

高三数学考试

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3=13, a_9=1$, 则 $a_4=$
A. 8 B. 9 C. 10 D. 11
2. 设集合 $A=\{x|-12<4x<8\}$, $B=\{x|\frac{1}{x}<1\}$, 则 $A\cap B=$
A. $(-3,0)$ B. $(-3,2)$
C. $(1,2)$ D. $(-3,0)\cup(1,2)$
3. 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle BCD$ 为正三角形, AB 与平面 BCD 不垂直, 则
A. AB 与 CD 可能垂直 B. A 在平面 BCD 内的射影可能是 B
C. AB 与 CD 不可能垂直 D. 平面 ABC 与平面 BCD 不可能垂直
4. 若 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 则下列函数是奇函数的是
A. $y=f(2^x+2^{-x})$ B. $y=f(2^x-x)$
C. $y=f(2^x-2^{-x})$ D. $y=f(2^x+x)$
5. 已知两个单位向量 a, b 满足 $a+\frac{1}{2}b$ 与 $a-7b$ 垂直, 则 $a\cdot b=$
A. $\frac{5}{13}$ B. $-\frac{5}{13}$ C. $\frac{7}{13}$ D. $-\frac{7}{13}$
6. 设曲线 $y=x^4$ 在点 $(1,1)$ 处的切线为 l , P 为 l 上一点, Q 为圆 $C:(x-5)^2+y^2=\frac{17}{4}$ 上一点, 则 $|PQ|$ 的最小值为
A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{17}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{17}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{17}}{5}$
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 则 “ $(\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C)(\sin^2 B + \sin^2 C - \sin^2 A)(\sin^2 C + \sin^2 A - \sin^2 B) > 0$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 为锐角三角形” 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知 A, B, C 为椭圆 D 上的三点, AB 为长轴, $AB=7, AC=3, \angle BAC=60^\circ$, 则 D 的离心率是

- A. $\frac{2}{11}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{11}$ C. $\frac{3}{11}$ D. $\frac{\sqrt{22}}{11}$

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 若抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 上一点 $M(m, 2)$ 到焦点的距离是它到直线 $y=2p+1$ 的距离的 8 倍, 则该抛物线的焦点到准线的距离可以为

- A. $\frac{3}{11}$ B. $\frac{4}{11}$ C. $\frac{18}{31}$ D. $\frac{20}{31}$

10. 在矩形 $ABCD$ 中, 以 AB 为母线长, 2 为半径作圆锥 M , 以 AD 为母线长, 8 为半径作圆锥 N , 若圆锥 M 与圆锥 N 的侧面积之和等于矩形 $ABCD$ 的面积, 则

- A. 矩形 $ABCD$ 的周长的最小值为 36π
B. 矩形 $ABCD$ 的面积的最小值为 $16\pi^2$
C. 当矩形 $ABCD$ 的面积取得最小值时, $AB=4AD$
D. 当矩形 $ABCD$ 的周长取得最小值时, $AD=2AB$

11. 黄金三角形被称为最美等腰三角形, 因此它经常被应用于许多经典建筑中, 例如图中所示的建筑对应的黄金三角形, 它的底角正好是顶角的两倍, 且它的底与腰之比为黄金分割比 (黄金分割比 $=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$). 在顶角为 $\angle BAC$ 的黄金 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 边上的中点, 则



- A. $\cos 342^\circ = \frac{AD}{AC}$
B. $\frac{AD}{CD} = \frac{\cos 27^\circ + \sin 27^\circ}{\cos 27^\circ - \sin 27^\circ}$
C. \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 上的投影向量为 $\frac{2\sqrt{5}+1}{8}\overrightarrow{AC}$
D. $\cos \angle BAC$ 是方程 $4x^3+2x^2-3x=1$ 的一个实根

12. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 且 $\forall x, y \in \mathbf{R}, f(xy) = 2f(x)f(y) - x^2y^2$, 则

- A. $f(x)$ 的最大值可能为 0
B. $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递减
C. $f(x)$ 的最小值可能为 0
D. $h(x) = f(x) + \sin x$ 可能只有两个非负零点

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 写出一个满足下列两个条件的复数: $z = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

① z^2 的实部为 5; ② z 的虚部不为 0.

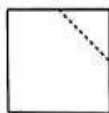
14. 已知随机变量 X 满足 $P(X=1)=P(X=2)=0.4, P(X=4)=0.2$, 则 $E(X) = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$,

$D(X) = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$. (本题第一空 3 分, 第二空 2 分)

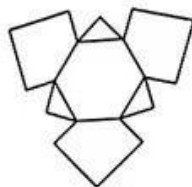
15. 右图为一个开关阵列, 每个开关只有“开”和“关”两种状态, 按其中一个开关 1 次, 将导致自身和所有相邻(上、下相邻或左、右相邻)的开关改变状态. 若从这十六个开关中随机选两个不同的开关先后各按 1 次(例如: 先按(1,1), 再按(4,4)), 则(2,3)和(4,1)的最终状态都未发生改变的概率为 $\frac{1}{4}$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

16. 将 3 个 $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ 的正方形都沿其中的一对邻边的中点剪开, 每个正方形均分成两个部分, 如图(1)所示, 将这 6 个部分接于一个边长为 $3\sqrt{2}\text{ cm}$ 的正六边形上, 如图(2)所示. 若该平面图沿着正六边形的边折起, 围成一个七面体, 则该七面体的体积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^3$.



图(1)



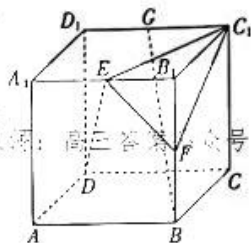
图(2)

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别为 A_1B_1, BB_1, C_1D_1 的中点.

- 过 BG 作该正方体的截面, 使得该截面与平面 C_1EF 平行, 写出作法, 并说明理由;
- 求直线 DE 与平面 C_1EF 所成角的正弦值.



18. (12 分)

已知函数 $f(x) = 4\sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 在 $[\frac{\pi}{6}, \pi]$ 上单调递减.

- 求 ω 的最大值;
- 若 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{3\pi}{2}, 0)$ 中心对称, 且 $f(x)$ 在 $[-\frac{9\pi}{20}, m]$ 上的值域为 $[-2, 4]$, 求 m 的取值范围.

19. (12 分)

某体育馆将要举办一场文艺演出, 以演出舞台为中心, 观众座位依次向外展开共有 10 排, 从第 2 排起每排座位数比前一排多 4 个, 且第三排共有 49 个座位.

- 设第 n 排座位数为 a_n ($n=1, 2, \dots, 10$), 求 a_n 及观众座位的总个数;
- 已知距离演出舞台最远的第 10 排的演出门票的价格为 500 元/张, 每往前推一排, 门票单价为其后一排的 1.1 倍, 若门票售罄, 试问该场文艺演出的门票总收入为多少元? (取 $1.1^{10} = 2.594$)

.(12分)

2022年12月份以来,全国多个地区纷纷采取不同的形式发放多轮消费券,助力消费复苏.记发放的消费券额度为 x (百万元),带动的消费为 y (百万元).某省随机抽查的一些城市的数据如下表所示.

x	3	3	4	5	5	6	6	8
y	10	12	13	18	19	21	24	27

(1)根据表中的数据,请用相关系数说明 y 与 x 有很强的线性相关关系,并求出 y 关于 x 的线性回归方程.

(2)(i)若该省A城市在2023年2月份准备发放一轮额度为10百万元的消费券,利用(1)中求得的线性回归方程,预计可以带动多少消费?

(ii)当实际值与估计值的差的绝对值与估计值的比值不超过10%时,认为发放的该轮消费券助力消费复苏是理想的.若该省A城市2月份发放额度为10百万元的消费券后,经过一个月的统计,发现实际带动的消费为30百万元,请问发放的该轮消费券助力消费复苏是否理想?若不理想,请分析可能存在的原因.

$$\text{参考公式: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

当 $|r| > 0.75$ 时,两个变量之间具有很强的线性相关关系.

参考数据: $\sqrt{35} \approx 5.9$.

.(12分)

已知函数 $f(x) = 3x^4 + \frac{4}{x^3} (x > 0)$.

(1)求 $f(x)$ 的最小值.

(2)若 $f(x_1) = f(x_2)$,且 $x_1 < x_2$.证明:

(i) $x_1^3 + (2 - x_1)^3 < x_1^4 + (2 - x_1)^4$;

(ii) $x_1 + x_2 > 2$.

.(12分)

已知等轴双曲线 C 的中心为坐标原点 O ,焦点在 x 轴上,且焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{2}$.

(1)求 C 的方程;

(2)若 C 上有两点 P, Q 满足 $\angle POQ = 45^\circ$,证明: $\frac{1}{|OP|^4} + \frac{1}{|OQ|^4}$ 是定值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

