2022～2023 学年新乡高三第二次模拟考试
数学参考答案(文科)

1. C　因为 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$,$B=\{x|0<x<3\}$,所以 $A\cup B=[0,3)$.

2. B　$z=2i(1+i)=-2+2i$,所以 z 的虚部为 2.

3. D　因为 $a=2^{0.1}>1$,$0<b=\log_{0.2}0.3<1$,$c=\log_2 0.3<0$,所以 $a>b>c$.

4. C　由题可知,取到的数的绝对值小于$\frac{1}{2}$的概率为$\frac{1}{4}$.

5. A　由题意知 $F(1,0)$,设 $P(x_0,y_0)$.因为 $Q(5,0)$,$\triangle PQF$ 的面积为 $4\sqrt{3}$,所以 $|y_0|=2\sqrt{3}$,则 $x_0=3$,所以 $|PF|=x_0+\frac{p}{2}=4$.

6. A　设 $a_n=An+B$,所以 $a_{n+1}=An+A+B$,所以 $a_n+2a_{n+1}=3An+2A+3B$.因为 $a_n+2a_{n+1}=6n+1$,所以 $\begin{cases}3A=6,\\2A+3B=1,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}A=2,\\B=-1,\end{cases}$ 则 $a_n=2n-1$,所以 $S_{20}=20\times1+\frac{20\times(20-1)}{2}\times2=400$.

7. B　作图略.A 选项中,$BM/\!/B_1N$,所以直线 BM 与平面 CNQ 不平行.
B 选项中,将平面 CNQ 延展到平面 $ACNQ$,因为 $BM/\!/AQ$,所以直线 BM 与平面 CNQ 平行.
C 选项中,将平面 CNQ 延展到平面 $BCNQ$,则直线 BM 与平面 CNQ 相交于点 B.
D 选项中,假设直线 BM 与平面 CNQ 平行,过点 M 作 CQ 的平行线交 A_1B_1 于点 D,则点 D 是在 A_1B_1 上靠近点 B_1 的四等分点,显然 BD 与 QN 不平行,假设错误,所以直线 BM 与平面 CNQ 不平行.

8. A　因为 $f(x+2)=-f(x)$,所以 $f(x)$的周期为 4.又 $f(x-\frac{1}{2})$为偶函数,所以 $f(x)$的图象关于直线 $x=-\frac{1}{2}$对称,则 $f(2023)=f(-1)=f(0)=0$.

9. D　由题可知,$S=\sin(-\frac{\pi}{4})\sin\frac{\pi}{4}+\sin\frac{\pi}{8}\sin\frac{3\pi}{8}=-\frac{1}{2}+\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}-2}{4}$.

10. B　过点 P 作 $PM\perp AB$,垂足为 M(图略).若 M 在线段 AB 或 AB 的延长线上,则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AB}|\cdot\cos\angle PAB=|AM||AB|$,由图可知,$|\overrightarrow{AM}||\overrightarrow{AB}|$的取值范围为$[0,6]$.若 M 在线段 AB 的反向延长线上,则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AB}|\cos\angle PAB=-|AM||AB|$,由图可知,$|\overrightarrow{AM}||\overrightarrow{AB}|$的取值范围为$[-2,0)$.故$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$的取值范围为$[-2,6]$.

11. C　$f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})$,因为 $f(x)$在$(0,\frac{\pi}{3})$上存在零点,所以$\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{3}>\pi$,解得 $\omega>2$.又 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4})$ 上单调,所以 $\frac{T}{2}\geqslant\frac{\pi}{4}$,即 $\frac{\pi}{\omega}\geqslant\frac{\pi}{4}$,解得 $0<\omega\leqslant4$,则 $2<\omega\leqslant4$,则 $\begin{cases}\frac{4\pi}{3}<\frac{\omega\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{7\pi}{3},\\\frac{11\pi}{6}<\frac{3\omega\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{10\pi}{3},\end{cases}$ 则 $\begin{cases}\frac{\omega\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\geqslant\frac{3\pi}{2},\\\frac{3\omega\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{5\pi}{2},\end{cases}$ 解得$\frac{7}{3}\leqslant\omega\leqslant\frac{26}{9}$.

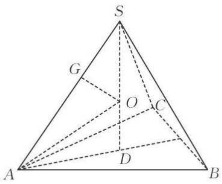
12. B　根据对称性,因为$\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BP}$,不妨设点 $B(am,bm)$,$m>0$,所以 $A(\frac{am-c}{2},\frac{bm}{2})$.由$\frac{bm}{am-c}=-\frac{b}{a}$,解得 $m=\frac{c}{2a}$.由$\begin{cases}x_P-am=\frac{1}{4}(am+c),\\y_P-bm=\frac{1}{4}bm,\end{cases}$ 得$\begin{cases}x_P=\frac{5am}{4}+\frac{c}{4}=\frac{7c}{8},\\y_P=\frac{5bm}{4}=\frac{5bc}{8a},\end{cases}$ 则$\frac{49c^2}{64a^2}-\frac{25c^2}{64a^2}=1$,则$\frac{c^2}{a^2}=\frac{8}{3}$,故 E 的离心率为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

13. $y=x+1$　因为 $f(x)=x+\cos x$,所以 $f'(x)=1-\sin x$,则 $f(0)=1$,$f'(0)=1$,故 $f(x)$的图象在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=x+1$.

14.8　设$\{a_n\}$的公比为q,因为$a_1+a_2=3,a_3-a_2=2$,所以$\frac{1+q}{q^2-q}=\frac{3}{2}$,解得$q=2$或$q=-\frac{1}{3}$(舍去),则$a_1=1$,$a_4=8$.

15.2;$\frac{3}{5}$　应从高中生中抽取$\frac{2500}{2500+3750}\times5=2$人,记为$A,B$,则应从初中生中抽取3人,记为$a,b,c$.从这5人中任意选取2人为组长,总事件包括$AB,Aa,Ab,Ac,Ba,Bb,Bc,ab,ac,bc$,共10种情况,其中初中生和高中生各有1人为组长的事件包括Aa,Ab,Ac,Ba,Bb,Bc,共6种情况,故所求的概率$P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

16.$\sqrt{2}$　如图,设O为正四面体$S-ABC$的内切球球心,也是外接球球心,D为$\triangle ABC$的外心,$OG\perp SA$,垂足为G.易知$AD=\frac{4\sqrt{3}}{3},SD=\frac{4\sqrt{6}}{3}$.因为$SO=AO$,所以$SO^2=(SD-SO)^2+AD^2$,解得$SO=\sqrt{6}$.因为$\sin\angle ASD=\frac{AD}{SA}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,所以$\frac{OG}{SO}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,解得$OG=\sqrt{2}$,即该四面体内切球的球心到其一条侧棱的距离为$\sqrt{2}$.



17.解:(1)因为$\sum_{i=1}^{5}r_i=30.5$,所以$\bar{r}=\frac{30.5}{5}=6.1$. ………… 1分

又$\bar{t}=\frac{1+2+3+4+5}{5}=3,\sum_{i=1}^{5}t_ir_i=98.1$, ………… 2分

所以$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}t_ir_i-5\bar{t}\bar{r}}{\sum_{i=1}^{5}t_i^2-5\bar{t}^2}=\frac{98.1-5\times3\times6.1}{55-5\times3^2}=0.66$, ………… 4分

$\hat{a}=\bar{r}-\hat{b}\bar{t}=6.1-0.66\times3=4.12$. ………… 5分

故r关于t的线性回归方程为$\hat{r}=0.66t+4.12$. ………… 6分

(2)由(1)可知,当$t=8$时,$\hat{r}=0.66\times8+4.12=9.4<10$, ………… 8分

当$t=9$时,$\hat{r}=0.66\times9+4.12=10.06>10$. ………… 10分

故估计该零件使用8年后需要进行报废处理. ………… 12分

18.(1)证明:在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,由$BC\perp AC$,得$BC\perp$平面ACC_1A_1,则$BC\perp AC_1$. ………… 1分

因为$AB=4,AC=BC$,所以$AC=2\sqrt{2}$. ………… 2分

又D是AA_1的中点,$AA_1=4$,所以$\frac{AD}{AC}=\frac{CA}{CC_1}$,所以$\triangle ADC\backsim\triangle CAC_1$,则$AC_1\perp CD$. ………… 4分

因为$BC\cap CD=C$,所以$AC_1\perp$平面BCD. ………… 6分

(2)解:由题可知,$V_{B-AC_1D}=\frac{1}{3}S_{\triangle AC_1D}\cdot BC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=\frac{8}{3}$. ………… 8分

因为$AC_1=\sqrt{AC^2+CC_1^2}=2\sqrt{6},BC_1=\sqrt{BC^2+CC_1^2}=2\sqrt{6}$, ………… 9分

所以$S_{\triangle ABC_1}=\frac{1}{2}AB\sqrt{AC_1^2-\frac{AB^2}{4}}=4\sqrt{5}$. ………… 10分

设点D到平面ABC_1的距离为d,由$V_{D-ABC_1}=V_{B-AC_1D}$,得$\frac{4\sqrt{5}}{3}d=\frac{8}{3}$, ………… 11分

解得$d=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,即点D到平面ABC_1的距离为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$. ………… 12分

19.解:(1)因为$BD=2,DE=EC=1,\angle BAD=\angle CAE$,

所以$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle AEC}}=\frac{\frac{1}{2}AB\cdot AD\cdot\sin\angle BAD}{\frac{1}{2}AC\cdot AE\cdot\sin\angle EAC}=\frac{AB\cdot AD}{AC\cdot AE}=\frac{2}{1}$, ………… 2分

$\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ADC}}=\frac{\frac{1}{2}AB\cdot AE\cdot\sin\angle BAE}{\frac{1}{2}AC\cdot AD\cdot\sin\angle DAC}=\frac{AB\cdot AE}{AC\cdot AD}=\frac{3}{2}$, ………… 4分

故$\dfrac{AB^2}{AC^2}=3$,即$\dfrac{AB}{AC}=\sqrt{3}$, ………… 5分

则在$\triangle ABC$中,根据正弦定理可得,$\dfrac{\sin\angle ACB}{\sin\angle ABC}=\dfrac{AB}{AC}=\sqrt{3}$. ………… 6分

(2)设$AC=x$,则$AB=\sqrt{3}x$,由$\begin{cases}x+\sqrt{3}x>4,\\ \sqrt{3}x-x<4,\end{cases}$解得$2(\sqrt{3}-1)<x<2(\sqrt{3}+1)$. ………… 7分

在$\triangle ABC$中,$\cos\angle ABC=\dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\dfrac{x^2+8}{4\sqrt{3}x}$, ………… 8分

则$\sin^2\angle ABC=1-\cos^2\angle ABC=\dfrac{-x^4+32x^2-64}{48x^2}$. ………… 9分

$S^2_{\triangle ABC}=(\dfrac{1}{2}AB\cdot BC\sin\angle ABC)^2=\dfrac{-x^4+32x^2-64}{4}=\dfrac{-(x^2-16)^2+192}{4}$. ………… 10分

由$2(\sqrt{3}-1)<x<2(\sqrt{3}+1)$,得$16-8\sqrt{3}<x^2<16+8\sqrt{3}$, ………… 11分

则$0<S^2_{\triangle ABC}\leqslant 48$,故$\triangle ABC$面积的取值范围为$(0,4\sqrt{3}]$. ………… 12分

20.(1)解:因为$f(x)=x^2\ln x$,所以$f'(x)=2x\ln x+x=x(2\ln x+1)$. ………… 1分

由$f'(x)=0$,得$x=e^{-\frac{1}{2}}$. ………… 2分

当$x\in(0,e^{-\frac{1}{2}})$时,$f'(x)<0$;当$x\in(e^{-\frac{1}{2}},+\infty)$时,$f'(x)>0$. ………… 3分

故$f(x)$的单调递减区间为$(0,e^{-\frac{1}{2}})$,单调递增区间为$(e^{-\frac{1}{2}},+\infty)$. ………… 5分

(2)证明:$f(x)\geqslant x-1$等价于$\ln x-\dfrac{x-1}{x^2}\geqslant 0$. ………… 7分

令函数$g(x)=\ln x-\dfrac{x-1}{x^2}$,则$g'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{2-x}{x^3}=\dfrac{x^2+x-2}{x^3}$. ………… 8分

当$x\in(0,1)$时,$g'(x)<0$,$g(x)$单调递减;当$x\in(1,+\infty)$时,$g'(x)>0$,$g(x)$单调递增. ………… 10分

故$g(x)\geqslant g(1)=0$,即$f(x)\geqslant x-1$. ………… 12分

21.解:(1)由题可知$\begin{cases}2a=4,\\ \dfrac{ab}{2}=\sqrt{3},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ ………… 2分

解得$\begin{cases}a=2,\\ b=\sqrt{3},\\ c=1,\end{cases}$ ………… 3分

故椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ………… 4分

(2)由题可知,直线l的斜率一定存在,设l的方程为$y=k(x-2)+3$,$P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,

联立方程组$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1,\\ y=k(x-2)+3,\end{cases}$消去$y$整理得$(3+4k^2)x^2+8k(3-2k)x+16k^2-48k+24=0$. ………… 5分

$\Delta=[8k(3-2k)]^2-4(3+4k^2)(16k^2-48k+24)=32(18k-9)>0$,解得$k>\dfrac{1}{2}$,

$x_1+x_2=\dfrac{8k(2k-3)}{3+4k^2}$,$x_1x_2=\dfrac{16k^2-48k+24}{3+4k^2}$. ………… 7分

直线AQ的方程为$y=\dfrac{y_2}{x_2-2}(x-2)$,令$x=x_1$,得$y=\dfrac{y_2(x_1-2)}{x_2-2}$,即点$M$的坐标为$(x_1,\dfrac{y_2(x_1-2)}{x_2-2})$,则点$N$的坐标为$(x_1,\dfrac{x_1y_2+x_2y_1-2y_1-2y_2}{2(x_2-2)})$. ………… 9分

直线AN的斜率$k_{AN}=\dfrac{x_1y_2+x_2y_1-2y_1-2y_2}{2(x_1-2)(x_2-2)}=\dfrac{2kx_1x_2+(3-4k)(x_1+x_2)+8k-12}{2x_1x_2-4(x_1+x_2)+8}$

$=\frac{2k(16k^2-48k+24)+(3-4k)(16k^2-24k)+(8k-12)(3+4k^2)}{2(16k^2-48k+24)-4(16k^2-24k)+8(3+4k^2)}=\frac{-36}{72}=-\frac{1}{2}$. ························ 11 分

故直线 AN 的斜率为定值,且该定值为 $-\frac{1}{2}$. ························ 12 分

22. 解:(1)因为 $x=\frac{2-2t}{1+t}=\frac{4}{1+t}-2\neq-2$ ························ 1 分

所以 C_1 的普通方程为 $mx-4y+2m=0(x\neq-2)$. ························ 3 分

因为 $\rho=2\cos\theta$,所以 $\rho^2=2\rho\cos\theta$, ························ 4 分

故 C_2 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-2x=0$. ························ 5 分

(2)因为 C_1 与 C_2 有公共点,且点 $(-2,0)$ 不在 C_2 上,所以 $\frac{|3m|}{\sqrt{m^2+16}}\leqslant1$, ························ 8 分

解得 $-\sqrt{2}\leqslant m\leqslant\sqrt{2}$,故 m 的取值范围为 $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$. ························ 10 分

23. 解:(1)因为 $a=1$,所以 $f(x)=|2x-1|+|x-3|$.

当 $x\geqslant3$ 时,原不等式转化为 $3x-4\leqslant4$,不等式无解. ························ 2 分

当 $\frac{1}{2}<x<3$ 时,原不等式转化为 $x+2\leqslant4$,解得 $\frac{1}{2}<x\leqslant2$. ························ 3 分

当 $x\leqslant\frac{1}{2}$ 时,原不等式转化为 $-3x+4\leqslant4$,解得 $0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$. ························ 4 分

综上所述,不等式 $f(x)\leqslant4$ 的解集为 $[0,2]$. ························ 5 分

(2)因为 $f(x)-|x-\frac{a}{2}|=|x-\frac{a}{2}|+|x-3a|\geqslant|\frac{5a}{2}|$,所以 $f(x)\geqslant|x-\frac{a}{2}|+a^2+1$ 恒成立等价于 $|\frac{5a}{2}|\geqslant a^2+1$. ························ 7 分

当 $a\geqslant0$ 时,则 $\frac{5a}{2}\geqslant a^2+1$,解得 $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant2$. ························ 8 分

当 $a<0$ 时,则 $-\frac{5a}{2}\geqslant a^2+1$,解得 $-2\leqslant a\leqslant-\frac{1}{2}$. ························ 9 分

综上所述,a 的取值范围为 $[-2,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{1}{2},2]$. ························ 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。