

机密★启用前 [考试时间:2022年12月27日下午3:00—5:00]

乐山市高中 2023 届第一次调查研究考试

文科数学

(本试卷共 4 页, 满分 150 分。考试时间 120 分钟)

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

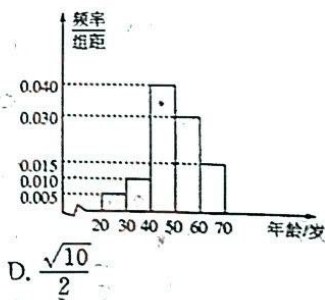
一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | -3 < x < 1\}$, $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{-3, -2, -1\}$ B. $\{-3, -2, -1, 0\}$
C. $\{-2, -1, 0\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1\}$

2. 为了了解乐山大佛景区暑假游客年龄情况, 大佛管委会对不同年龄段的游客人数进行了统计, 并整理得到如下的频率分布直方图。已知 20 岁到 70 岁的游客人数共约 200 万, 则年龄在 $[50, 60]$ 的游客人数约为

- A. 6 万 B. 60 万
C. 8 万 D. 80 万



3. 设复数 z 满足 $z = \frac{1+2i}{1-i}$, 则 $|\bar{z}| =$

- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

4. 已知直线 m, n 和平面 α, β, γ , 则下列命题正确的是

- A. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$ B. 若 $m \subset \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \beta$
C. 若 $m \parallel n, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$ D. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma, \alpha \cap \beta = l$, 则 $l \perp \gamma$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 前 n 项和为 S_n , 则“ $d > 0$ ”是“ $S_2 + S_4 > 2S_3$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

高三文科数学试题 第 1 页 (共 4 页)

6. 青海省龙羊峡水电站大坝为重力拱坝(如图 1),其形状如同曲池(如图 2).《九章算术》指出,曲池是上下底面皆为扇环形状的水池,设其上底面扇环的内外弧长分别为 c_1, c_2 , 内外径之差为 a_1 , 下底面扇环的内外弧长分别为 d_1, d_2 , 内外径之差为 a_2 , 高为 h , 则曲池体积公式为 $V = \frac{1}{6}[(2a_1 + a_2)b_1 + (2a_2 + a_1)b_2]h$, 其中 $b_1 = \frac{c_1 + c_2}{2}, b_2 = \frac{d_1 + d_2}{2}$. 已知龙羊峡水电站大坝的上底面内外弧长分别为 360m 和 380m, 内外半径分别为 250m 和 265m; 下底面内外弧长分别为 50m 和 70m, 内外半径差为 80m, 高为 180m. 则浇筑龙羊峡大坝需要的混凝土约为(结果四舍五入)

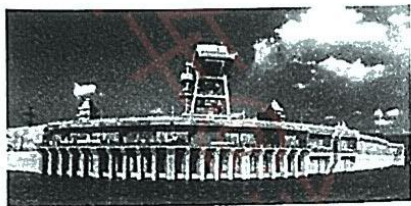


图 1

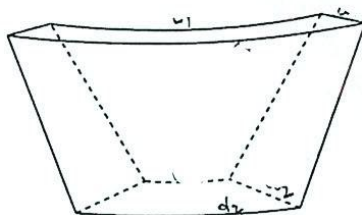


图 2

- A. $1.3 \times 10^6 \text{ m}^3$ B. $1.4 \times 10^6 \text{ m}^3$ C. $1.5 \times 10^6 \text{ m}^3$ D. $1.6 \times 10^6 \text{ m}^3$
7. 已知正数 x, y 满足 $9x + y = 4$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
8. 已知函数 $f(x) = \lg(\sqrt{1+x^2} - x) + \frac{2}{x}$, 则函数 $f(x)$ 的大致图象为
- A

B

C

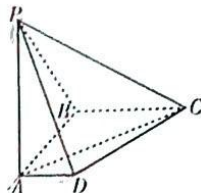
D
9. 已知 $\tan(\alpha + \beta) = 3, \tan\beta = 2$, 则 $\cos 2\alpha =$
A. $\frac{24}{25}$ B. $-\frac{24}{25}$ C. $\frac{7}{25}$ D. $-\frac{7}{25}$
10. 已知 $10^{0.4771} \approx 3, 10^{0.301} \approx 2$, 设 $M = 15^{10}$, 则 M 所在的区间为
A. $(10^9, 10^{10})$ B. $(10^{10}, 10^{11})$ C. $(10^{11}, 10^{12})$ D. $(10^{12}, 10^{13})$
11. 已知 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}$, 满足 $f(a) < f(-a)$, 则 a 的取值范围是
A. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
C. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ D. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$
12. 已知 $a = \sin 0.1, b = 0.1, c = \frac{1}{2} \ln \frac{11}{9}$, 则
A. $c > a > b$ B. $c > b > a$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 满足 $AD \parallel BC$, 且 $AD = \frac{1}{2}BC$,

$PA = AB = BC = 1$, 三角形 PAC 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- (1) 画出平面 PAB 和平面 PCD 的交线, 并说明理由;
- (2) 求点 B 到平面 PCD 的距离.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - x - 1, a \in \mathbb{R}$

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立,

① 求 a 的取值范围;

② 设 $n \in \mathbb{N}^*$, 证明: $\sum_{i=1}^n \ln\left[1 + \frac{2^i}{(2^i+1)(2^{i+1}+1)}\right] < \frac{1}{3}$.

请考生在第 22—23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分)

以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sin\theta$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若 P 是 C 上一动点, $A(1, \frac{\pi}{2}), B(2, \frac{\pi}{6})$, 作线段 BP 的中垂线交直线 AP 于点 Q , 求点 Q 的轨迹方程.

23. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = 2|x+1| - |2x+3|$.

(1) 求 $f(x)$ 的最大值 m ;

(2) 若正数 a, b, c 满足 $abc = m$, 证明: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$.

二、填空题:本大题共 4 小题;每小题 5 分,共 20 分.

13. 向量 $a=(1,2), b=(-2,1)$, 则 $a \cdot (2b-a) =$ _____.

14. 抛物线 $y^2=2px (p>0)$ 上一点 $M(2, y)$ 到焦点 F 的距离 $|MF|=5$, 则抛物线的方程为 _____.

15. 函数 $f(x)=\frac{1}{x-1}-\sin\pi x$ 在 $[-1, 3]$ 上所有零点之和为 _____.

16. 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AB=BD=CD=\sqrt{3}, BC=AD=2$, 沿 BD 将 $\triangle ABD$ 折起, 使得 $\triangle ABC$ 与 $\triangle BAD$ 全等, 则四面体 $ABCD$ 外接球球心到平面 ABC 的距离为 _____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前三项和为 15, 等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项积为 64, 且 $a_1=b_1=2$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = \begin{cases} a_n, & n \text{ 为奇数} \\ \sqrt{b_n}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 20 项和.

18. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + \sin^2 x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最大值和最小正周期;

(2) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , S 为 $\triangle ABC$ 的面积. 若 $f(\frac{B}{2}) = -\frac{1}{4}$ 且 $b = \sqrt{3}$, 求 $\sqrt{3}\cos A \cos C - S$ 的值.

19. (本小题满分 12 分)

某班在一次班会课上推出了一项趣味活动: 在一个箱子里放入 4 个完全相同的小球, 小球上分别标注有 1、2、3、4 号码. 参加活动的学生有放回地摸两次球, 每次摸 1 个, 并分别记录下球的号码数字 x, y . 奖励规则如下:

①若 $xy \leq 3$, 则奖励笔记本 1 本; ②若 $xy \geq 8$, 则奖励水杯 1 个; ③其余情况奖励饮料 1 瓶.

(1) 求小王获得笔记本的概率;

(2) 试分析小王获得水杯与获得饮料, 哪一个概率大?

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

