2020～2021 学年度高三第六次联考·文科数学
参考答案、提示及评分细则

1. A　∵$P=\{x|x\geqslant1\}$，$Q=\{x|y=\ln(4-x^2)\}=\{x|-2<x<2\}$，∴$P\cap Q=\{x|1\leqslant x<2\}$. 故选 A.

2. C　∵$z(1-i)=i-2$，∴$z=\frac{i-2}{1-i}$，∴$|z|=\frac{|i-2|}{|1-i|}=\left|-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i\right|=\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$. 故选 C.

3. B　“$\exists x_0\in\mathbf{R}$，使得$\frac{2}{x_0}+\ln x_0\leqslant0$”的否定是“$\forall x\in\mathbf{R}$，$\frac{2}{x}+\ln x>0$”. 故选 B.

4. A　令 $a_n=a_1q^{n-1}$，则 $a_1\times(a_1q^2)\times(a_1q^{10})=8$，所以 $a_1^3q^{12}=8$，所以 $a_1q^4=2$，所以 $a_2a_8=a_1q\times a_1q^7=a_1^2q^8=(a_1q^4)^2=4$.

5. D　据题设分析知，$y=2020^{-\frac{x}{2}}$在区间$(0,+\infty)$上单调递减. 故选 D.

6. B　据题设分析知，只有“若 $m\perp\beta$，$m/\!/\alpha$，则 $\alpha\perp\beta$”为真命题. 故选 B.

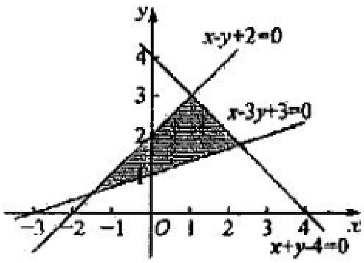
7. D　据题意，得$\frac{1}{2}\times2\times\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，解得 $C=45^\circ$或 $C=135^\circ$. 故选 D.

8. C　据题意，得$\frac{a^2+b^2}{a^2}=\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^2$，所以$\left(\frac{b}{a}\right)^2=\frac{1}{9}$，所以所求双曲线渐近线的方程为 $y=\pm\frac{1}{3}x$. 故选 C.

9. C　据题意，得 $\lambda a=(3\lambda,100\lambda)=(3\lambda,2\mu)$，所以 $2\mu=100\lambda$，所以$\frac{\lambda}{\mu}=\frac{1}{50}$. 故选 C.

10. B　据流程图分析知，输出 x 的值为 8. 故选 B.

11. A　令 $z=4x+8y$，得 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{8}$. 画出不等式组$\begin{cases}x-y+2\geqslant0,\\x+y-4\leqslant0,\\x-3y+3\leqslant0\end{cases}$表示的平面区域如图阴影部分所示，分析知，当 $x=1$，$y=3$ 时，z 取得最大值，且 $z_{max}=4\times1+8\times3=28$. 故选 A.



12. B　据题设知，直线 $l:y=-2x+p$. 据$\begin{cases}y=-2x+p,\\y^2=2px,\end{cases}$得 $4x^2-6px+p^2=0$. 设 $M(x_M,y_M)$，$N(x_N,y_N)$，则 $x_M+x_N=-\frac{-6p}{4}=\frac{3p}{2}$. 又 $|MN|=\frac{5}{2}$，所以 $x_M+\frac{p}{2}+x_N+\frac{p}{2}=\frac{5p}{2}=\frac{5}{2}$，所以 $p=1$，所以所求抛物线的方程是 $y^2=2x$. 故选 B.

13. $\frac{1}{2}$　据题意，得 $f(-1)=-f(1)=-(1+a)=-\frac{3}{2}$，所以 $a=\frac{1}{2}$.

14. $3e^2x-y-2e^2=0$　∵$y=xe^{2x}$，∴$y'=(2x+1)e^{2x}$，∴当 $x=1$ 时，$y'=3e^2$. 又当 $x=1$ 时，$y=e^2$，∴函数 $y=xe^{2x}$的图象在点$(1,m)$处切线的方程为 $y-e^2=3e^2(x-1)$，即 $3e^2x-y-2e^2=0$.

15. 4π　据题意，得 $\sqrt{R^2+R^2+R^2}=\sqrt{3}$，所以 $R^2=1$，所以所求球的表面积 $S=4\pi R^2=4\pi$.

16. $[-\sqrt{7},\sqrt{7}]$　据题设知，圆 $x^2+y^2=4$ 与圆$(x-a)^2+(y-3)^2=4$ 存在公共点，所以 $0\leqslant\sqrt{a^2+3^2}\leqslant4$，解得 $-\sqrt{7}\leqslant a\leqslant\sqrt{7}$.

17. 解：(1)∵$S_n=n^2-n$，

∴当 $n=1$ 时，$S_1=1^2-1$，即 $a_1=0$；……………………………… 1 分

当 $n\geqslant2$ 时，$S_{n-1}=(n-1)^2-(n-1)$，……………………………… 2 分

∴$S_n-S_{n-1}=(n^2-n)-[(n-1)^2-(n-1)]$，

∴$a_n=2n-2(n\geqslant2)$. ……………………………… 4 分

验证知，当 $n=1$ 时，也成立. ……………………………… 5 分

综上，$a_n=2n-2$. ……………………………… 6 分

(2)据(1)求解知,$a_n=2n-2$.

又 $a_n+\log_3 n=\log_3 b_n$,

$\therefore 2n-2+\log_3 n=\log_3 b_n$,

$\therefore b_n=n\times 9^{n-1}$, …… 8分

$\therefore$数列$\{b_n\}$的前 n 项和 $T_n=1\times 9^0+2\times 9^1+3\times 9^2+\cdots+n\times 9^{n-1}$, …… 9分

$\therefore 9T_n=1\times 9^1+2\times 9^2+3\times 9^3+\cdots+n\times 9^n$,

$\therefore T_n-9T_n=1\times 9^0+1\times 9^1+1\times 9^2+1\times 9^3+\cdots+1\times 9^{n-1}-n\times 9^n$, …… 10分

$\therefore -8T_n=\dfrac{1\times(1-9^n)}{1-9}-n\times 9^n$, …… 11分

$\therefore T_n=\dfrac{1+(8n-1)\times 9^n}{64}$. …… 12分

18. 解:(1)据题意,得$(0.010+m+m+0.030+0.025+0.005)\times 10=1$, …… 2分

所以 $m=0.015$. …… 4分

(2)成绩在范围$[60,80)$的学生人数 $n=20\times(0.015\times 10)+20\times(0.030\times 10)=9$(人) …… 6分

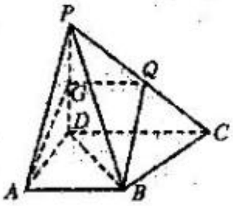
成绩在范围$[70,80)$的学生人数 $q=20\times(0.030\times 10)=6$(人). …… 8分

从 9 个学生中随机抽取 2 个学生的方法数为$\dfrac{8\times(1+8)}{2}=36$(种), …… 10分

从 6 个学生中随机抽取 2 个学生的方法数为$\dfrac{5\times(1+5)}{2}=15$(种), …… 11分

所以所求的概率 $p=\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}$. …… 12分

19. 证明:(1)取 PD 的中点为 G,分别连接 AG,QG. …… 1分



又因为 Q 为 PC 的中点,所以 $GQ/\!/DC$,且 $GQ=\dfrac{1}{2}DC$. …… 2分

又因为 $AB/\!/DC$,$DC=2AB$,

所以 $GQ/\!/AB$,$GQ=AB$, …… 3分

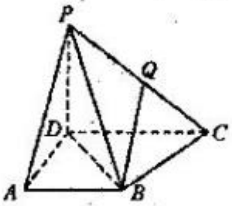
所以四边形 $ABQG$ 是平行四边形, …… 4分

所以 $BQ/\!/AG$. …… 5分

又 $BQ\not\subset$平面 PAD,$AG\subset$平面 PAD,

所以 $BQ/\!/$平面 PAD. …… 6分

解:(2)因为在四边形 $ABCD$ 中,$AB/\!/DC$,$AD\perp DC$,$DC=2AB$,



所以点 B 在线段 CD 的垂直平分线上.

又因为 $BC=\sqrt{2}$,$BC\perp BD$,

所以 $BD=BC=\sqrt{2}$, …… 7分

所以$\triangle BCD$ 的面积 $S=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$. …… 8分

设点 S 到平面 $ABCD$ 的距离为 h,

所以$\dfrac{1}{3}\times 1\times h=\dfrac{2}{3}$, …… 10分

所以 $h=2$, …… 11分

又 $PD\perp$平面 $ABCD$,

所以点 S 在线段 PC 上靠近点 P 的三等分点处. …… 12分

20. 解:(1)因为以椭圆 C 的顶点为顶点的四边形面积是 $4\sqrt{3}$,

所以 $4\times\dfrac{1}{2}ab=4\sqrt{3}$,即 $ab=2\sqrt{3}$. …… 1分

又因为$\dfrac{a^2-b^2}{a^2}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$, …… 2分

所以 $a^2=4, b^2=3$, …… 3分

所以所求椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. …… 4分

(2)若直线 l 的斜率不存在,则据 $\begin{cases} x=1, \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=1, \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1, \\ y=-\frac{3}{2}. \end{cases}$ …… 5分

不妨设 $A\left(1,\frac{3}{2}\right)$, $B\left(1,-\frac{3}{2}\right)$,于是 $3|AB|-4|AF|\times|BF|=3\times\left[\frac{3}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)\right]-4\times\frac{3}{2}\times\left|-\frac{3}{2}\right|=0$,即 $3|AB|=4|AF|\times|BF|$; …… 6分

若直线 l 的斜率存在,设其方程为 $y=k(x-1)$.

据 $\begin{cases} \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1, \\ y=k(x-1), \end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+(4k^2-12)=0$. …… 7分

设 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$,则 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2}$, $x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$, …… 8分

所以 $3|AB|=3\times\sqrt{1+k^2}\times\sqrt{(x_2+x_1)^2-4x_1x_2}=\frac{36(1+k^2)}{3+4k^2}$, …… 9分

$4|AF|\times|BF|=4\times\sqrt{(x_1-1)^2+y_1^2}\times\sqrt{(x_2-1)^2+y_2^2}$

$=4\times\sqrt{(x_1-1)^2+k^2(x_1-1)^2}\times\sqrt{(x_2-1)^2+k^2(x_2-1)^2}$

$=4\times(1+k^2)\times|x_1-1|\times|x_2-1|$

$=4\times(1+k^2)\times|x_1x_2-(x_1+x_2)+1|$

$=4\times(1+k^2)\times\left|\frac{4k^2-12}{3+4k^2}-\frac{8k^2}{3+4k^2}+1\right|$

$=\frac{36(1+k^2)}{3+4k^2}$. …… 11分

综上,$3|AB|=4|AF|\times|BF|$. …… 12分

21. 解:(1)$\because f(x)=2x-2\ln x+a$,

$\therefore f'(x)=2-\frac{2}{x}=\frac{2x-2}{x}$. …… 1分

当 $x\in(0,1)$ 时,$f'(x)<0$,$f(x)$ 单调递减; …… 2分

当 $x\in(1,+\infty)$ 时,$f'(x)>0$,$f(x)$ 单调递增. …… 3分

(2)据题意,得 $a>2+\frac{2\ln x}{1-x}$ 对任意的 $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 成立. …… 5分

设 $h(x)=2+\frac{2\ln x}{1-x}\left(x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)\right)$,则 $h'(x)=\frac{\frac{2}{x}-2+2\ln x}{(1-x)^2}$. …… 6分

令 $m(x)=\frac{2}{x}-2+2\ln x\left(x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)\right)$,则 $m'(x)=-\frac{2}{x^2}+\frac{2}{x}=\frac{-2+2x}{x^2}$. …… 7分

当 $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 时,$m'(x)<0$,$m(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 上单调递减.

又当 $x=\frac{1}{2}$ 时,$m(x)>0$,

所以当 $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 时,$m(x)>0$,

即当 $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 时,$h'(x)>0$, …… 9分

所以 $h(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 上单调递增, …… 10分

所以 $h(x)<h\left(\frac{1}{2}\right)$

$=2-4\ln 2$，…… 11分

故 $a\geqslant 2-4\ln 2$，即所求实数 a 的取值范围是 $[2-4\ln 2,+\infty)$. …… 12分

22. 解：(1)直线 l 的普通方程为 $x+y-4=0$. …… 2分

由 $\rho=6\cos\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$，得 $\rho^2=6\rho\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\frac{1}{2}\sin\theta\right)$，…… 3分

所以 $\rho^2=3\sqrt{3}\rho\cos\theta+3\rho\sin\theta$，…… 4分

故曲线 C 的直角坐标方程为 $\left(x-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=9$. …… 5分

(2)据(1)求解知，曲线 C：$\left(x-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=9$.

令 $x-\frac{3\sqrt{3}}{2}=3\sin\theta$，$y-\frac{3}{2}=3\cos\theta$，…… 6分

则 $x+y=3\sin\theta+3\cos\theta+\frac{3\sqrt{3}+3}{2}=3\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{3\sqrt{3}+3}{2}$，…… 8分

所以 $x+y$ 的取值范围是 $\left[\frac{3\sqrt{3}-6\sqrt{2}+3}{2},\frac{3\sqrt{3}+6\sqrt{2}+3}{2}\right]$. …… 10分

23. 解：(1)∵ $f(x)<0$，

∴ $|2x+1|-|2x-2|<0$，…… 1分

∴ $(2x+1)^2<(2x-2)^2$，…… 3分

∴ $12x<3$，…… 4分

∴ $x<\frac{1}{4}$，即所求不等式的解集为 $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)$. …… 5分

(2)∵ $f(x)=|2x+1|-|2x-2|$，

∴ $f(x)_{max}=3$. …… 7分

又 $f(x)\leqslant a-2$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 成立，则 $3\leqslant a-2$，…… 9分

解得 $a\geqslant 5$，故实数 a 的取值范围是 $[5,+\infty)$. …… 10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》