中学生标准学术能力诊断性测试2017年12月测试

数学理科试卷

本试卷共150分，考试时间120分钟。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设全集为R，集合$A=\{x|y=\lg(x^2-1)\}$，集合$B=\{y|y=3^x,x<0\}$，则$A\cap(C_R B)$=（　　）

A. $(-1,1)$　　B. $(-\infty,-1)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

2．下列说法正确的是（　　）

A. 若命题$p:\dfrac{1}{x-1}>0$，则$\neg p:\dfrac{1}{x-1}\le 0$

B. 若$x\in R$，则“$x>1$”是“$\dfrac{1}{x}<1$”的充要条件

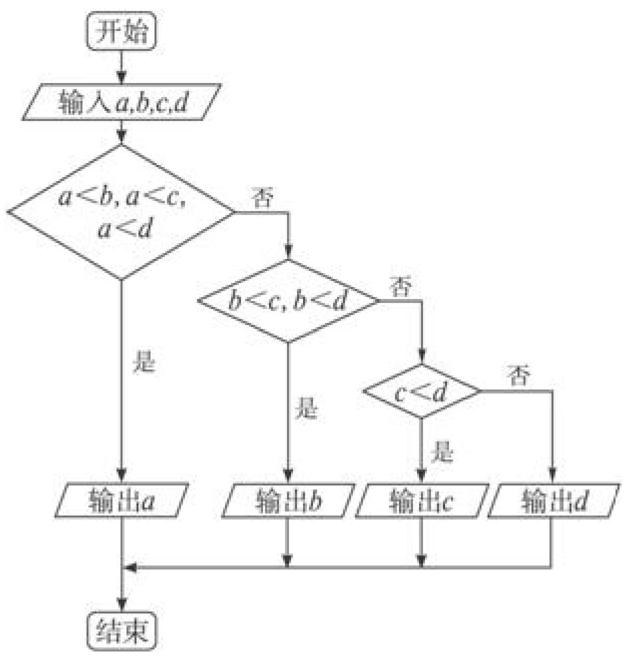
C. 命题$p:\exists n\in N,n^2>2017$的否定$\neg p:\forall n\notin N,n^2\le 2017$

D. 若$a,b\in R$，且$a+b>4$，则a,b至少有一个大于2

3．设$f(x)$是定义在R上的偶函数且$f(x+3)=f(x)$对$x\in R$恒成立，当$x\in\left[0,\dfrac{3}{2}\right]$时$f(x)=\sin\pi x$，则$f\left(\dfrac{11}{2}\right)=$（　　）

A. 1　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4．阅读如图所示的程序框图，若输入的a,b,c,d分别为$0.3^{0.2},\ln\dfrac{1}{2},\log_3\dfrac{1}{5},3^{0.2}$，则输出的结果为（　　）



A. $0.3^{0.2}$　　B. $\ln\dfrac{1}{2}$

C. $\log_3\dfrac{1}{5}$　　D. $3^{0.2}$

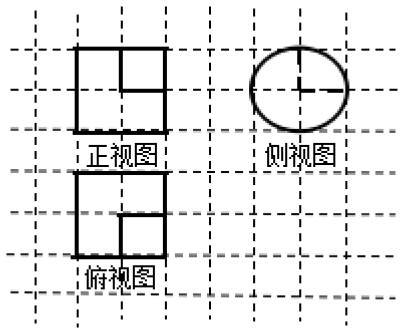
5．将三颗骰子各掷一次，记事件$A=\{$三个点数互不相同$\}$，事件$B=\{$至少出现一个2点$\}$则条件概率$P(A|B)$是（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{5}{18}$　　C. $\dfrac{60}{91}$　　D. $\dfrac{90}{216}$

6．$\left(2+\dfrac{1}{x}\right)(2+x)^5$展开式中$x^2$的系数为（　　）

A. 190　　B. 200　　C. 210　　D. 220

7．（如右图）网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为（　　）



A. 4π　　B. $\dfrac{7}{2}\pi$

C. $\dfrac{7}{4}\pi$　　D. 7π

8．设数列$\{a_n\}$满足条件$a_1=1$，$2(a_1+a_2+...+a_n)=(n+1)a_n\ (n=1,2,......)$，则数列$\{2^{a_n}-n\}$的前$n$项和为（　　）

A. $2^n-2-\dfrac{n(n+1)}{2}$　　B. $2^{n+1}-2-\dfrac{n(n+1)}{2}$

C. $2-2^n-\dfrac{n(n-1)}{2}$　　D. $2-2^{n-1}-\dfrac{n(n-1)}{2}$

9．已知点$M(4,0)$，点P在曲线$y^2=8x$上运动，点Q在曲线$(x-2)^2+y^2=1$上运动，则$\dfrac{|PM|^2}{|PQ|}$的最小值为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 4　　C. $\sqrt{5}$　　D. 6

10．将函数$f(x)=2\sin 2x$的图像向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位得到函数$g(x)$的图像。若函数$g(x)$在区间$\left[0,\dfrac{a}{3}\right]$，$\left[2a,\dfrac{7}{6}\pi\right]$单增，则实数$a$的范围为（　　）

A. $\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right]$　　B. $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]$　　C. $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right]$　　D. $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3}{8}\pi\right]$

11．$f'(x)$是定义在$(0,\pi)$上的函数$f(x)$的导函数，又有$f(x)\sin x-f'(x)\cos x<0$，$a=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}f\left(\dfrac{3}{4}\pi\right)$，$b=0$，$c=\dfrac{\sqrt{2}}{2}f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $c<a<b$

C. $b<c<a$　　D. $c<b<a$

12．设直线$y=x+m(m>0)$与y轴交于点A，与双曲线$x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$相交于点B,C，且$|AB|<|AC|$，则$\dfrac{|AC|}{|AB|}$的取值范围是（　　）

A. $\left(1,\dfrac{5}{3}\right)$　　B. $(1,3)$　　C. $\left(1,\dfrac{5}{3}\right)\cup\left(\dfrac{5}{3},3\right)$　　D. $\left(\dfrac{5}{3},3\right)$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．设向量$\vec{a},\vec{b}$是互相垂直的单位向量，向量$\lambda\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}+2\vec{b}$垂直，则实数λ的值为_______。

14．若变量x,y满足约束条件$\begin{cases}y\le x\\x+y\le 4\\y\ge k\end{cases}$，且$z=2x+y$的最小值为$-4$，则$k=$_______。

15．函数$f(x)=\sin(\pi x)$，$g(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2-2x},x\ne 1\\0,x=1\end{cases}$，则函数$h(x)=f(x)-g(x),x\in(-2,4]$的所有零点的和为_______。

16．已知正三角形ABC的边长为$6cm$，M,N分别为AB,AC的中点，将ΔAMN沿线段MN折起，求使四棱锥$A-MNCB$体积最大时，四棱锥$A-MNCB$的外接球的体积为_______。

三、解答题：共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

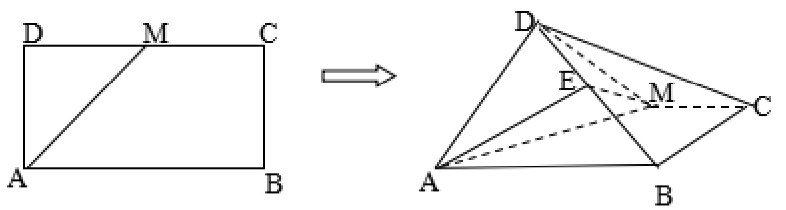
（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分） 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_2=6$，且数列$\{a_{n+1}-a_n\}$是公差为 2 的等差数列

（Ⅰ）求a_n；

（Ⅱ）记数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$的前$n$项和为$S_n$，求满足不等式$S_n>\frac{2016}{2017}$的$n$的最小值。

18.（12 分）（如图）已知长方形$ABCD$中，$AB=4$，$AD=2$，M为DC的中点，将ΔADM沿AM折起，使得平面$ADM\perp$平面$ABCM$.



（Ⅰ）求证：$AD\perp BM$；

（Ⅱ）若$\overrightarrow{DE}=\lambda\overrightarrow{EB}(\lambda>0)$，当二面角$E-AM-D$大小为$\frac{\pi}{3}$时，求$\lambda$的值。

19.（12 分）身体质量指数 BMI（简称体质指数）是目前国际上常用的衡量人体胖瘦程度以及是否健康的一个标准。现为分析胖瘦程度对空腹血糖的影响，从志愿者中随机抽取 12 名志愿者测定 BMI 值及空腹血糖 GLU 指标值（单位：mmol/L）如下表所示：

人员编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BMI 值 x	14	17	18	19	20	22	23	26	27	29	30	31
GLU 指标值 y	2.5	4.5	4.8	4.9	5.5	5.6	5.8	6.1	6.4	6.9	7.1	9.5

（Ⅰ）用变量 y 与 x 的相关系数r说明 GLU 指标值与 BMI 值的相关程度；

（Ⅱ）求 y 与 x 的线性回归方程，并预测 GLU 指标值 y=9.8 时 BMI 值 x 是多少？

（Ⅲ）根据长期研究表明，空腹血糖 GLU 指标值 y 服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，用样本平均数$\bar{y}$作为μ的估计值$\hat{\mu}$，用样本标准差s作为σ的估计值$\hat{\sigma}$。若 GLU 指标值在$(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$之外，说明血糖异常，并称落在$(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$之外的 GLU 指标值为离群值，此时，需寻找血糖异常，即产生离群值的原因。

①利用估计值判断上述数据是否需要寻找产生离群值的原因？

②剔除离群值，用剩下的数据估计 GLU 指标值的均值与标准差。（精确到 0.01）

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$；

相关系数$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$；

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{12}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=95.8$，

$\sum\limits_{i=1}^{12}(x_i-\bar{x})^2=342$，$\sum\limits_{i=1}^{12}(y_i-\bar{y})^2=\sum\limits_{i=1}^{12}y_i^2-12\bar{y}^2=31.56$

$s=\sqrt{\frac{1}{12}\left[\sum\limits_{i=1}^{12}(y_i-\bar{y})^2\right]}\approx1.6$，$\sqrt{38}\approx6.2$，$\sqrt{31.56}\approx5.6$，$\sqrt{0.6964}\approx0.83$

20.（12 分）已知动圆P在圆$E:(x+1)^2+y^2=\frac{1}{4}$外部且与圆$E$相切，同时还在圆$F:(x-1)^2+y^2=\frac{49}{4}$内部与圆$F$相切，

（Ⅰ）求动圆圆心P的轨迹C的方程；

（Ⅱ）设$A(2,0)$，过点A的直线l与轨迹C交于点B（点B不在x轴上），垂直于l的直线与l交于点M，与y轴交于点H。若$BF\perp HF$，且$\angle MOA\le\angle MAO$，求直线l斜率的取值范围。

21.（12 分）设函数$f(x)=a\ln x+\frac{2a}{x}-\frac{e^x}{x^2}$

（Ⅰ）若$a\le e$，求$f(x)$的最大值；

（Ⅱ）若函数$f(x)$在$(0,3)$内存在三个极值点，求a的取值范围。

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分。

22.（10 分）在直角坐标系xoy中，以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，半圆C的极坐标方程为：$\rho=2\sin\vartheta,\vartheta\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{3}{4}\pi\right)$

（Ⅰ）求半圆C的参数方程；

（Ⅱ）直线l与两坐标轴的交点分别为A,B，其中$A(0,-2)$，点D在半圆C上，且直线CD的倾斜角是直线l倾斜角 2 倍。若ΔABD的面积为$1+\sqrt{3}$，求点D的直角坐标。

23.（10 分）已知函数$f(x)=2|x-1|-a$，$g(x)=-|2x+m|$ $(a\in R,m\in Z)$. 若关于x不等式$g(x)\ge-1$的整数解有且仅有一个值为-4

（Ⅰ）求m的值；

（Ⅱ）若函数$y=f(x)$的图象恒在函数$y=\frac{1}{2}g(x)$的上方，求a的取值范围。

中学生标准学术能力诊断性测试
理科数学科目参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	D	A	C	C	B	C	B	B	A	D	B

二、填空题（每题 5 分）

13. -2　　14. $-\dfrac{4}{3}$　　15. 9　　16. $\dfrac{13\sqrt{39}}{2}\pi\ cm^3$

三、解答题

17. 解：（Ⅰ）$\because$数列$\{a_{n+1}-a_n\}$是首项为$a_2-a_1=4$，公差为 2 的等差数列

$\therefore a_{n+1}-a_n=2n+2$--------------------3 分

$\therefore a_2-a_1=2\times1+2$

$a_3-a_2=2\times2+2$

....

$a_n-a_{n-1}=2\times(n-1)+2(n\geq2)$

将以上各式相加得

$$a_n-a_1=2\times[1+2+3+...(n-1)]+2(n-1)=2\times\frac{(n-1)n}{2}+2n-2$$ -----------------------5 分

$\therefore a_n=n(n-1)+2n=n^2+n\ (n\geq2)\ \because a_1=2$也符合上式　$\therefore a_n=n^2+n(n\geq1)$--------6 分

（Ⅱ）$\because \dfrac{1}{a_n}=\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$ -------------------------8 分

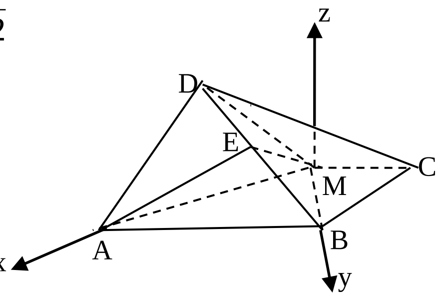
$$\therefore S_n=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+...+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=1-\frac{1}{n+1}$$ ---------------------10 分

令$S_n>\dfrac{2016}{2017}$　即　$1-\dfrac{1}{n+1}>\dfrac{2016}{2017}$　　$\therefore n>2016\ \ \because n\in N^*$

$\therefore n$的最小值为 2017---------12 分

18. （Ⅰ）证明：连接$BM\ \because AB=4$，$AM=BM=2\sqrt{2}$

$\therefore BM\perp AM$ ——————————1 分



$\because$ 平面 $ADM \perp$ 平面 $ABCM$，

平面 $ADM \cap$ 平面 $ABCM = AM$， $BM \subset$ 平面 $ABCM$，

$\therefore BM \perp$ 平面 ADM --------------------3 分

又 $\because AD \subset$ 平面 $ADM \therefore AD \perp BM$ ------------4 分

（Ⅱ）解：以 M 为原点， MA, MB 所在直线为 x 轴， y 轴，建立如图所示的空间直角坐标系

则 $M(0,0,0), A(2\sqrt{2},0,0), B(0,2\sqrt{2},0), D(\sqrt{2},0,\sqrt{2})$ ---------------5 分

设 $E(x,y,z) \because \overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{EB}$

$\therefore (x-\sqrt{2}, y, z-\sqrt{2}) = \lambda(-x, 2\sqrt{2}-y, -z)$ $\therefore \begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2}}{1+\lambda} \\ y = \dfrac{2\sqrt{2}\lambda}{1+\lambda} \\ z = \dfrac{\sqrt{2}}{1+\lambda} \end{cases}$

$\therefore E\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1+\lambda}, \dfrac{2\sqrt{2}\lambda}{1+\lambda}, \dfrac{\sqrt{2}}{1+\lambda}\right)$

-------------7 分

设平面 EAM 的法向量为 $\vec{m} = (x,y,z)$，则 $\begin{cases} \vec{m} \bullet \overrightarrow{MA} = 0 \\ \vec{m} \bullet \overrightarrow{ME} = 0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 2\sqrt{2}x = 0 \\ \dfrac{\sqrt{2}}{1+\lambda}x + \dfrac{2\sqrt{2}\lambda}{1+\lambda}y + \dfrac{\sqrt{2}}{1+\lambda}z = 0 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 2\lambda \end{cases}$ $\therefore \vec{m} = (0,-1,2\lambda)$ ----------9 分

又 $\because$ 平面 DAM 的一个法向量为 $\vec{n} = (0,1,0)$

$\therefore \left|\cos < \vec{m}, \vec{n} >\right| = \dfrac{|-1|}{\sqrt{1+4\lambda^2}} = \dfrac{1}{2}$ ------------11 分

$\because \lambda > 0 \therefore \lambda = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ --------12 分

19. 解：

（Ⅰ）$\because r=\dfrac{\sum_{i=1}^{12}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{12}\left(x_i-\bar{x}\right)^2\sum_{i=1}^{12}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}}=\dfrac{95.8}{\sqrt{342\times31.56}}=\dfrac{95.8}{3\sqrt{38}\times\sqrt{31.56}}\approx0.92$

$\therefore$ GLU 指标值与 BMI 值正相关且相关性很强　　-----------3 分

（Ⅱ）$\because \hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{12}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{12}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}=\dfrac{95.8}{342}\approx0.28$　　-----------4 分

又 $\because \bar{x}=23, \bar{y}=5.8$　　------------5 分

$\therefore \hat{a}=5.8-0.28\times23=-0.64$ $\therefore$ 线性回归方程为：$\hat{y}=0.28x-0.64$　----------6 分

令 $\hat{y}=9.8$ 则 $x\approx37.29$---------------------7 分

（Ⅲ）①$\because \bar{y}=5.8 \therefore \hat{\mu}=5.8$　　$\because s=\sqrt{\dfrac{1}{12}\left[\sum_{i=1}^{12}\left(y_i-\bar{y}\right)^2\right]}\approx1.6 \therefore \hat{\sigma}=1.6$

$\therefore \left(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma\right)$ 为 $\left(2.6,9\right)$

$\because 2.5\notin\left(2.6,9\right),\ \ 9.5\notin\left(2.6,9\right)$---------9 分

$\therefore$ 需要寻找产生离群值的原因

② 由①可知应剔除第 1 组数据与第 12 组数据

故剩下数据的均值 $\bar{y}=5.76$

剩下数据的方差 $s^2=\dfrac{\left(4.5-5.76\right)^2+\left(4.8-5.76\right)^2+\ldots+\left(7.1-5.76\right)^2}{10}$

$=\dfrac{6.964}{10}=0.6964$-------------11 分

所以标准差 $s\approx0.83$　　-------------12 分【其他方法，老师酌情给分】

20. 解：（Ⅰ）设 $P\left(x,y\right)$，动圆 P 半径为 r　　由题意 $\begin{cases}\left|PE\right|=r+\dfrac{1}{2}\\ \left|PF\right|=\dfrac{7}{2}-r\end{cases}$　-------------2 分

$\therefore |PE|+|PF|=4>|EF|=2$

----------------3 分

$\therefore$轨迹C是以E,F为焦点的椭圆，设其方程为：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$则$\begin{cases}a=2\\b=\sqrt{3}\end{cases}$

$\therefore$轨迹C的方程为：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ ------------4 分

（II）解：设直线l的斜率为k（$k\neq 0$），则直线l的方程为$y=k(x-2)$.设$B(x_B,y_B)$，

由方程组$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\\y=k(x-2)\end{cases}$，消去$y$，整理得$(4k^2+3)x^2-16k^2x+16k^2-12=0$ ----------5 分

解得$x=2$或$x=\dfrac{8k^2-6}{4k^2+3}$，由题意得$x_B=\dfrac{8k^2-6}{4k^2+3}$，从而$y_B=\dfrac{-12k}{4k^2+3}$ -------------7 分

由（I）知，$F(1,0)$，设$H(0,y_H)$，有$\overrightarrow{FH}=(-1,y_H)$，$\overrightarrow{BF}=(\dfrac{9-4k^2}{4k^2+3},\dfrac{12k}{4k^2+3})$

由$BF\perp FH$，得$\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{FH}=0$，所以$\dfrac{4k^2-9}{4k^2+3}+\dfrac{12ky_H}{4k^2+3}=0$，解得$y_H=\dfrac{9-4k^2}{12k}$ --------9 分

因此直线MH的方程为$y=-\dfrac{1}{k}x+\dfrac{9-4k^2}{12k}$.

设$M(x_M,y_M)$，由方程组$\begin{cases}y=-\dfrac{1}{k}x+\dfrac{9-4k^2}{12k}\\y=k(x-2)\end{cases}$消去$y$，解得$x_M=\dfrac{20k^2+9}{12(k^2+1)}$ ----------10 分

在ΔMAO中，$\angle MOA\leq\angle MAO\Leftrightarrow |MA|\leq|MO|$，即$(x_M-2)^2+y_M^2\leq x_M^2+y_M^2$ ---------11 分

化简得$x_M\geq 1$，即$\dfrac{20k^2+9}{12(k^2+1)}\geq 1$，解得$k\leq-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$或$k\geq\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

所以直线l的斜率的取值范围为$(-\infty,-\frac{\sqrt{6}}{4}]\cup[\frac{\sqrt{6}}{4},+\infty)$------------12 分

21.解：

（I） $$f'(x)=\frac{a}{x}-\frac{2a}{x^2}-\frac{xe^x-2e^x}{x^3}=\frac{ax(x-2)-e^x(x-2)}{x^3}=\frac{(x-2)(ax-e^x)}{x^3}\qquad(x>0)$$

-----------2 分

①当$a\le 0$时 $ax-e^x<0$ 令 $f'(x)>0$ 则$0<x<2$；令 $f'(x)<0$ 则$x>2$；

$\therefore f(x)$在$(0,2)$单调递增，$(2,+\infty)$单调递减$\therefore f(x)_{\max}=f(2)=a\ln 2+a-\frac{e^2}{4}$

-----------3 分

②当$0<a\le e$时 令$g(x)=ax-e^x(x\in R)$,则$g'(x)=a-e^x$

令$g'(x)>0$则$x<\ln a$ ；令$g'(x)<0$则$x>\ln a$

$\therefore g(x)$在$(-\infty,\ln a)$单调递增,$(\ln a,+\infty)$单调递减

$\therefore g(x)_{\max}=g(\ln a)=a\ln a-a=a(\ln a-1)\because 0<a\le e\therefore g(x)_{\max}\le 0$ ----------5 分

$\therefore g(x)\le 0(x\in R)$ $\therefore g(x)\le 0(x>0)$

令 $f'(x)>0$ 则$0<x<2$；令 $f'(x)<0$ 则$x>2$；

$\therefore f(x)$在$(0,2)$单调递增，$(2,+\infty)$单调递减$\therefore f(x)_{\max}=f(2)=a\ln 2+a-\frac{e^2}{4}$

综上所述：当$a\le e$时， $f(x)_{\max}=f(2)=a\ln 2+a-\frac{e^2}{4}$ ----------6 分

（II）由（I）当$a\le e$时， $f(x)$在$(0,+\infty)$只有一个极值点不符合题意

当 $a>e$ 时， 令 $f'(x)=\frac{(x-2)(ax-e^x)}{x^3}=0$则 $x=2$或$ax-e^x=0$

令$g(x)=ax-e^x$，由⑴知，则$g(x)=0$在$(0,3)$有两个不等于 2 的零点-------------9 分

需满足$\begin{cases} g(0)<0 \\ g(3)<0 \\ g(2)\neq 0 \\ g(\ln a)>0 \\ 0<\ln a<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<0 \\ 3a<e^3 \\ 2a\neq e^2 \\ a\ln a-a>0 \\ 1<a<e^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<\dfrac{e^3}{3} \\ a\neq \dfrac{e^2}{2} \\ a>e \\ 1<a<e^3 \end{cases}$ $\therefore e<a<\dfrac{e^3}{3}$ 且$a\neq \dfrac{e^2}{2}$ ------------12 分

22.解：（I）$\because \rho^2=2\rho\sin\vartheta$，$\vartheta\in\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3}{4}\pi\right)$ 且$\begin{cases} x=\rho\cos\vartheta \\ y=\rho\sin\vartheta \end{cases}$

$\therefore x^2+y^2=2y$ 即 $x^2+(y-1)^2=1\ (1<y\leq 2)$-------------2 分

$\therefore$半圆C的参数方程为$\begin{cases} x=\cos\varphi \\ y=1+\sin\varphi \end{cases}(\varphi$为参数$,0<\varphi<\pi)$------------4 分

（II）设l的倾斜角为α，则CD的倾斜角为$2\alpha\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ ------------5 分

$\therefore D(\cos 2\alpha,1+\sin 2\alpha)$ --------6 分

$\because l$的方程为$y=x\tan\alpha-2$即$x\tan\alpha-y-2=0$

$\therefore$令$y=0$，则$x=\dfrac{2}{\tan\alpha}$ $\therefore B\left(\dfrac{2}{\tan\alpha},0\right)$ $\therefore |AB|=\dfrac{2}{\sin\alpha}$ ---------7 分

$\because D$到l的距离$d=\dfrac{|\cos 2\alpha\cdot\tan\alpha-(1+\sin 2\alpha)-2|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}=\cos\alpha\left|\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cos 2\alpha-\sin 2\alpha-3\right|$

$=|\sin\alpha\cos 2\alpha-\cos\sin 2\alpha-3\cos\alpha|=|\sin(\alpha-2\alpha)-3\cos\alpha|$

$=\sin\alpha+3\cos\alpha$ -------------9 分

$\therefore S_{\Delta ABD}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2}{\sin\alpha}\cdot(\sin\alpha+3\cos\alpha)=1+\sqrt{3}$ $\therefore \tan\alpha=\sqrt{3}$

$\therefore \alpha=\dfrac{\pi}{3}$ $\therefore D\left(-\dfrac{1}{2},1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$------------10 分

23. .解：（I）$\because g(x)\geq -1 \therefore -|2x+m|\geq -1 \therefore |2x+m|\leq 1$

$\therefore \frac{-m-1}{2} \le x \le \frac{-m+1}{2}$ ------------------2 分

$\because$不等式 $g(x) \ge -1$的整数解有且仅有一个值为-4

$\therefore -5 < \frac{-m-1}{2} \le -4 \le \frac{-m+1}{2} < -3$ ------------------4 分

$\therefore 7 < m < 9$ $\because m \in Z$ $\therefore m = 8$--------------5 分

（Ⅱ）$\because$函数 $y = f(x)$的图象恒在函数 $y = \frac{1}{2}g(x)$ 的上方

$\therefore f(x) - \frac{1}{2}g(x) > 0$ ---------------7 分

$\therefore a < 2|x-1| + |x+4|$ 对任意 $x \in R$ 恒成立

$\because 2|x-1| + |x+4| = |x-1| + |x-1| + |x+4| \ge |x-1| + 5 \ge 5$，当且仅当 $x = 1$时，“=”成立

-----------------9 分

$\therefore a < 5$ ---------------10 分