

汉中市2023届高三年级教学质量第二次检测考试

文科数学

(命题学校：西乡一中)

本试卷共23小题，共150分，共4页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

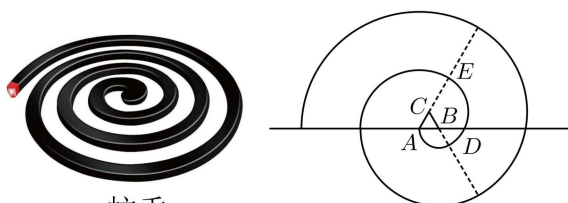
第 I 卷（选择题 共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | -1 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x | -2 < x < 1\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | x < 2\}$ D. $\{x | x > 1\}$
2. 复数 $z = -i(1 + 2i)$ 在复平面内对应的点位于 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知向量 $\vec{a} = (m-1, 1)$, $\vec{b} = (m, -2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 m 的值为 ()
 A. -1 B. 1 C. -1或2 D. 2
4. 若 $\sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{3}$, 且 $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$, 则 $\sin 2\alpha$ 的值为 ()
 A. $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$ B. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$
5. 如图所示，已知两个线性相关变量 x , y 的统计数据如下：

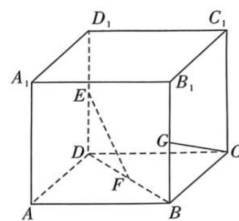
x	6	8	10	12
y	6	5	3	2

- 其线性回归方程为 $y = ax + 10.3$, 则 $a =$ ()
 A. -0.7 B. 0.7 C. -0.5 D. -2
6. 设 $a \in \mathbb{R}$, 则 “ $a = 1$ ” 是 “直线 $3x + (a-1)y = 1$ 与直线 $ax + (1-a)y = 2$ 平行” 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
 7. 蚊香具有悠久的历史，我国蚊香的发明与古人端午节的习俗有关. 如图为某校数学社团用数学软件制作的“蚊香”. 画法如下：在水平直线上取长度为1的线段 AB , 作一个等边三角形 ABC , 然后以点 B 为圆心， AB 为半径逆时针画圆弧交线段 CB 的延长线于点 D (第一段圆弧)，再以点 C 为圆心， CD 为半径逆时针画圆弧交线段 AC 的延长线于点 E , 再以点 A 为圆心， AE 为半径逆时针画圆弧……. 以此类推，当得到的“蚊香”恰好有11段圆弧时，“蚊香”的长度为 ()



蚊香

- A. 14π B. 18π C. 24π D. 44π
8. 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 1, BC = \sqrt{3}, PA = 2$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为 ()
A. 32π B. 16π C. 8π D. 12π
9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线被圆 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 截得的线段长为 $\frac{16}{5}$, 则双曲线 C 的离心率为 ()
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{5}{4}$
10. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别为 DD_1, BD, BB_1 的中点, 则 EF 与 CG 所成的角的余弦值为 ()
A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{15}$
11. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$, 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上有且只有两个零点, 则 ω 的取值范围为 ()
A. $\left(\frac{7}{6}, \frac{13}{6}\right)$ B. $\left[\frac{7}{6}, \frac{13}{6}\right]$ C. $\left(\frac{5}{6}, \frac{11}{6}\right)$ D. $\left[\frac{5}{6}, \frac{11}{6}\right]$
12. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的函数, 且满足 $f'(x) + f(x) > 0$, 其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数, 设 $a = f(0)$, $b = 3f(\ln 3)$, $c = ef(1)$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()
A. $c > b > a$ B. $a > b > c$ C. $c > a > b$ D. $b > c > a$



第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

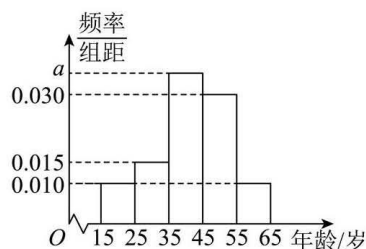
13. 抛物线 $x^2 = 12y$ 的焦点到准线的距离为_____.
14. 若锐角三角形 ABC 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a = 2\sqrt{3}$, $b = 2$, 其面积 $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$, 则边 $c =$ _____.
15. 设函数 $f(x) = \ln x - k\left(x - \frac{1}{x}\right)$, 若函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调减函数, 则 k 的取值范围是_____.
16. 已知 $A(-3, 0)$, $B(3, 0)$, P 为平面内一动点 (不与 A, B 重合), 且满足 $\frac{|PA|}{|PB|} = 2$, 则 $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 的最小值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答题写出文字说明、证明过程和演算步骤。第 17~21 题是必考题，每个考生都必须作答。第 22、23 题是选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

“绿水青山就是金山银山”的理念越来越深入人心，据此，某网站调查了人们对生态文明建设的关注情况，调查数据表明，参与调查的人员中关注生态文明建设的约占 80%。现从参与调查的关注生态文明建设的人员中随机选出 200 人，并将这 200 人按年龄（单位：岁）分组：第 1 组 [15, 25)，第 2 组 [25, 35)，第 3 组 [35, 45)，第 4 组 [45, 55)，第 5 组 [55, 65]，得到的频率分布直方图如图所示。

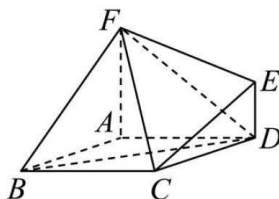


(1) 求 a 的值和这 200 人的平均年龄（每一组用该组区间的中点值作为代表）；

(2) 现在要从年龄在第 1, 2 组的人员中用分层抽样的方法抽取 5 人，再从这 5 人中随机抽取 2 人进行问卷调查，求抽取的 2 人中至少有 1 人的年龄在第 1 组中的概率。

18. (本小题满分 12 分)

如图，多面体 $ABCDEF$ 中，底面四边形 $ABCD$ 为菱形， $\angle ABC = 60^\circ$, $FA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $AB = FA = 2$.



(1) 求证： $BD \perp FC$ ；

(2) 求点 A 到平面 FBD 的距离 .

19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列， $a_1 = 1$ 且 a_2, a_5, a_{14} 成等比数列。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，在 ① $S_n = 2^n - 1, n \in \mathbf{N}^*$ ； ② $S_n = 2b_n - 1, n \in \mathbf{N}^*$ ；

③ $S_{n+1} = 2S_n + 1, n \in \mathbf{N}^*$ ；这三个条件中任选一个，将序号补充在下面横线处，并根据题意解决问题。问题：若 $b_1 = 1$ ，且 _____，求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

(注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答给分。)

20. (本小题满分 12 分)

已知离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 的椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，其焦距为 $2\sqrt{2}$ 。

(1) 求此椭圆的方程；

(2) 已知直线 $y = kx + 2$ 与椭圆交于 C, D 两点，若以线段 CD 为直径的圆过点 $E(-1, 0)$ ，求 k 的值。

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = xe^x - ax + 2$.

- (1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 对任意实数 $x \in (0, +\infty)$, 都有 $f(x) \geq \ln x - (a-1)x + 3 + a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点为极点,

x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{2}{1 + \sin^2 \theta}$.

- (1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;
- (2) 设 $P(1, 2)$, 直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设 $f(x) = |x-1|$.

- (1) 求 $f(x) \leq 2$ 的解集;
- (2) 设 $g(x) = f(x+1) + f(x)$ 的最小值为 a , 若 $x + y + z = a (x > 0, y > 0, z > 0)$, 求 $u = \frac{1}{x+y} + \frac{x+y}{z}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

