

姓名_____

准考证号_____

绝密★启封并使用完毕前

2018—2019 学年高三第五次调研考试

理科数学试卷

长郡中学高三理数备课组组稿

本试卷分选择题、填空题、解答题三部分，共 5 页。时量 120 分钟，满分 150 分。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 A, B, C 满足， $A = \left\{x \mid \frac{1}{x} > 1\right\}$ ， $B = \{y \mid y = 2^x, x \in C\}$ ，若 $A \cap B = A \cup B$ ，

则集合 C 为

A. $\{x \mid 0 < x < 1\}$ B. $\{x \mid x > 0\}$ C. $\{x \mid x > 1\}$ D. $\{x \mid x < 0\}$

2. 在复平面内，复数 $z = 2i^n + \frac{1}{i^n} + 3 (n \in \mathbb{N}^*)$ 所对应的点位于第四象限，则 n 的最小值为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 在区间 $[-4, 5]$ 内任取一个数 x ，使得函数 $f(x) = \sqrt{6+x-x^2}$ 有意义的概率为

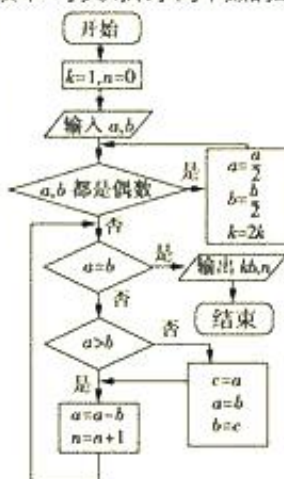
A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

4. $\cos 210^\circ \cos 75^\circ - 2 \cos^2 15^\circ \sin 15^\circ =$

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 《九章算术》是中国古代的数学专著，其中的“更相减损术”可以用来求两个数的最大公约数，即“可半者半之，不可半者，副置分母、子之数，以少减多，更相减损，求其等也，以等数约之。”翻译成现代语言如下：第一步，任意给定两个正整数，判断它们是否都是偶数。若是，用 2 约简；若不是，执行第二步；第二步，以较大的数减去较小的数，接着把所得的差与较小的数比较，并以大数减小数，继续这个操作，直到所得的数相等为止，则这个数（等数）或这个数于约简的数的乘积就是所求的最大公约数。现给出“更相减损术”的程序框图如图所示，如果输入的 $a=114$ ， $b=30$ ，则输出的 n 为

A. 3
B. 6
C. 7
D. 30



理科数学试题—1

6. 已知 $\triangle ABC$ 中, $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 5\overrightarrow{AD} = \mathbf{0}$, 延长 BD 交 AC 于 E , 则 $\frac{|AE|}{|AC|} =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

7. 定义两个实数间的一种新运算: $x * y = \lg(10^x + 10^y)$, $x, y \in \mathbf{R}$. 对任意实数 a, b, c ,

给出如下结论: ① $(a * b) * c = a * (b * c)$; ② $a * b = b * a$; ③ $(a * b) + c = (a + c) * (b + c)$,

其中正确的是

- A. ② B. ①② C. ②③ D. ①②③

8. “军事五项”是衡量军队战斗力的一种标志, 从 1950 年开始, 国际军体理事会每年组织一届军事五项世界锦标赛. “军事五项”的五个项目分别为 200 米标准步枪射击、500 米障碍赛跑、50 米实用游泳、投弹、8 公里越野跑. 已知甲、乙、丙共三人参加“军事五项”. 规定每一项运动队的前三名得分分别为 a, b, c ($a > b > c$ 且 $a, b, c \in \mathbf{N}^*$), 选手最终得分为各项得分之和. 已知甲最终得 22 分, 乙和丙最终各得 9 分, 且乙的投弹比赛获得了第一名, 则 50 米实用游泳比赛的第三名是

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 乙和丙都有可能

9. 已知关于 x, y 的不等式组 $\begin{cases} x + y \geq 3 \\ mx - y + 3 \geq 0 \\ x(x - 2) \leq 0 \end{cases}$, 所表示的平面区域构成一个锐角三角形,

则实数 m 的取值范围为

- A. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ C. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$ D. $(0, 1)$

10. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 与双曲线 $\frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1 (m > 0, n > 0)$ 具有相同焦点

F_1, F_2 , 且在第一象限交于点 P , 椭圆与双曲线的离心率分别为 e_1, e_2 , 若 $\angle F_1 P F_2 = \frac{\pi}{3}$, 则 $e_1^2 + e_2^2$ 的最小值是

- A. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ B. $2 + \sqrt{3}$ C. $\frac{1 + 2\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2 + 4n$, 若首项为 $\frac{1}{3}$ 的数列 $\{b_n\}$ 满足

$\frac{1}{b_{n+1}} - \frac{1}{b_n} = a_n$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 10 项和为

- A. $\frac{175}{264}$ B. $\frac{39}{88}$ C. $\frac{173}{264}$ D. $\frac{181}{264}$

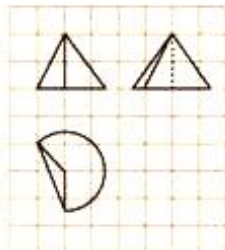
12. 已知点 $P(-1, 0)$, 设不垂直于 x 轴的直线 l 与抛物线 $y^2 = 2x$ 交于不同的两点 A, B , 若 x 轴是 $\angle APB$ 的角平分线, 则直线 l 一定过点

- A. $(\frac{1}{2}, 0)$ B. $(1, 0)$ C. $(2, 0)$ D. $(-2, 0)$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. $\int_{-1}^1 (|x| + e^{2x}) dx$ (e 为自然对数的底数) = _____.

14. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是一个几何体的三视图, 则该几何体的体积为 _____.



15. 已知点列 $P_1(1, y_1), P_2(2, y_2), P_3(3, y_3), \dots, P_{n-1}(n+1, y_{n-1})$ 在 x 轴的投影为 $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}$, 且点 P_{n-1} 满足 $y_1=1$, 直线 $P_n P_{n-1}$ 的斜率 $k_{P_n P_{n-1}}=2^n$, 则多边形 $P_1 Q_1 Q_2 P_2$ 的面积 _____.

16. 已知 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 的三内角, 且其对边分别为 a, b, c , 若

$$m = \left(\frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A}, 2 \cos \frac{A}{2} \right), n = \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} + A \right)}{\cos \left(\frac{3\pi}{2} + A \right)}, \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}} \right).$$

若 $m \cdot n = \frac{1}{2}$, $\triangle ABC$ 的周

长为 $a+4$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 a 的值是 _____.

三、解答题 (共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $b \sin 2A + \sqrt{2} a \sin(A+C) = 0$.

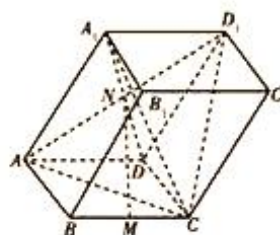
(I) 求角 A ;

(II) 若 $c=2$, $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分) 如图, 在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 平面 $ADD_1A_1 \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $AA_1=AD=2AB=2$, $\angle A_1AD=60^\circ$, M, N 分别是 BC, AD_1 的中点.

(I) 求证: 直线 $MN \parallel$ 平面 CC_1D_1D ;

(II) 求平面 A_1CD 与平面 DCD_1 夹角的余弦值.



19. (本小题满分12分) 为了响应2018年全国文明城市建设的号召,长沙市文明办对长沙市市民进行了一次文明创建知识的网络问卷调查。每一位市民仅有一次参加机会,通过随机抽样,得到参加问卷调查的1000人的得分(满分:100分)数据,统计结果如下表所示:

组别	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100)
频数	25	150	200	250	225	100	50

(I) 由频数分布表可以认为,此次问卷调查的得分 Z 服从正态分布 $N(\mu, 210)$, μ 近似为这1000人得分的平均值(同一组数据用该组区间的中点值作为代表),请利用正态分布的知识求 $P(36 < Z \leq 79.5)$;

(II) 在(I)的条件下,文明办为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案:

- (i) 得分不低于 μ 的可以获赠2次随机话费,得分低于 μ 的可以获赠1次随机话费;
(ii) 每次赠送的随机话费和对应的概率为

赠送的随机话费(单位:元)	20	40
概率	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

现市民小王要参加此次问卷调查,记 X (单位:元)为该市民参加问卷调查获赠的话费,求 X 的分布列及数学期望.

附: $\sqrt{210} \approx 14.5$, 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则

$$\textcircled{1} P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827;$$

$$\textcircled{2} P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545;$$

$$\textcircled{3} P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973.$$

20. (本小题满分12分) 在平面直角坐标系 xOy 中,已知圆 $M: (x-3)^2 + (y-b)^2 = r^2$ (r 为正常数, $b \in \mathbb{R}$).

(1) 若对任意给定的 $r \in (0, +\infty)$,直线 $l: y = -x + r + 4$ 总能把圆 M 的周长分成3:1的两部分,求圆 M 的标准方程;

理科数学试题—4

(II) 已知点 $A(0, 3)$, $B(1, 0)$, 且 $r = \frac{\sqrt{10}}{3}$, 若线段 AB 上存在一点 P , 使得过点 P 的某条直线与圆 M 交于点 S, T (其中 $|PS| < |PT|$), 且 $|PS| = |ST|$, 求实数 b 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

(I) 证明: $-\frac{1}{2}x^2 + 1 \leq \cos x, x \in [-1, 1]$;

(II) 若 $k \ln \sqrt{x^2 + 1} + \cos x - 1 \leq 0$ 在 $x \in [-1, 1]$ 上恒成立, 求 k 的取值范围;

(III) 已知函数 $f(x) = 2 \ln x + x^2 + x$, 若正实数 x_1, x_2 满足 $f(x_1) + f(x_2) = 4$, 证明:

当 $t \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 时, 恒有 $\cos(\tan t) - \ln(\cos t) \leq \frac{x_1 + x_2}{2}$.

22. (本小题满分 10 分) 已知函数 $f(x) = |x + 2|$.

(I) 解不等式 $f(x) > 4 - |x + 1|$;

(II) 已知 $a + b = 2 (a > 0, b > 0)$, 求证: $|x - 2.5| - f(x) \leq \frac{4}{a} + \frac{1}{b}$.

2018—2019 学年高三第五次调研考试 理科数学试卷参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	C	B	B	C	D	D	B	D	A	A	B

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. $1 + \frac{1}{2}(e^2 - e^{-2})$ 14. $\frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{2}}{3}$ 15. $3 \times 2^{n-3}$ 16. $2\sqrt{3}$

三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 解：（I） $A = \frac{3\pi}{4}$ ；（II） $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$ 。

18. （I）证明略；（II）余弦值为 $\frac{1}{2}$ 。

19. 解：（I） $P(36 < Z \leq 79.5) = 0.8186$ ；

（II） X 的分布列为

X	20	40	60	80
P	$\frac{3}{8}$	$\frac{13}{32}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{32}$

X 的数学期望为 $\frac{75}{2}$ 。

20. 解：（I）标准方程为 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = r^2$ ；（II）取值范围为 $[-\sqrt{6}, 4]$ 。

21. 解：（I）证明略；（II）取值范围为 $(-\infty, 1]$ ；（III）证明略。

22. 解：（I）解集为 $\{x | x < -3.5 \text{ 或 } x > 0.5\}$ ；（II）证明略。

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注

自主招生在线
微信号：zizzsw

 自主招生在线
微信号：zizzsw

 自主招生在线
微信号：zizzsw

 自主招生在线
微信号：zizzsw