

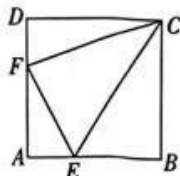
数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 < 0\}$, $B = \{y | y = \sqrt{x+1}\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $[-1, 2)$ B. $[0, 2)$ C. $[1, 2)$ D. $[0, 3)$
2. 设 $(1+i)z = 3+i$, 则 $|z| =$
 A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{7}$ C. 3 D. $\sqrt{10}$
3. 《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽之作,书中称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥,则直角圆锥侧面展开图的圆心角的弧度数为
 A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ C. $\sqrt{2}\pi$ D. $2\sqrt{2}\pi$
4. 设 $a = \log_5 3$, $b = e^{-1}$, $c = \log_{16} 9 \cdot \log_{27} 8$, 则 a, b, c 的大小关系为
 A. $c < a < b$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $b < c < a$
5. 已知函数 $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$, 则 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 上
 A. 单调递增 B. 单调递减
 C. 先增后减 D. 先减后增
6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比的平方不为 1, $b_n \in \mathbf{N}^*$, 则“ $\{a_{b_n}\}$ 是等比数列”是“ $\{b_n\}$ 是等差数列”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 如图,在正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是边 AB, AD 上的点, $3AE = 2BE$, $\angle ECF = \frac{\pi}{4}$, 则
 A. $AD = \frac{3}{2}DF$ B. $AD = 2DF$
 C. $AD = 3DF$ D. $AD = 4DF$



8. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 若三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $3\sqrt{3}$, 则该三棱柱外接球表面积的最小值为 来源: 高三答案公众号

- A. 12π B. 6π C. 16π D. 8π

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

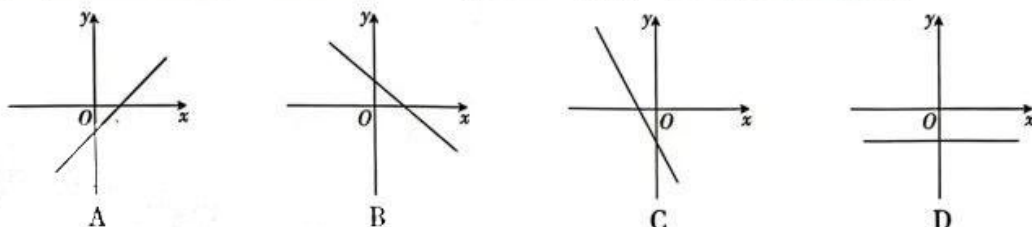
9. 某校抽取了某班 20 名学生的化学成绩, 并将他们的成绩制成如下所示的表格.

成绩	60	65	70	75	80	85	90
人数	2	3	3	5	4	2	1

下列结论正确的是

- A. 这 20 人成绩的众数为 75 B. 这 20 人成绩的极差为 30
C. 这 20 人成绩的 25% 分位数为 65 D. 这 20 人成绩的平均数为 75

10. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $xf'(x) - f(x) = 1$, 则 $y = f(x)$ 的图象可能为



11. 存在函数 $f(x)$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(g(x)) = x$, 则函数 $g(x)$ 不可能为

- A. $\cos x$ B. $\begin{cases} -x^2, & x \geq 0, \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$
C. $x^3 - x$ D. $e^x - e^{-x}$

12. 设双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F, M(0, 3b)$, 若直线 l 与 E 的右支交于 A, B 两点, 且 F 为 $\triangle MAB$ 的重心, 则

- A. E 的离心率的取值范围为 $(\frac{\sqrt{13}}{3}, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$
B. E 的离心率的取值范围为 $(\frac{2\sqrt{13}}{7}, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$
C. 直线 l 斜率的取值范围为 $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup (-\sqrt{6}, -\frac{2\sqrt{13}}{9})$
D. 直线 l 斜率的取值范围为 $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup (-\sqrt{6}, -\frac{2\sqrt{13}}{3})$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知单位向量 a, b, c 满足 $a + b + 2c = 0$, 则 $a \cdot b =$ \blacktriangle .

14. 现有 6 个三好学生名额, 计划分到三个班级, 则恰有一个班没有分到三好学生名额的概率为 \blacktriangle .

15. 写出一条与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 和曲线 $y = x^2 + 5$ 都相切的直线的方程: \blacktriangle .

16. 在正四棱锥 $S-ABCD$ 中, M 为 SC 的中点, 过 AM 作截面将该四棱锥分成上、下两部分, 记上、下两部分的体积分别为 V_1, V_2 , 则 $\frac{V_2}{V_1}$ 的最大值是 \blacktriangle .

四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \dots + (2n-1)a_n = n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 已知 $c_n = \begin{cases} \frac{1}{19a_n}, & n \text{ 为奇数,} \\ a_n a_{n+2}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 求数列 $\{c_n\}$ 的前 20 项和.

18. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $a \cos(B-C) = (2\sqrt{3}c \sin B - a) \cos A$.

(1) 求角 A ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,且外接圆的半径为 $\sqrt{3}$,求 $\frac{b^2+a^2}{b}$ 的取值范围.

19. (12 分)

某学校食堂中午和晚上都会提供 A, B 两种套餐(每人每次只能选择其中一种),经过统计分析发现:学生中午选择 A 类套餐的概率为 $\frac{2}{3}$,选择 B 类套餐的概率为 $\frac{1}{3}$;在中午选择 A 类套餐的前提下,晚上还选择 A 类套餐的概率为 $\frac{1}{4}$,选择 B 类套餐的概率为 $\frac{3}{4}$;在中午选择 B 类套餐的前提下,晚上选择 A 类套餐的概率为 $\frac{1}{2}$,选择 B 类套餐的概率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 若同学甲晚上选择 A 类套餐,求同学甲中午也选择 A 类套餐的概率;

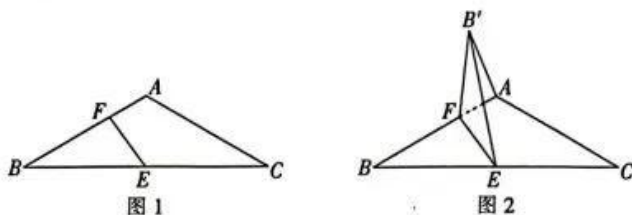
(2) 记某宿舍的 4 名同学在晚上选择 B 类套餐的人数为 X ,假设每名同学选择何种套餐是相互独立的,求 X 的分布列及数学期望.

20. (12分)

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$, E 为 BC 的中点, F 为 AB 上一点, 且 $EF \perp AB$. 现将 $\triangle BEF$ 沿 EF 翻折到 $\triangle B'EF$, 如图 2.

(1) 证明: $EF \perp AB'$.

(2) 已知二面角 $B'-EF-A$ 为 $\frac{\pi}{3}$, 在棱 AC 上是否存在点 M , 使得直线 BC 与平面 $B'MF$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$? 若存在, 确定 M 的位置; 若不存在, 请说明理由.



21. (12分)

已知 F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点, 且 $P(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 C 上, PF 垂直于 x 轴.

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 过点 F 的直线 l 交椭圆 C 于 A, B (异于点 P) 两点, D 为直线 l 上一点. 设直线 PA, PD, PB 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 , 若 $k_1 + k_3 = 2k_2$, 证明: 点 D 的横坐标为定值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = ae^x - bx - c (0 < a < 1, b > 0)$.

(1) 若 $a=b$, 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个零点, 且 $x_1 > x_2$, 证明: $\frac{e^{x_1}}{a} + \frac{e^{x_2}}{1-a} > \frac{4b}{a}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线