3. 函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-2^x-1, x\geqslant 0,\\ \log_2|x|+1, x<0,\end{cases}$ 则 $f(f(1))=$

A. -2　B. -1　C. 1　D. 2

4. $(x-\frac{2}{\sqrt{x}})^8$ 的展开式中含 x^5 项的系数是

A. -112　B. 112　C. -28　D. 28

5. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$,且 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|$,则向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角是

A. $\frac{5\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{6}$　C. $\frac{2\pi}{3}$　D. $\frac{\pi}{3}$

6. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$\triangle ABC$ 是等边三角形,$AA_1=2AB$,D,E,F 分别是棱 B_1C_1,CC_1,AA_1 的中点,则异面直线 BE 与 DF 所成角的余弦值是

A. $\frac{\sqrt{14}}{7}$　B. $\frac{\sqrt{35}}{7}$　C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

7. 某校举行校园歌手大赛,5名参赛选手的得分分别是9,8.7,9.3,x,y.已知这5名参赛选手的得分的平均数为9,方差为0.1,则 $|x-y|=$

A. 0.5　B. 0.6　C. 0.7　D. 0.8

8. 设函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$,若 $f(x)$ 在其定义域内存在 x_0,使得 $f(x_0)=f'(x_0)$,则称 $f(x)$ 为"有源"函数.已知 $f(x)=\ln x-2x-a$ 是"有源"函数,则 a 的取值范围是

A. $(-\infty,-1]$　B. $(-1,+\infty)$

C. $(-\infty,-\ln 2-1]$　D. $(-\ln 2-1,+\infty)$

9. 已知函数 $f(x)=-2\cos(2x+\frac{\pi}{3})\sin 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}$，则

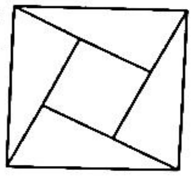
A. $f(x)$的最小正周期是 π

B. $f(x)$在$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}]$上单调递增

C. $f(x)$的图象关于点$(\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12},0)(k\in\mathbf{Z})$对称

D. $f(x)$在$[-\frac{\pi}{4},0]$上的值域是$[-1,\frac{\sqrt{3}}{2}]$

10. 如图，这是第 24 届国际数学家大会会标的大致图案，它是以我国古代数学家赵爽的弦图为基础设计的. 现给这 5 个区域涂色，要求相邻的区域不能涂同一种颜色，且每个区域只涂一种颜色. 若有 5 种颜色可供选择，则恰用 4 种颜色的概率是



A. $\frac{2}{7}$　　B. $\frac{3}{7}$　　C. $\frac{4}{7}$　　D. $\frac{5}{7}$

11. 已知抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点为 F，过点 F 作两条互相垂直的直线 l_1,l_2，且直线 l_1,l_2 分别与抛物线 C 交于 A,B 和 D,E，则四边形 $ADBE$ 面积的最小值是

A. 32　　B. 64　　C. 128　　D. 256

12. 在锐角$\triangle ABC$中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c. 已知 $a=1$，且 $b\cos A-\cos B=1$，则 $\sqrt{3}\sin B+2\sin^2 A$ 的取值范围是

A. $(0,\sqrt{3}+1)$　　B. $(2,\sqrt{3}+1)$　　C. $(1,3]$　　D. $(2,3]$

第Ⅱ卷

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率是 2，实轴长为 2，则双曲线 C 的焦距是 ▲ .

14. 已知 $\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{6}}{3}$，则 $\sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})=$ ▲ .

15. 已知 $f(x)$是定义在$[-4,4]$上的减函数，且 $f(x)$的图象关于点$(0,1)$对称，则关于 x 的不等式 $f(2x)+f(x-3)+3x-5>0$ 的解集为 ▲ .

16. 在棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在平面 BC_1D 上运动，则 $|A_1P|+|D_1P|$ 的最小值为 ▲ .

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (12 分)

设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=2$，$\frac{2S_{n+1}}{a_{n+1}}=\frac{2S_n}{a_n}+1$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若 $b_n=\frac{1}{S_n}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

某企业为鼓励员工多参加体育锻炼，举办了一场羽毛球比赛，经过初赛，该企业的 A,B,C 三个部门分别有 3，4，4 人进入决赛. 决赛分两轮，第一轮为循环赛，前 3 名进入第二轮，第二轮为淘汰赛，进入决赛第二轮的选手通过抽签确定先进行比赛的两位选手，第三人轮空，先进行比赛的获胜者和第三人再打一场，此时的获胜者赢得比赛. 假设进入决赛的选手水平相当（即每局比赛每人获胜的概率都是$\frac{1}{2}$）.

(1)求进入决赛第二轮的 3 人中恰有 2 人来自同一个部门的概率；

(2)记进入决赛第二轮的选手中来自 B 部门的人数为 X，求 X 的数学期望.

19.（12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率是$\frac{\sqrt{2}}{2}$，点 $M(2,\sqrt{2})$在椭圆 C 上.

(1)求椭圆 C 的标准方程.

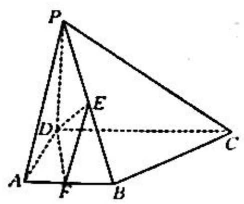
(2)直线 $l:y=kx$ 与椭圆 C 交于 A,B 两点，在 y 轴上是否存在点 P，使得直线 PA,PB 与 x 轴交点的横坐标之积的绝对值为定值？若存在，求出 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

20.（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是直角梯形，$AD\perp AB$，$AB\parallel CD$，$PD=\sqrt{2}AB$，$PB=CD=2AB=2AD$，$PC\perp DE$，E 是棱 PB 的中点.

(1)证明：$PD\perp$平面 $ABCD$.

(2)若$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}(0<\lambda\leqslant 1)$，求平面 DEF 与平面 PAB 夹角的余弦值的最大值.



21.(12分)

已知函数 $f(x)=2\ln x-ax+\frac{1}{x}$.

(1)当 $a\geqslant 0$ 时,讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2)证明:①当 $x>0$ 时,$\ln(1+\frac{1}{x})<\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$;

②$\ln(n+1)<\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{2^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(二)选考题:共10分.请考生从第22,23两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22.[选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+3\cos\alpha,\\ y=3\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数),以坐标原点 O 为极点,x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程是 $2\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-1=0$.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2)若直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点,点 $P(0,-1)$,求 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$ 的值.

23.[选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x)=|x-2|+|x+3|$.

(1)求 $f(x)$ 的最小值;

(2)若 $x\in[-3,2]$,不等式 $f(x)\geqslant|x+a|$ 恒成立,求 a 的取值范围.