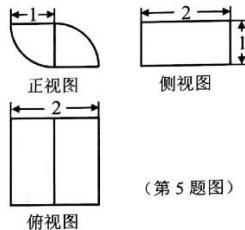


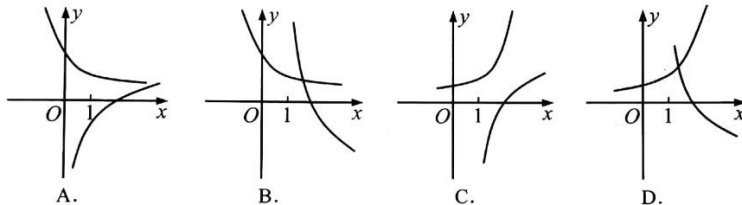
4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2 \leq 0, \\ x-y+1 \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的取值范围是
- A. $[-7, 2]$ B. $[-1, 2]$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

5. 由两个 $\frac{1}{4}$ 圆柱组合而成的几何体的三视图如图所示，
则该几何体的体积为



- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$
C. π D. 2π
6. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $x \leq 2$ ” 是 “ $|x+2|+1 \geq 2x$ ” 的
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 在同一直角坐标系中, 函数 $y=a^{1-x}, y=\log_a(x-1)$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象可能是



8. 用数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 可以组成没有重复数字的四位奇数的个数是
- A. 72 B. 144 C. 150 D. 180
9. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = \overline{BC} \cdot \overline{CA} = 2\overline{CA} \cdot \overline{AB}$, 则 $\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{BC}|} =$
- A. 1 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
10. 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, 点 E, F 分别是棱 CD, BC 上的动点, 且 $BF=2CE$. 当三棱锥 $C-C'EF$ 的体积取得最大值时, 记二面角 $C-EF-C', C'-EF-A', A'-EF-A$ 的平面角分别为 α, β, γ , 则
- A. $\alpha > \beta > \gamma$ B. $\alpha > \gamma > \beta$ C. $\beta > \alpha > \gamma$ D. $\beta > \gamma > \alpha$

非选择题部分

二、填空题: 本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单选题每题 4 分, 共 36 分。

11. 复数 $z = \frac{2}{1+i}$ (i 是虚数单位), 则 $|z| =$ ▲, 其共轭复数 $\bar{z} =$ ▲.
12. $(1-2\sqrt{x})^5$ 的展开式的各个二项式系数的和为 ▲, 含 $x\sqrt{x}$ 的项的系数是 ▲.
13. 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 4$ 与圆 $D: x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$ 相交于 A, B 两点, 则两圆连心线 CD 的方程为 ▲, 两圆公共弦 AB 的长为 ▲.

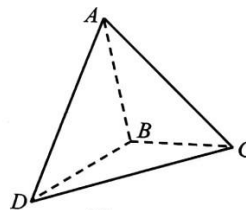


14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos C = -\frac{3}{5}$, $BC=1$, $AC=5$, 则 $AB = \underline{\hspace{1cm}}$. 若 D 是 AB 的中点, 则 $CD = \underline{\hspace{1cm}}$.
15. 1742 年 6 月 7 日, 哥德巴赫在给大数学家欧拉的信中提出: 任一大于 2 的偶数都可写成两个质数的和. 这就是著名的“哥德巴赫猜想”, 可简记为“1+1”. 1966 年, 我国数学家陈景润证明了“1+2”, 获得了该研究的世界最优成果. 若在不超过 30 的所有质数中, 随机选取两个不同的数, 则两数之和不超过 30 的概率是 $\underline{\hspace{1cm}}$.
16. 已知 F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点, P 是 C 上的任意一点, 则 $|FP|$ 称为椭圆 C 的焦半径. 设 C 的左顶点与上顶点分别为 A, B , 若存在以 A 为圆心, $|FP|$ 为半径长的圆经过点 B , 则椭圆 C 的离心率的最小值为 $\underline{\hspace{1cm}}$.
17. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{1}{3-2a_n}$, 且对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 有 $a_{n+1} > a_n$, 则 a_1 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18. (本小题满分 14 分) 已知角 α 的顶点与原点 O 重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $P(-1, \sqrt{3})$.
- (I) 求 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2})$ 的值;
- (II) 求函数 $f(x) = \sin^2(x + \alpha) - \cos^2(x - \alpha)$ ($x \in \mathbf{R}$) 的最小正周期与单调递增区间.

19. (本小题满分 15 分) 如图, 平面 $ABC \perp$ 平面 DBC , 且 $AB = BC = BD$, $\angle ABC = \angle DBC = 120^\circ$.
- (I) 求证: $AD \perp BC$;
- (II) 求直线 AB 与平面 ADC 所成角的余弦值.



(第 19 题图)



20. (本小题满分 15 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $a_1 + a_6 = a_4$, $S_6 = 9$. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 2$, $b_n - b_{n-1} = 2^{n-1} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$.
- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (II) 求数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 T_n , 并求 T_n 的最小值.
-
21. (本小题满分 15 分) 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 过点 $P(m, 2)$, 且 P 到抛物线焦点的距离为 2. 直线 l 过点 $Q(2, -2)$, 且与抛物线相交于 A, B 两点.
- (I) 求抛物线的方程;
- (II) 若点 Q 恰为线段 AB 的中点, 求直线 l 的方程;
- (III) 过点 $M(-1, 0)$ 作直线 MA, MB 分别交抛物线于 C, D 两点, 请问 C, D, Q 三点能否共线? 若能, 求出直线 l 的斜率 k ; 若不能, 请说明理由.
-
22. (本小题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + bx + 1 (a, b \in \mathbf{R})$, 其导函数设为 $g(x)$.
- (I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (II) 若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 试用 a, b 表示 $f(x_1) + f(x_2)$;
- (III) 在 (II) 的条件下, 若 $g(x)$ 的极值点恰为 $f(x)$ 的零点, 试求 $f(x), g(x)$ 这两个函数的所有极值之和的取值范围.



专注名校自主招生

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信扫一扫，快速关注