# 2022-2023 学年高三年级 TOP 二十名校调研模拟卷二

## 高三文科数学答案

1.【答案】D

【解析】$\complement_U A=\{x|-1\leqslant x<2\}$，$\complement_U A\cap B=\{-1,0,1\}$.

2.【答案】A

【解析】$z=\frac{-2}{1+i}=\frac{-2(1-i)}{2}=-1+i, \therefore \bar{z}=-1-i$.

3.【答案】B

$\because \sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$,

$\therefore \frac{(2x_1-2\bar{x})^2+(2x_2-2\bar{x})^2+\cdots+(2x_n-2\bar{x})^2}{n}=4\sigma^2$.

4.【答案】C

【解析】$0<a<b$，由基本不等式几何平均数不大于算数平均数 $\sqrt{ab}<\frac{a+b}{2}$，

$0<a<b$，则 $a^2<ab<b^2$，$a+b<2b$，$\therefore a<\sqrt{ab}<b$，$\frac{a+b}{2}<b.\therefore a<\sqrt{ab}<\frac{a+b}{2}<b$.

5.【答案】 A

【解析】$y=2\cos x\frac{|\sin x|}{|\cos x|}$，$-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}$，$|\cos x|=\cos x$，$\therefore y=2|\sin x|$，$x=\frac{\pi}{3}$

时最大.

6.【答案】C

【解析】点到中心距离小于等于 1 的几何体是以中心为球心，1 为半径的球体.

$$P=1-\frac{\frac{4\pi}{3}}{8}=1-\frac{\pi}{6}.$$

7.【答案】B

【解析】由三视图可知三棱柱高为 1，底面边长为 $2\sqrt{3}$.由对称性可知球心为上下底面

外接圆圆心连线的中点.底面圆半径为 $r$，$2r=\frac{2\sqrt{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}$，$r$=2.设球半径为 $R$，

$$R^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+(2)^2=\frac{17}{4}，\quad S=4\pi R^2=17\pi.$$

8. 【答案】C

【解析】$EF\perp B_1D_1$，$EF\perp BB_1$，$EF\perp$ 平面 $BDB_1$，$EF\subseteq$ 平面 $DEF$，平面 $BDB_1\perp$ 平面 $DEF$.

9. 【答案】B

【解析】第一次循环：$k=1+1=2$，$S=2\times0+2=2$；

第二次循环：$k=2+1=3$，$S=2\times2+3=7$；

第三次循环：$k=3+1=4$，$S=2\times7+4=18$；

第四次循环：$k=4+1=5$，$S=2\times18+5=41$；

第五次循环：$k=5+1=6$，$S=2\times41+6=88$；

第六次循环：$k=6+1=7$，$S=2\times88+7=183$ 满足条件则输出 $S$ 的值，而此时 $k=7$，故判断框内应填入的条件是 $k>6$?.

10. 【答案】D

【解析】据题意可知直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的一条对称轴，则 $2\times\frac{\pi}{6}+\varphi=k\pi$，$k\in Z$，

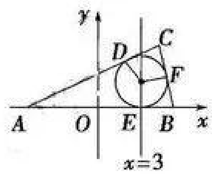
解得 $\varphi=k\pi-\frac{\pi}{3}$,则 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$，$f(x)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)\right]$.

11. 【答案】C

【解析】如图，$|AD|=|AE|=9$，$|BF|=|BE|=3$，$|CD|=|CF|$，所以$|CA|-|CB|=9-3=6$.

根据双曲线定义，所求轨迹是以 $A$，$B$ 为焦点，

实轴长为 6 的双曲线的右支（除去右顶点），方程为 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1(x>3)$.




12. 【答案】B

【解析】$a_{n+1}=a_n^2-a_n+1$，可化为 $a_{n+1}-1=a_n(a_n-1)$，经验证 $a_n=0$或$a_n-1=0$ 时不合题意，两边取倒数，化简整理 $\frac{1}{a_n-1}-\frac{1}{a_{n+1}-1}=\frac{1}{a_n}$，

$$S_n=\frac{1}{a_1-1}-\frac{1}{a_2-1}+\frac{1}{a_2-1}-\frac{1}{a_3-1}+\ldots+\frac{1}{a_n-1}-\frac{1}{a_{n+1}-1}=\frac{1}{a_1-1}-\frac{1}{a_{n+1}-1},$$

$$S_{15}=\frac{1}{a_1-1}-\frac{1}{a_{16}-1}=\frac{2(a_{16}-1)-1}{a_{16}-1}=2-\frac{1}{a_{16}-1},\quad a_1=\frac{3}{2}.$$

13.【答案】$\left(-\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$或$\left(\frac{\sqrt{5}}{5},-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$

【解析】$\boldsymbol{n}=\pm\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$或$\left(\frac{\sqrt{5}}{5},-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$.

14. 【答案】$\sqrt{3}+2$

【解析】$c=a\cos B+b\cos A=\sqrt{3}a\sin B+b\cos A$,即$\tan B=\frac{\sqrt{3}}{3},\angle B=\frac{\pi}{6}$.

$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{4}ac,\cos B=\frac{a^2+c^2-4}{2ac},a^2+c^2-4=\sqrt{3}ac,2ac-4\leqslant\sqrt{3}ac$， $ac\leqslant 4(\sqrt{3}+2)$，

$S\leqslant\sqrt{3}+2.$

15. 【答案】$\sqrt{3}$

【解析】函数$f(x+1)$的图象关于直线$x=-1$对称，所以函数$f(x)$的图象关于$y$轴对称，

函数$f(x)$为偶函数，$f(x+2)=-f(x)+2\sqrt{3}$，$f(x+4)=-f(x+2)+2\sqrt{3}$，$f(x+4)=f(x)$，

函数$f(x)$的周期$T=4$，$f(2\,023)=f(3)=f(-1)$，$f(-1)=f(1)$

令$x=-1$，$f(1)=-f(-1)+2\sqrt{3}$，$f(1)=\sqrt{3}$ .

16. 【答案】16

【解析】$k_{AB}\cdot k_{CD}=-1$，所以$AB\perp CD$ .设直线$l_1$的倾斜角为$\theta$，则$l_2$的倾斜角为$\frac{\pi}{2}+\theta$ .

$$|AB|=\frac{2p}{(\sin\theta)^2}=\frac{4}{(\sin\theta)^2},|CD|=\frac{2p}{\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\right]^2},$$

$$|AB|+|CD|=\frac{4}{(\sin\ \theta)^2}+\frac{4}{(\cos\ \theta)^2}=\frac{4}{(\sin\ \theta)^2\cdot(\cos\ \theta)^2}=\frac{16}{(\sin\ 2\theta)^2}\geqslant 16,$$

17. 解：（1）据题意有$\begin{cases}5a_1+10d=25,\\(a_1+d)^2=a_1(a_1+4d).\end{cases}$解得$a_1=1,d=2$. ……3 分

$\therefore a_n=2n-1$. ……5 分

（2）$S_n=n^2,b_n=\begin{cases}n^2,n为偶数,\\-n^2,n为奇数,\end{cases}$ ……7 分

所以$n$为偶数：$T_n=-1^2+2^2-3^2+4^2+\cdots-(n-1)^2+n^2=(2+1)(2-1)+(4+3)(4-3)+\cdots$

$+(n+n-1)(n-n+1)=3+7+\cdots+(2n-1)=\dfrac{(3+2n-1)\cdot\dfrac{n}{2}}{2}=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

$n$ 为奇数：$T_n=\dfrac{(n-1)n}{2}-n^2=-\dfrac{n(n+1)}{2}$. ……10 分

所以 $T_n=\begin{cases}\dfrac{n(n+1)}{2}, n\text{为偶数},\\ -\dfrac{n(n+1)}{2}, n\text{为奇数}.\end{cases}$ ……12 分

18. **解**：(1) "从 5 只试验小白鼠中随机抽取 2 只" 所包含的等可能基本事件有：12，13，14，15，23，24，25，34，35，45，共 10 个；

"从 5 只试验小白鼠中随机抽取 2 只，其中至少 1 只小白鼠生化指标为 0.8"所包含的基本事件为 13，14，23，24，34，35，45 共 7 个. ……1 分

设 "从 5 只试验小白鼠中随机抽取 2 只，其中至少 1 只小白鼠生化指标为 0.8"为事件 $A$,则 $P(A)=\dfrac{7}{10}$. ……3 分

(2) 由表格数据，得 $\bar{x}=7$，$\bar{y}=0.9$. $\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=-2.8$，

$\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=50$，$\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2=0.16$，$\hat{b}=-0.056$，$\hat{a}=1.292$. ……8 分

所以 $y$ 关于 $x$ 的回归方程为 $\hat{y}=-0.056x+1.292$. ……10 分

求得 $r=-\dfrac{1.4}{\sqrt{2}}\approx-0.99$，因为 $|r|$ 非常接近 1，所以可以认为该药物对相应生化指标具有较强的线性关系. ……12 分

19. **解**：(1) ∵ $PC\perp$ 平面 $ABCD$，∴ $PC\perp AC$.

取 $AB$ 的中点 $M$,连接 $CM$,

∵ $AB/\!/CD$，$AB=2CD$，∴ $AM/\!/CD$，$AM=CD$，∴四边形 $ADCM$ 为平行四边形.

∵ $AD=\dfrac{1}{2}AB=AM$，∴ ▱$ADCM$ 为菱形，∴ $AC\perp MD$. ……3 分

∵ $MB/\!/CD$，$MB=CD$ ∴四边形 $BMDC$ 为平行四边形 ∴ $BC/\!/MD$

∴ $BC\perp AC$. 又有 $PC\cap BC=C$，

∴ $AC\perp$ 平面 $PBC$. $AC\subseteq$ 平面 $EAC$，∴平面 $EAC\perp$ 平面 $PBC$. ……5 分

(2) $V_{P-ADC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ADC}\cdot PC=\dfrac{1}{4}$，$E$ 为 $PD$ 的中点，∴ $V_{P-AEC}=\dfrac{1}{2}V_{P-ADC}=\dfrac{1}{8}$ .……7 分

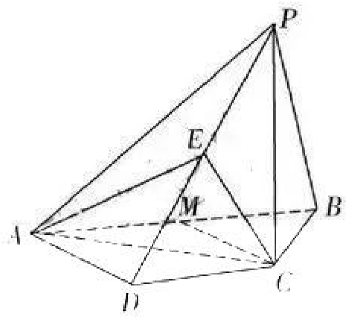
$PD=2$，$CD=1$，$PC\perp DC$，$\therefore$ $PC=\sqrt{3}$.

又有 $BC$=1，$AB$=2，$\angle ACB=90^\circ$，$\therefore AC=\sqrt{3}$.

$\therefore$在 Rt$\triangle PAC$ 中，$PA=\sqrt{6}$.由 $\cos\angle AED+\cos\angle AEP=0$ 求得 $AE=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. ……9 分

在$\triangle AEC$ 中，$\cos\angle ACE=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，则 $\sin\angle ACE=\dfrac{\sqrt{13}}{4}$，$\therefore\triangle AEC$ 的面积 $S=\dfrac{\sqrt{39}}{8}$.

设 $P$ 到平面 $AEC$ 的距离为 $d$，又 $V_{P-AEC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta AEC}\cdot d=\dfrac{1}{8}$，解得 $d=\dfrac{\sqrt{39}}{13}$. ……12 分




20. 解：（1）设 $P(x_0, y_0)$，$E(x_1, y_1)$，$F(x_2, y_2)$. 据题意得切线 $PE$，$PF$ 的方程为：

$x_1x+y_1y=4$ $x_2x+y_2y=4$，因为 $P$ 在切线 $PE$，$PF$ 上 ……2 分

所以 $x_1x_0+y_1y_0=4$，$x_2x_0+y_2y_0=4$，所以直线 $EF$ 的方程为：$x_0x+y_0y=4$.

于是得 $M\left(\dfrac{4}{x_0},0\right)$，$N\left(0,\dfrac{4}{y_0}\right)$，所以 $\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{2}{|ON|^2}=\dfrac{x_0^2}{16}+\dfrac{2y_0^2}{16}=\dfrac{x_0^2}{16}+\dfrac{y_0^2}{8}$. …… 4 分

因为 $P$ 在椭圆上，所以 $\dfrac{x_0^2}{16}+\dfrac{y_0^2}{8}=1$，故 $\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{2}{|ON|^2}=1$. ……6 分

（2）据题意可知直线 $AB$ 的斜率存在，设直线 $AB$ 的方程为：

$y=kx+m$，$A(x_1,y_1)B(x_2,y_2)$.

$\begin{cases} y=kx+m, \\ \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{8}=1. \end{cases}$ 化简整理得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-16=0$、 ……7 分

于是：$\Delta=16k^2-m^2+8>0$，$x_1+x_2=-\dfrac{4km}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{2m^2-16}{2k_2+1}$.

$k_{PA}=\dfrac{\sqrt{6}-y_1}{2-x_1}$，$k_{PB}=\dfrac{\sqrt{6}-y_2}{2-x_2}$. 据题意：$\dfrac{\sqrt{6}-y_1}{2-x_1}+\dfrac{\sqrt{6}-y_2}{2-x_2}=0$. ……8 分

即 $(\sqrt{6}-kx_1-m)(2-x_2)+(\sqrt{6}-kx_2-m)(2-x_1)=0$，

即 $(m-\sqrt{6}-2k)(x_1+x_2)+2kx_1x_2+4\sqrt{6}-4m=0$，

即 $2\sqrt{6}k^2+(\sqrt{6}m-8)k+(\sqrt{6}-m)=0$，

即 $(\sqrt{6}k-1)(2k-\sqrt{6}+m)=0$， ……10 分

于是有： $k=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$ 或 $m=\sqrt{6}-2k$.

当 $m=\sqrt{6}-2k$，直线 $AB: y=k(x-2)+\sqrt{6}$，恒过 $P(2,\sqrt{6})$，不合要求，舍去.

所以直线 $AB$ 的斜率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. ……12 分

21.（1）解：$x\in(0,+\infty)$.

$f'(x)=1-\dfrac{1}{x}$，$f'(x)=0$，解得 $x=1$. ……1 分

当 $x\in(0,1)$，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1,+\infty)$，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增.

$\therefore$ $x=1$ 为极小值点. $f(x)_{\min}=f(1)=-1$. ……4 分

（2）证明：据题意有 $f(x_1)=f(x_2)$，根据（1）设 $0<x_1<1$，$x_2>1$，

构造函数 $F(x)=f(x)-f(2-x)$，$x\in(0,1)$. ……5 分

$F'(x)=f'(x)+f'(2-x)=\dfrac{2(x-1)^2}{x(x-2)}<0$，所以 $F(x)$ 在（0，1）上单调递减. ……7 分

$F(x)<F(1)=0$，$\therefore f(x_1)-f(2-x_1)>0$.

$f(x_1)=f(x_2)$，$\therefore f(x_2)-f(2-x_1)>0$，$f(x_2)>f(2-x_1)$

$2-x_1>1$，$x_2>1$，由（1）可知 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增， ……10 分

$\therefore x_2>2-x_1$，$\therefore x_1+x_2>2$. 由已知 $x_2>1$，

$\therefore x_1+2x_2>3$. ……12 分

22. 解：（1）设 $Q(\rho_0,\theta_0),P(\rho,\theta)$. 根据题意有：

$\rho=\rho_0$，$\theta=\theta_0+\dfrac{\pi}{3}$. 又 $\because$ $\rho_0\sin\theta_0=a$，$\therefore$ $\rho\sin(\theta-\dfrac{\pi}{3})=a$.

化为直角坐标方程为 $\sqrt{3}x-y+2a=0$. ……5 分

（2）$a=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，则曲线 $C_1$：$\rho\sin\pi\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

据题意设 $A(\rho_1,\dfrac{\pi}{6})$，$B(\rho_2,\dfrac{\pi}{6})$，则有 $\rho_1=2\sin\dfrac{\pi}{6}=1$，

$\rho_2\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $\rho_2=-\sqrt{3}$.于是得 $|AB|=\rho_1-\rho_2=1+\sqrt{3}$. ……10 分

23．**解：**(1)当 $a=-4$ 时，则 $f(x)=|x-1|+|x-2|=\begin{cases}-2x+3, & x\leqslant 1\\ 1, & 1<x\leqslant 2\\ 2x-3, & x>2\end{cases}$

$\begin{cases}x\leqslant 1,\\ -2x+3\leqslant 5,\end{cases}$ 解得 $-1\leqslant x\leqslant 1$，

$\begin{cases}1<x\leqslant 2,\\ 1\leqslant 5,\end{cases}$ 解得 $1<x\leqslant 2$，

$\begin{cases}x>2,\\ 2x-3\leqslant 5,\end{cases}$ 解得 $2<x\leqslant 4$，

综上可得 $f(x)\leqslant 5$ 的解集为 $\{x|-1\leqslant x\leqslant 4\}$. ……5 分

（2）由题意，对于 $\forall\ x\in[0,1]$，则 $f(x)\geqslant|x-3|\Leftrightarrow\left|x+\dfrac{a}{2}\right|\geqslant|x-3|-|x-1|$ 对于 $x\in[0,1]$ 恒成立 $\Leftrightarrow\left|x+\dfrac{a}{2}\right|\geqslant 3-x+x-1=2$ 对于 $x\in[0,1]$ 恒成立 $\Leftrightarrow x\geqslant 2-\dfrac{a}{2}$ 或 $x\leqslant -2-\dfrac{a}{2}$ 对于 $x\in[0,1]$ 恒成立.

由条件可得 $-2-\dfrac{a}{2}\geqslant 1$ 或 $2-\dfrac{a}{2}\leqslant 0$，即 $a\leqslant -6$ 或 $a\geqslant 4$.

故 $a$ 的取值范围为 $(-\infty,-6]\cup[4,+\infty)$. ……10 分

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线