

绝密★启用前



高三数学考试(理科)

(考试时间:120分钟 试卷满分:150分)

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | -12 < 4x < 8\}$, $B = \{x | \frac{1}{x} < 1\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $(-3, 0)$
- B. $(-3, 2)$
- C. $(1, 2)$
- D. $(-3, 0) \cup (1, 2)$

2. 青少年近视情况日益严重,为了解情况,现从某校抽取部分学生,用对数视力表检查视力情况, A 组和 B 组数据结果用茎叶图记录(如图所示),其中茎表示个位数,叶表示十分位数,对于这两组数据,下列结论正确的是

- A. 两组数据的中位数相等
- B. 两组数据的极差相等
- C. 两组数据的平均数相等
- D. 两组数据的众数相等

A		B	
2	10	5	02
8	7666640	4	24458889

3. 在四面体 ABCD 中, $\triangle BCD$ 为正三角形, AB 与平面 BCD 不垂直,则

- A. AB 与 CD 可能垂直
- B. A 在平面 BCD 内的射影可能是 B
- C. AB 与 CD 不可能垂直
- D. 平面 ABC 与平面 BCD 不可能垂直

4. 若 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数,则下列函数是奇函数的是

- A. $y = f(2^x + 2^{-x})$
- B. $y = f(2^{-x} - x)$
- C. $y = f(2^x - 2^{-x})$
- D. $y = f(2^x + x)$

5. 设圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 与 y 轴交于 A, B 两点(A 在 B 的上方),过 B 作圆 O 的切线 l ,若动点 P 到 A 的距离等于 P 到 l 的距离,则动点 P 的轨迹方程为

- A. $x^2 = 8y$
- B. $x^2 = 16y$
- C. $y^2 = 8x$
- D. $y^2 = 16x$

6. 已知随机变量 X 的分布列为

X	t	2-t	t ²	6
P	0.3	0.2	0.2	0.3

若 t 在 $[-1, 2]$ 内变化,当 X 的数学期望取得最小值时, $t =$

- A. -0.15
- B. -0.25
- C. 0.15
- D. 0.25

姓名 _____
班级 _____
题 答 要 不 内 线 封 密

7. 若一个等比数列的首项为 $\frac{1}{4}$, 公比为 2, S 是该等比数列前 10 项之和, S' 是该等比数列前 10 项的倒数之和, 则 $\frac{S}{S'}$ =

- A. 16 B. 32 C. 64 D. 128

8. 已知函数 $f(x) = x^4 - x$ 的图象在原点 O 处的切线与在点 $A(1, 0)$ 处的切线的交点为 P , 则 $\tan \angle OPA =$

- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{9}{2}$

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 则 " $(\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C)(\sin^2 B + \sin^2 C - \sin^2 A)(\sin^2 C + \sin^2 A - \sin^2 B) > 0$ " 是 " $\triangle ABC$ 为锐角三角形" 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 已知 A, B, C 为椭圆 D 上的三点, AB 为长轴, $AB = 7, AC = 3, \angle BAC = 60^\circ$, 则 D 的离心率是

- A. $\frac{2}{11}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{11}$ C. $\frac{3}{11}$ D. $\frac{\sqrt{22}}{11}$

11. 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x), g(x)$ 的导函数都存在, 且 $f(x) > xf'(x) - x^2 g'(x)$, 则必有

- A. $2g(2) + 2f(1) > f(2) + 2g(1)$ B. $2g(2) + 2f(1) < f(2) + 2g(1)$
C. $4g(2) + 2f(1) > f(2) + 4g(1)$ D. $4g(2) + 2f(1) < f(2) + 4g(1)$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 共有 m 项, $a_1 = 111, a_2 = 217$, 且当 $n \in \mathbb{N}^+, 3 \leq n \leq m$ 时, $a_n = a_{n-2} - \frac{n-p}{a_{n-1}}$, 当项数 m 的最大值为 220 时, 常数 p 的值为

- A. $\frac{109}{110}$ B. $\frac{108}{109}$ C. $\frac{110}{109}$ D. $\frac{109}{108}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

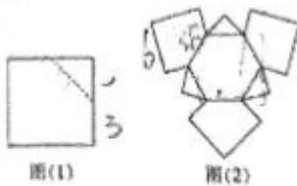
13. 写出一个满足下列两个条件的复数: $z =$ \blacktriangle
① z^2 的实部为 5; ② z 的虚部不为 0.

14. 已知两个单位向量 a, b 满足 $a + \frac{1}{2}b$ 与 $a - 7b$ 垂直, 则 $a \cdot b =$ \blacktriangle .

15. 右图为一个开关阵列, 每个开关只有“开”和“关”两种状态, 按其中一个开关 1 次, 将导致自身和所有相邻(上、下相邻或左、右相邻)的开关改变状态. 若从这十六个开关中随机选两个不同的开关先后各按 1 次(例如: 先按 $(1, 1)$, 再按 $(4, 4)$), 则 $(2, 3)$ 和 $(4, 1)$ 的最终状态都未发生改变的概率为 \blacktriangle .

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

16. 将 3 个 $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ 的正方形都沿其中的一对邻边的中点剪开, 每个正方形均分成两个部分, 如图(1)所示, 将这 6 个部分接于一个边长为 $3\sqrt{2} \text{ cm}$ 的正六边形上, 如图(2)所示. 若该平面图沿着正六边形的边折起, 围成一个七面体, 则该七面体的体积为 $\blacktriangle \text{ cm}^3$; 若在该七面体内放置一个小球, 则小球半径的最大值为 $\blacktriangle \text{ cm}$. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

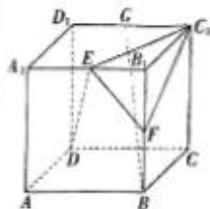


三、解答题:共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

如图,在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别为 A_1B_1, BB_1, C_1D_1 的中点.



- (1)过 BG 作该正方体的截面,使得该截面与平面 C_1EF 平行,写出作法,并说明理由;
- (2)求直线 DE 与平面 C_1EF 所成角的正弦值.

18. (12 分)

已知函数 $f(x)=4\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})$ ($\omega>0$) 在 $[\frac{\pi}{6}, \pi]$ 上单调递减.

- (1)求 ω 的最大值;
- (2)若 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{3\pi}{2}, 0)$ 中心对称,且 $f(x)$ 在 $[-\frac{9\pi}{20}, m]$ 上的值域为 $[-2, 4]$, 求 m 的取值范围.

19. (12 分)

2022 年 12 月份以来,全国多个地区纷纷采取不同的形式发放多轮消费券,助力消费复苏.记发放的消费券额度为 x (百万元),带动的消费为 y (百万元).某省随机抽查的一些城市的数据如下表所示.

x	3	3	4	5	5	6	6	8
y	10	12	13	18	19	21	24	27

- (1)根据表中的数据,请用相关系数说明 y 与 x 有很强的线性相关关系,并求出 y 关于 x 的线性回归方程.
- (2)(i)若该省 A 城市在 2023 年 2 月份准备发放一轮额度为 10 百万元的消费券,利用(1)中求得的线性回归方程,预计可以带动多少消费?
(ii)当实际值与估计值的差的绝对值与估计值的比值不超过 10% 时,认为发放的该轮消费券助力消费复苏是理想的.若该省 A 城市 2 月份发放额度为 10 百万元的消费券后,经过一个月的统计,发现实际带动的消费为 30 百万元,请问发放的该轮消费券助力消费复苏是否理想?若不理想,请分析可能存在的原因.

$$\text{参考公式: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

当 $|r| > 0.75$ 时,两个变量之间具有很强的线性相关关系.

参考数据: $\sqrt{35} \approx 5.9$.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = 3x^4 + \frac{4}{x^2} (x > 0)$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小值.

(2) 若 $f(x_1) = f(x_2)$, 且 $x_1 < x_2$, 证明:

(i) $x_1^2 + (2-x_1)^2 < x_1^4 + (2-x_1)^4$;

(ii) $x_1 + x_2 > 2$.

21. (12分)

已知等轴双曲线 C 的中心为坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 且焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{2}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 若 C 上有两点 P, Q 满足 $\angle POQ = 45^\circ$, 证明: $\frac{1}{|OP|^4} + \frac{1}{|OQ|^4}$ 是定值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在极坐标系中, 圆 C 的圆心在极轴上, 半径为 2, 且圆 C 经过极点.

(1) 求圆 C 的极坐标方程;

(2) 若 P 为圆 C 上的动点, 过 P 作直线 $\rho \sin \theta = -3, \rho \cos \theta = -1$ 的垂线, 垂足分别为 A, B , 求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x-a| + |x-b| (-1 < a < b)$.

(1) 若 $a=1, b=2$, 证明: $f(x) \geq \sin x$.

(2) 记集合 $A = \{x | f(x) < a+b+2\}, B = \{x | |2x-a-b| < a+b+2\}$, 试判断 A 与 B 的关系, 并说明理由.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

