

百校联盟 2021 届普通高中教育教学质量监测考试
全国卷(新高考) 数学

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟.
5. 考试范围:必修 1,必修 2 的 1,2 章,必修 4,必修 5,选修 2-1 的 1,3 章,选修 2-2 的 1,3 章.



第 I 卷

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{-x^2 - x + 2}\}$, $B = \{x | 4^x > \frac{1}{2}\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $[-2, -\frac{1}{2})$ B. $[-1, -\frac{1}{2})$ C. $(-\frac{1}{2}, 1]$ D. $(-\frac{1}{2}, 2]$

2. 若 $z^{2021} = 2 + i$, 则 $z =$

- A. $-1 + 2i$ B. $-1 - 2i$ C. $1 - 2i$ D. $1 + 2i$

3. 点 P 在平面上以速度 $v = (-2, 3)$ 作匀速直线运动,若 4 秒后点 P 的坐标为 $(-5, 16)$, 则点 P 的初始坐标为

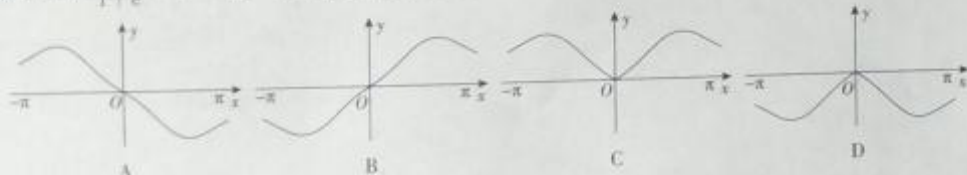
- A. $(3, 13)$ B. $(3, 4)$ C. $(-7, 19)$ D. $(-13, 28)$

4. 广东清远清新观景台,又叫百步梯,站在观景台上可鸟瞰清远市区和清新县全景,已知每级台阶的高度大致相同,约为 0.15 米,第 191 级台阶的海拔高度约为 186 米,则第 51 级台阶到第 100 级台阶的海拔高度之和约为(结果精确到 0.1 米)

- A. 8104.0 米 B. 8268.8 米
C. 8433.8 米 D. 8598.6 米



5. 函数 $f(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x} \cdot 2^{\cos x}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为



6. 若 $\alpha \in (\pi, 2\pi)$, $\cos \alpha + \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}) = 0$, 则 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) =$

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 0 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 0

7. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 2AC = 4$, 点 D 沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 运动, 则 $\vec{AD} \cdot \vec{BD}$ 的最小值是

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

8. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $b_n = \frac{S_n}{n}$, 则称数列 $\{b_n\}$ 是数列 $\{a_n\}$ 的“均值数列”. 已知数列 $\{b_n\}$ 是数列 $\{a_n\}$ 的“均值数列”, 且通项公式为 $b_n = n$, 设数列 $\{\frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}\}$ 的前 n 项和为 T_n , 若 $T_n < \frac{1}{2}m^2 - m - 1$ 对一切 $n \in \mathbb{N}^+$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(-1, 3)$ B. $[-1, 3]$
C. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ D. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$



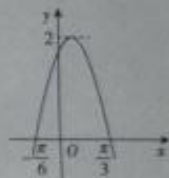
二、多项选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,部分选对的得3分,有选错的得0分。

9. 已知 $3^{-a} = 5^{-b}$, 则下列不等关系可能成立的是

- A. $a < b < 0$
- B. $b < a < 0$
- C. $a > b > 0$
- D. $b > a > 0$

10. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则下列说法正确的是

- A. 最小正周期为 2π
- B. $f(x)$ 在区间 $[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}]$ 上单调递增
- C. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{5\pi}{6}, 0)$ 对称
- D. $f(x)$ 的图象可由 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到

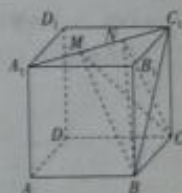


11. 若 a, b 为正实数, 且 $\frac{1}{2a+b} + \frac{1}{a+2b} = 1$, 则 $a+b$ 的值可能为

- A. $\frac{2}{3}$
- B. 1
- C. $\frac{4}{3}$
- D. $\frac{17}{12}$

12. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 是线段 A_1C_1 上的两个动点, 则下列结论正确的是

- A. BM, CN 始终在同一个平面内
- B. $MN \parallel$ 平面 $ABCD$
- C. $BD \perp CM$
- D. 若正方体的棱长和线段 MN 的长均为定值, 则三棱锥 $B-CMN$ 的体积为定值



第 II 卷

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, \ln|x+1| - e^x > 0$ 的否定是 _____。

14. 若曲线 $f(x) = e^x + a \ln(x+1) - 2$ ($a > 0$) 在点 $(0, f(0))$ 处的切线也是曲线 $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + x + a - 1$ 的切线, 则 $a =$ _____。

15. 我国古代数学名著《九章算术》中将正四棱锥称为方锥。已知某方锥各棱长均为 2, 则其内切球的体积为 _____。

16. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B+C}{2} = 4 - 4\cos^2 \frac{A}{2}$, $b+c=10$, $\triangle ABC$ 的面积为 4, 则 $a =$ _____。

四、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分10分)

在① $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$; ② S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n - 2a_n + 2 = 0$; ③ $a_{n+1} - a_n = 2na_{n-1}$ ($n \geq 2$), 这三个条件中

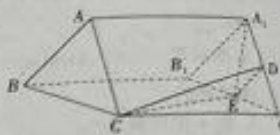
任选一个, 补充在下面问题中, 求 a_{2021} 的值。

问题: 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, _____?

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分。



18. (本小题满分12分)
如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , D, E 分别为 A_1C_1, B_1C_1 的中点, $AB=AC$. 求证:
(1) $AB \parallel$ 平面 CDE ;
(2) $A_1E \perp CE$.




19. (本小题满分12分)
已知函数 $f(x) = \log_a \frac{x-1}{ax}$ ($a \in \mathbf{R}$) 是奇函数.
(1) 求 $f(x)$ 的解析式;
(2) 若函数 $f(x)$ 的图象与函数 $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+m)$ 的图象在区间 $[2, 3]$ 上有交点, 求实数 m 的取值范围.

20. (本小题满分12分)
在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\cos^2 A - \cos^2 B = \sin C(\sin C + \sin A)$.
(1) 求角 B 的大小;
(2) 若 $b=3$, 求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

Handwritten notes:
 $\cos^2 A - \cos^2 B = \sin C(\sin C + \sin A)$
 $\sin^2 B - \sin^2 A = \sin^2 C + \sin C \sin A$
 $(\cos A + \cos B)(\cos A - \cos B) = \sin^2 C + \sin C \sin A$
 $\sin^2 C = \sin A \sin B$
 $\sin C = \sin A \sin B$

21. (本小题满分12分)
如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB \parallel CD, AD \perp CD, CD=2AB, PB \perp$ 平面 $ABCD$.
 E, F 分别为 PC 和 CD 的中点.
(1) 证明: 平面 $BEF \parallel$ 平面 PAD ;
(2) 若 $PB=CD=2AD$, 求二面角 $A-PD-C$ 的余弦值.



22. (本小题满分12分)
已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}a(x-1)^2$.
(1) 当 $a=-2$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 设 $g(x) = f(x) - 2x + 1$, 证明: 当 $a \geq 1$ 时, $g(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 并求 $x_1^2 + x_2^2$ 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》