

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 < 8\}$, $B = \{x | 1 - x \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $[-1, 2)$ B. $[1, 2\sqrt{2})$ C. $[1, 2)$ D. $[0, 3)$

2. 若 $z = 1 - i$, 则 $|z^2 + 1| =$

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{7}$ C. 3 D. $\sqrt{10}$

3. 已知向量 $a = (1, m)$, $b = (-1, 0)$, 且 $|a - b| = a \cdot b + 6$, 则 $|a| =$

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{22}$ D. $2\sqrt{6}$

4. 设 $a = \log_5 3$, $b = e^{-1}$, $c = \log_{16} 9 \cdot \log_{27} 8$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $c < a < b$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $b < c < a$

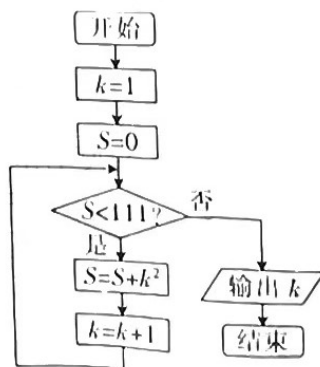
5. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + 2y \leq 1, \\ 2x + y \geq -1, \\ x - 1 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 4x - 2y$ 的最小值为

- A. -10 B. -6 C. 4 D. 10

6. 若 $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = -3$, 则 $\tan 2\alpha =$

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

7. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 k 的值是



- A. 7 B. 8 C. 9 D. 11

8. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \cos \omega x$ 图象两个相邻的对称中心的间距为 $\frac{\pi}{4}$, 则下列函数为偶函数的是 **C**

A. $f(x - \frac{\pi}{16})$

B. $f(x - \frac{\pi}{8})$

C. $f(x + \frac{\pi}{16})$

D. $f(x + \frac{\pi}{8})$

9. 已知 A 是抛物线 $y^2 = -8x$ 上一动点, B 是圆 $C: (x-5)^2 + y^2 = 1$ 上一点, 则 $|AB|$ 的最小值为 **C**

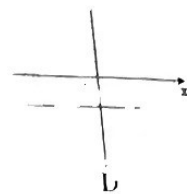
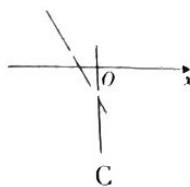
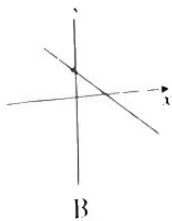
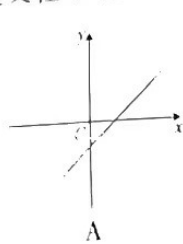
A. $2\sqrt{6}$

B. $4\sqrt{3} - 1$

C. $2\sqrt{6} - 1$

D. $4\sqrt{3}$

10. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $xf'(x) - f(x) = 1$, 则 $y = f(x)$ 的图象不可能为 **D**.



11. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 若三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $3\sqrt{3}$, 则该三棱柱外接球表面积的最小值为

B. 12π

B. 6π

C. 16π

D. 8π

12. 设双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , $M(0, 3b)$, 若直线 l 与 E 的右支交于 A, B 两点, 且 F 为 $\triangle MAB$ 的重心, 则 E 的离心率的取值范围为

A. $(\frac{\sqrt{13}}{3}, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

B. $(\frac{2\sqrt{13}}{7}, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

C. $(1, \frac{\sqrt{13}}{3})$

D. $(1, \frac{2\sqrt{13}}{7})$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽之作, 书中称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥, 则直角圆锥侧面展开图的圆心角的弧度数为 **▲**.

14. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\sin A = \sqrt{3} \cos A, b^2 + c^2 - a^2 = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 **▲**.

15. 已知 $O-ABCD$ 为正四棱锥, 从 O, A, B, C, D 五点中任取三点, 则取到的三点恰好在同一个侧面的概率为 **▲**.

16. 写出一条与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 和曲线 $y = x^2 + 5$ 都相切的直线的方程: **▲**.

三、解答题：共 70 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

17. (12 分)

某学校记录了某学期 40 名学生期中考试和期末考试的数学成绩，得到的频数分布表如下：

数学成绩	[50,70)	[70,90)	[90,110)	[110,130)	[130,150]
频数	4	14	16	4	2

数学成绩	[50,70)	[70,90)	[90,110)	[110,130)	[130,150]
频数	6	10	12	8	4

- (1) 估计这 40 名学生期中考试数学成绩小于 100 分的概率；
 (2) 估计这 40 名学生期末考试的数学成绩的平均分比期中考试数学成绩的平均分提高多少分。(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \dots + (2n-1)a_n = n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 已知 $c_n = \begin{cases} 1, & n \text{ 为奇数,} \\ a_n a_{n-2}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 求数列 $\{c_n\}$ 的前 20 项和.

19. (12 分)

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=4$, $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$, E 为 BC 的中点, F 为 AB 上一点, 且 $EF \perp AB$.

现将 $\triangle BEF$ 沿 EF 翻折到 $\triangle B'EF$, 如图 2.

(1) 证明: $EF \perp AB'$.

(2) 已知 $\angle B'FA = \frac{\pi}{3}$, 求四棱锥 $B'-ACEF$ 的体积.

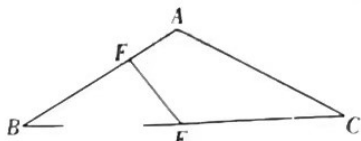


图 1

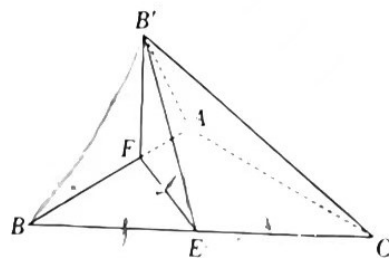


图 2

已知 F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点, 且 $P(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 C 上, PF 垂直于 x 轴.

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 过点 F 的直线 l 交椭圆 C 于 A, B (异于点 P) 两点, D 为直线 l 上一点, 设直线 PA, PD, PB 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 , 若 $k_1 + k_3 = 2k_2$, 证明: 点 D 的横坐标为定值.

(12 分)

已知函数 $f(x) = (x-1)e^x, g(x) = \ln(x+2)$.

1) 求 $f(x)$ 的极值;

2) 若存在 $x_0 \in (-2, m]$, 使得 $f(x_0) + g(m) \leq 0$, 求实数 m 的取值范围.

选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta + 2, \\ y = \sqrt{2} \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 过原点, 且

倾斜角为 α . 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

1) 求曲线 C 和直线 l 的极坐标方程;

2) 已知曲线 C 与直线 l 交于 A, B 两点, 若 $|OA| + |OB| = 3$, 求直线 l 的直角坐标方程.

选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |x|$.

1) 求不等式 $f(x) < 2x - 1$ 的解集;

2) 已知函数 $g(x) = 2f(x) + |2x - 1|$ 的最小值为 m , 且 a, b, c 都是正数, $a + 2b + c = m$. 证

明: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \geq 4$.

图
书
架
内
大
概
图

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线