

泸州市高 2020 级第二次教学质量诊断性考试

数 学 (理科)

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分. 第 I 卷 1 至 2 页, 第 II 卷 3 至 4 页. 共 150 分. 考试时间 120 分钟.

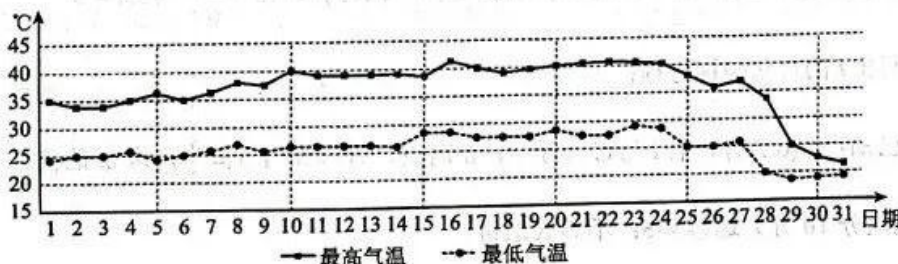
注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题的答案标号涂黑.
3. 填空题和解答题的作答: 用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚, 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
4. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交.

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 若 $z = 1 + i$, 则 $\frac{z + \bar{z}}{z}$ 的虚部是
A. -1 B. 1 C. -i D. i
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4 \leq 0\}$, $B = \{x | \sqrt{x} < 2, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{0, 1, 2\}$ B. $(0, 2)$ C. $[0, 2)$ D. $\{0, 1\}$
3. 某地区 2022 年夏天迎来近 50 年来罕见的高温极端天气, 当地气象部门统计了八月份每天的最高气温和最低气温, 得到如下图表:

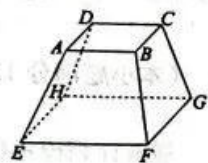


根据图表判断, 以下结论正确的是

- A. 8 月每天最高气温的极差小于 15°C
- B. 8 月每天最高气温的中位数高于 40°C
- C. 8 月前 15 天每天最高气温的方差大于后 16 天每天最高气温的方差
- D. 8 月每天最高气温的方差大于每天最低气温的方差

二诊数学 (理) 第 1 页, 共 4 页

4. 已知抛物线 $C: y^2 = 2x$ 的焦点是 F , 若点 P 是 C 上一点且横坐标为 4, 则 $|PF|$ 的值是
- A. 2 B. 4 C. $\frac{9}{2}$ D. 5
5. 已知 $(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{x}{2})^n$ 的展开式中存在常数项, 则 n 的可能取值为
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8
6. 若直线 $y = kx + 1$ 为曲线 $y = \ln x$ 的一条切线, 则实数 k 的值是
- A. e B. e^2 C. $\frac{1}{e}$ D. $\frac{1}{e^2}$
7. 已知 $\sin \beta + \cos \beta = \frac{1}{5}$, $\beta \in (0, \pi)$, 则 $\tan \beta$ 的值为
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $-\frac{3}{4}$
8. 银行储蓄卡的密码由 6 位数字组成. 某人在银行自助取款机上取钱时, 忘记了密码的最后 1 位数字, 如果记得密码的最后 1 位是偶数, 不超过 2 次就按对的概率是
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{1}{3}$
9. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点为 F , 以 F 为圆心, $\sqrt{a^2 + b^2}$ 为半径的圆与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 A, B 两点 (异于原点 O), 若四边形 $OAFB$ 为菱形, 则双曲线 C 的离心率等于
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
10. 《九章算术》中关于“刍童”(上、下底面均为矩形的棱台)体积计算的注释: 将上底面的长乘以二与下底面的长相加, 再与上底面的宽相乘, 将下底面的长乘以二与上底面的长相加, 再与下底面的宽相乘, 把这两个数值相加, 与高相乘, 再取其六分之一. 现有“刍童” $ABCD-EFGH$, 其上、下底面均为正方形, 若 $EF = 2AB = 8$, 且每条侧棱与底面所成角的正切值均为 $3\sqrt{2}$, 则该“刍童”的体积为
- A. 224 B. 448 C. $\frac{224}{3}$ D. 147
11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = 2 - f(-x)$, 且函数 $f(x+1)$ 是偶函数, 当 $x \in [-1, 0]$ 时, $f(x) = 1 - x^2$, 则 $f(\frac{2023}{5}) =$
- A. $\frac{9}{25}$ B. $\frac{16}{25}$ C. $\frac{34}{25}$ D. $\frac{41}{25}$
12. 若两个正实数 x, y 满足 $x(1 + \ln x) = ye^{y-1}$, 给出下列不等式: ① $y < x < 1$; ② $1 < x < y$; ③ $1 < y < x$; ④ $y < 1 < x$. 其中可能成立的个数为
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3





第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

注意事项:

(1)非选择题的答案必须用 0.5 毫米黑色签字笔直接答在答题卡上, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚, 答在试题卷和草稿纸上无效.

(2)本部分共 10 个小题, 共 90 分.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题纸上).

13. 在边长为 2 的正 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AC}$ 在 $\overline{AB}$ 方向上的投影是_____.

14. 写出使“函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ 为奇函数”的 φ 的一个取值_____.

15. 已知圆柱的两个底面的圆周都在表面积为 20π 的球面上, 则该圆柱的侧面积的最大值为_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 2$, $AB = 2AC$, D 为 BC 的中点, 则 $\tan \angle ADC$ 的最大值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 满足 $S_n = -\frac{3}{2}a_{n+1} + \frac{3}{2}$, 已知 $a_1 = 1$.

(I) 求 a_n ;

(II) 在① $b_n = a_n + 2\log_3 a_n + 1$; ② $b_n = a_n^2 + n + 1$ 这两个条件中任选一个作为条件, 求数列 $\{b_n\}$

的前 n 项和 T_n . 注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (本小题满分 12 分)

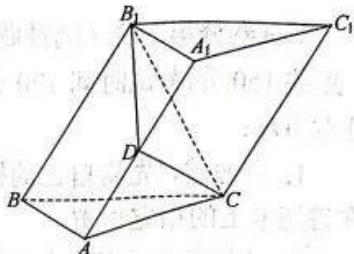
强基计划校考由试点高校自主命题, 校考过程中通过笔试后才能进入面试环节. 已知甲、乙两所大学的笔试环节都设有三门考试科目且每门科目是否通过相互独立, 若某考生报考甲大学, 每门科目通过的概率均为 $\frac{1}{2}$; 该考生报考乙大学, 每门科目通过的概率依次为 $\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, m$, 其中 $0 < m < 1$.

(I) 若 $m = \frac{2}{3}$, 分别求出该考生报考甲、乙两所大学在笔试环节恰好通过一门科目的概率;

(II) 强基计划规定每名考生只能报考一所试点高校, 若以笔试过程中通过科目数的数学期望为依据作决策, 当该考生更希望通过乙大学的笔试时, 求 m 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, $AB = AC$, 侧面 BB_1C_1C 为菱形, 且 $\angle B_1BC = 60^\circ$, 点 D 为棱 A_1A 的中点, $DB_1 = DC$, 平面 $B_1DC \perp$ 平面 BB_1C_1C . 设平面 B_1DC 与平面 ABC 的交线为 l .



(I) 求证: $l \perp$ 平面 BB_1C_1C ;

(II) 求二面角 $C-B_1D-B$ 的余弦值.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦点 $F(-1, 0)$, 点 $P(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{1}{2})$ 在椭圆 C 上.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 若过点 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 过点 F 与 l 垂直的直线与 C 交于 M, N 两点, 求 $\overline{AM} \cdot \overline{BN}$ 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - x + \ln a - 2$.

(I) 若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的一个极值点, 求 $f(x)$ 的最小值;

(II) 若函数 $g(x) = f(x) + x - \ln(x+2)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$. 以坐标原点为极点, x

轴正半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) - \sqrt{3}m = 0$.

(I) 写出 l 的直角坐标方程;

(II) 已知点 $P(0, 2m)$, 若 l 与 C 交于 A, B 两点, 且 $|PA| \cdot |PB| = \frac{3}{2}$, 求 m 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+2| + |x-m|$.

(I) 若对 $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(x) \geq 3$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围;

(II) 若 $f(x)$ 的最小值为 5, 且正数 a, b, c 满足 $a+3b+4c=m$. 求证: $a^2 + 2ab + 5b^2 + c^2 \geq \frac{1}{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线