

绝密★启用前

试卷类型：A

2018年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

本试卷共4页，23小题，满分150分。考试用时120分钟。

- 注意事项：1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

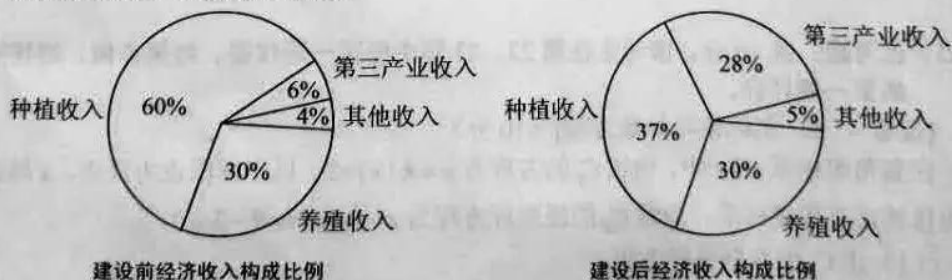
1. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ ，则 $|z| =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$ ，则 $\complement_{\mathbb{R}} A =$

- A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
C. $\{x | x < -1\} \cup \{x | x > 2\}$ D. $\{x | x \leq -1\} \cup \{x | x \geq 2\}$

3. 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番。为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



则下面结论中不正确的是

- A. 新农村建设后，种植收入减少
B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

理科数学试题 A 第1页（共4页）

1

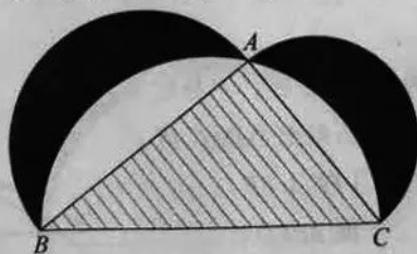
官方微信公众号：zizzsw

官方网站：www.zizzs.com

咨询热线：010-5601 9830

微信客服：zizzs2018

4. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $3S_3 = S_2 + S_4$, $a_1 = 2$, 则 $a_5 =$
A. -12 B. -10 C. 10 D. 12
5. 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为
A. $y = -2x$ B. $y = -x$ C. $y = 2x$ D. $y = x$
6. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB} =$
A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
7. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如右图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为
A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{5}$
C. 3 D. 2
8. 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过点 $(-2,0)$ 且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M, N 两点, 则 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} =$
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$ $g(x) = f(x) + x + a$. 若 $g(x)$ 存在 2 个零点, 则 a 的取值范围是
A. $[-1,0)$ B. $[0,+\infty)$ C. $[-1,+\infty)$ D. $[1,+\infty)$
10. 下图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形. 此图由三个半圆构成, 三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC , 直角边 AB , AC . $\triangle ABC$ 的三边所围成的区域记为 I, 黑色部分记为 II, 其余部分记为 III. 在整个图形中随机取一点, 此点取自 I, II, III 的概率分别记为 p_1, p_2, p_3 , 则



- A. $p_1 = p_2$ B. $p_1 = p_3$ C. $p_2 = p_3$ D. $p_1 = p_2 + p_3$

理科数学试题 A 第 2 页 (共 4 页)

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$, O 为坐标原点, F 为 C 的右焦点, 过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M, N . 若 $\triangle OMN$ 为直角三角形, 则 $|MN| =$

A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. 4

12. 已知正方体的棱长为 1, 每条棱所在直线与平面 α 所成的角都相等, 则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0, \\ x - y + 1 \geq 0, \\ y \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为_____.

14. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_n = 2a_n + 1$, 则 $S_6 =$ _____.

15. 从 2 位女生, 4 位男生中选 3 人参加科技比赛, 且至少有 1 位女生入选, 则不同的选法共有_____种. (用数字填写答案)

16. 已知函数 $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$, 则 $f(x)$ 的最小值是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $AB = 2$, $BD = 5$.

(1) 求 $\cos \angle ADB$;

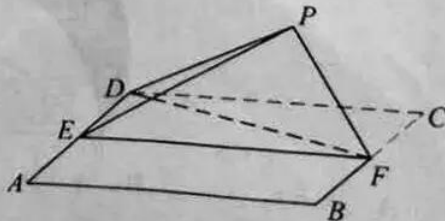
(2) 若 $DC = 2\sqrt{2}$, 求 BC .

18. (12 分)

如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, E, F 分别为 AD, BC 的中点, 以 DF 为折痕把 $\triangle DFC$ 折起, 使点 C 到达点 P 的位置, 且 $PF \perp BF$.

(1) 证明: 平面 $PEF \perp$ 平面 $ABFD$;

(2) 求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值.



理科数学试题 A 第 3 页 (共 4 页)

19. (12 分)

设椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为 F , 过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 点 M 的坐标为 $(2, 0)$.

- (1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 AM 的方程;
- (2) 设 O 为坐标原点, 证明: $\angle OMA = \angle OMB$.

20. (12 分)

某工厂的某种产品成箱包装, 每箱 200 件, 每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验, 如检验出不合格品, 则更换为合格品. 检验时, 先从这箱产品中任取 20 件作检验, 再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验. 设每件产品为不合格品的概率都为 p ($0 < p < 1$), 且各件产品是否为不合格品相互独立.

- (1) 记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为 $f(p)$, 求 $f(p)$ 的最大值点 p_0 .
- (2) 现对一箱产品检验了 20 件, 结果恰有 2 件不合格品, 以 (1) 中确定的 p_0 作为 p 的值. 已知每件产品的检验费用为 2 元, 若有不合格品进入用户手中, 则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用.
 - (i) 若不对该箱余下的产品作检验, 这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为 X , 求 EX ;
 - (ii) 以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据, 是否该对这箱余下的所有产品作检验?

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x + a \ln x$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 , 证明: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < a - 2$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho \cos \theta - 3 = 0$.

- (1) 求 C_2 的直角坐标方程;
- (2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;
- (2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注