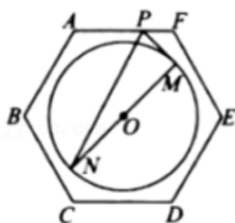


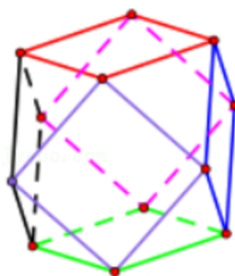
## 2022 山东平邑一中实验班高三数学开学测试题

### 一. 选择题 (共 8 小题)

- 已知集合  $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$ ,  $B = \{y | y \leq m\}$ , 若  $A \cup B = B$ , 则  $m$  的取值范围是 ( )  
 A.  $(-\infty, -1)$     B.  $(-\infty, -1]$     C.  $[2, +\infty)$     D.  $(2, +\infty)$
- 已知  $2z + \bar{z} = 6 + i$  ( $i$  为虚数单位), 则  $z =$  ( )  
 A.  $2 + i$     B.  $2 - i$     C.  $1 + i$     D.  $1 - i$
- 某学校为了了解新高考背景下学生的选科情况, 从本校选择“物理、化学、生物”、“物理、化学、地理、物理、生物、政治”三种组合共 600 名学生中, 采用分层抽样的方法选取 20 名学生作为样本. 已知选“物理、化学、生物”组合的学生有 240 人. 且选“物理、生物、政治”组合的人数是选“物理、化学、地理”组合的  $\frac{1}{3}$ , 那么样本中选“物理、化学、生物”组合的学生比选“物理、生物、政治”组合的学生多 ( )  
 A. 4 人    B. 5 人    C. 6 人    D. 7 人
- 如图正六边形  $ABCDEF$  的边长为 4, 圆  $O$  的圆心为正六边形的中心, 半径为 3. 若点  $P$  在正六边形的边上运动,  $MN$  为圆  $O$  的直径, 则  $\vec{PM} \cdot \vec{PN}$  的取值范围是 ( )



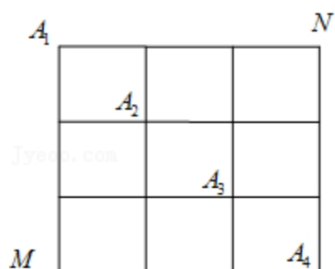
- A.  $[3, 7]$     B.  $[6, 10]$     C.  $[8, 12]$     D.  $[12, 16]$
- 由 6 个正方形和 8 个等边三角形围成的多面体如图所示, 已知如图中正方形的边长与等边三角形的边长都为  $2\sqrt{2}$ , 则该几何体的体积为 ( )



- A. 32                      B.  $32\sqrt{2}$                       C.  $\frac{160}{3}$                       D. 64
6. 已知函数  $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$  ( $x \in \mathbf{R}$ ), 下面结论错误的是 ( )
- A. 函数  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$
- B. 函数  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上是增函数
- C. 函数  $f(x)$  的图象关于直线  $x=0$  对称
- D. 函数  $f(x)$  是偶函数
7. 设  $F_1, F_2$  是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右焦点, 若椭圆上存在一点  $P$ , 使  $(\vec{OP} + \vec{OF}_2) \cdot \vec{PF}_2 = 0$  ( $O$  为坐标原点), 且  $2|\vec{PF}_1| = 3|\vec{PF}_2|$ , 则椭圆的离心率为 ( )
- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{13}}{5}$                       C.  $\frac{\sqrt{13}}{25}$                       D.  $\frac{4}{7}$
8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2(x-1), & x \leq 1 \\ |x-2| - 1, & x > 1 \end{cases}$ , 若函数  $y=f(x)$  的图象与  $g(x) = \log_a x$  ( $a > 1$ ) 的图象有 3 个交点, 则  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $(1, +\infty)$                       B.  $(1, e^2)$                       C.  $(\sqrt{e}, +\infty)$                       D.  $(1, \sqrt{e})$

二. 多选题 (共 4 小题)

9. 设正实数  $a, b$  满足  $a+b=1$ , 则 ( )
- A.  $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} \geq 9$                       B.  $2^a + 2^b > 3$
- C.  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  有最大值  $\sqrt{2}$                       D.  $a^2 + b^2$  有最小值  $\frac{1}{2}$
10. 已知函数  $f(x) = \frac{3}{2}\sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$ , 则下列选项正确的有 ( )
- A.  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$
- B. 曲线  $y=f(x)$  关于点  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  中心对称
- C.  $f(x)$  的最大值为  $\sqrt{3}$
- D. 曲线  $y=f(x)$  关于直线  $x = \frac{\pi}{6}$  对称
11. 如图, 在某城市中,  $M, N$  两地之间有整齐的方格形道路网, 其中  $A_1, A_2, A_3, A_4$  是道路网中位于一条对角线上的 4 个交汇处, 今在道路网  $M, N$  处的甲、乙两人分别要到  $N, M$  处, 他们分别随机选择一条沿街的最短路径, 以相同的速度同时出发, 直到到达  $N, M$  处为止, 则下列说法正确的是 ( )



- A. 甲从  $M$  必须经过  $A_2$  到达  $N$  处的方法有 9 种
- B. 甲乙两人在  $A_2$  处相遇的概率为  $\frac{81}{100}$
- C. 甲、乙两人相遇的概率为  $\frac{41}{100}$
- D. 甲从  $M$  处到达  $N$  处的方法有 120 种
12. 已知抛物线  $x^2=8y$  的焦点为  $F$ ,  $P$  为抛物线上一动点, 直线  $l$  交抛物线于  $A, B$  两点, 点  $M(2, 4)$ , 则下列说法正确的是 ( )
- A. 存在直线  $l$ , 使得  $A, B$  两点关于  $x+y-2=0$  对称
- B.  $|PM|+|PF|$  的最小值为 6
- C. 当直线  $l$  过焦点  $F$  时, 以  $AF$  为直径的圆与  $x$  轴相切
- D. 若分别以  $A, B$  为切点的抛物线的两条切线的交点在准线上, 则  $A, B$  两点的纵坐标之和的最小值为 4

三. 填空题 (共 4 小题)

13. 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $S_2=2a_1+2$ ,  $a_5=4a_3$ , 则数列  $\{a_n\}$  中不超过 2021 的所有项的和为 \_\_\_\_\_.
14. 请写出与函数  $f(x) = e^{2x} - 1$  的图象在点  $(0, 0)$  处具有相同切线的一个函数  $g(x) =$  \_\_\_\_\_.
15. 点  $P$  是直线  $y=kx-4$  上一动点, 过点  $P$  作圆  $C: x^2+y^2-2y=0$  的两条切线  $PA, PB$ , 其中  $A, B$  为切点, 若四边形  $PACB$  面积的最小值为 2, 则实数  $k$  的值为 \_\_\_\_\_.
16. 若  $(x+2)^{2022} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2022}x^{2022}$ , 则  $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2022}$  被 4 除得的余数为 \_\_\_\_\_.

四. 解答题 (共 6 小题)

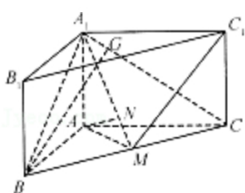
17. 已知  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  的对边, 且  $\sqrt{3}a \sin C = c \cos A + c$ .
- (1) 求  $A$ ;
- (2) 在 ①  $\triangle ABC$  的面积为  $\sqrt{3}$ , ②  $\triangle ABC$  的周长为  $6+2\sqrt{3}$ , ③  $\frac{c-1}{\cos B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 这三个条件

中任选一个，补充在下面问题中，若问题中的三角形存在，求  $B$  的值；若问题中的三角形不存在，说明理由。

问题：已知  $b=2$ ，\_\_\_.

18. 如图，在侧棱垂直于底面的三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中， $AB=AC=\frac{2\sqrt{3}}{3}AA_1=\frac{\sqrt{3}}{3}BC$ ， $M$  是线段  $BC$  的中点， $N$  是线段  $A_1M$  靠近点  $M$  的四等分点，点  $G$  在线段  $A_1C$  上.

- (1) 求证： $AN \perp BG$ ；  
(2) 求二面角  $B - A_1M - C_1$  的正弦值.



19. 已知无穷数列  $\{a_n\}$ ，对于任意给定的正整数  $t$ ，设不等式  $a_n - a_t \geq t^*(n-t)$  对任意  $n \in \mathbb{N}^*$  恒成立时  $t^*$  的取值集合为  $T(t)$ .

- (1)  $a_n = n^2$ ，求集合  $T(2)$ ；  
(2) 若  $\{a_n\}$  为等差数列，公差为  $d$ ，求  $T(t)$ ；  
(3) 若对任意  $t \geq 2$ ， $t \in \mathbb{N}^*$ ， $T(t)$  均为相同的单元素集合，证明：数列  $\{a_n\}$  为等差数列.

20. 已知双曲线方程为  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ， $F_1, F_2$  为双曲线的左、右焦点，离心率为 2，点  $P$  为双曲线在第一象限上的一点，且满足  $\vec{PF}_1 \cdot \vec{PF}_2 = 0$ ， $|\vec{PF}_1| |\vec{PF}_2| = 6$ .

- (1) 求双曲线的标准方程；  
(2) 过点  $F_2$  作直线  $l$  交双曲线于  $A, B$  两点，则在  $x$  轴上是否存在定点  $Q(m, 0)$  使得  $\vec{QA} \cdot \vec{QB}$  为定值，若存在，请求出  $m$  的值和该定值，若不存在，请说明理由.

21. 为纪念中国共产党成立 100 周年，加深青少年对党的历史、党的知识、党的理论和路线方针的认识，激发爱党爱国热情，坚定走新时代中国特色社会主义道路的信心，某校举办了党史知识竞赛。竞赛规则是：两人一组，每一轮竞赛中，小组两人分别答 3 道题，若答对题目不少于 5 道题，则获得一个积分。已知甲乙两名同学一组，甲同学和乙同学对每道题答对的概率分别是  $p_1$  和  $p_2$ ，且每道题答对与否互不影响.

- (1) 若  $p_1 = \frac{4}{5}$ ， $p_2 = \frac{3}{4}$ ，求甲乙同学这一组在一轮竞赛中获得一个积分的概率；  
(2) 若  $p_1 + p_2 = \frac{4}{3}$ ，且每轮比赛互不影响，若甲乙同学这一组想至少获得 5 个积分，那

么理论上至少要进行多少轮竞赛?

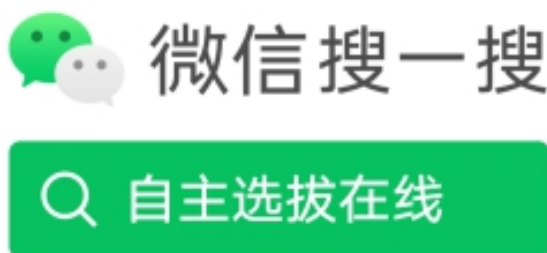
22. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a(x^2 - x + 1)$ .

- (1) 若  $a = -2$ , 求函数  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 求证: 对任意的  $a \in \mathbf{R}$ ,  $f(x)$  只有一个零点.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》