座位号＿＿＿＿ 考场号＿＿＿＿ 准考证号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 学校＿＿＿＿

密 封 线 内 不 要 答 题

2022-2023 学年 2023 届高三下学期第二次模拟考试

数　学

注意事项：

1. 本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
3. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|2x^2-x-3<0\}$，$B=\{y|y=2-3x+x^2\}$，则 $A\cap B=$

A. $\left\{x\middle|-\frac{1}{4}\leqslant x<\frac{3}{2}\right\}$　　B. $\left\{x\middle|-1<x<-\frac{1}{4}\right\}$

C. $\{x|-1\leqslant x<3\}$　　D. $\left\{x\middle|-3\leqslant x<-\frac{1}{4}\right\}$

2. 设复数 $z_1=1+a\mathrm{i}(a\in\mathbf{R})$，$z_2=\frac{13}{3-2\mathrm{i}}$，且 $|z_1|\leqslant|z_2|$，则 a 的最大值为

A. 1　　B. 2　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{2}$

3. 已知命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，$\tan x<\pi$ 或 $e^{x+2}\geqslant\pi$，则命题 p 的否定为

A. $\exists x\in\mathbf{R}$，$\tan x\geqslant\pi$ 或 $e^{x+2}<\pi$　　B. $\forall x\in\mathbf{R}$，$\tan x<\pi$ 且 $e^{x+2}\geqslant\pi$

C. $\exists x\in\mathbf{R}$，$\tan x<\pi$ 且 $e^{x+2}\geqslant\pi$　　D. $\forall x\in\mathbf{R}$，$\tan x\geqslant\pi$ 且 $e^{x+2}<\pi$

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前三项和为 39，$a_6-6a_5+9a_4=0$，则 $a_5=$

A. 81　　B. 243　　C. 27　　D. 729

5. 某校有演讲社团、篮球社团、乒乓球社团、羽毛球社团、独唱社团共五个社团，甲、乙、丙、丁、戊五名同学分别从五个社团中选择一个报名，记事件 A 为"五名同学所选项目各不相同"，事件 B 为"只有甲同学选篮球"，则 $P(A|B)=$

A. $\frac{3}{32}$　　B. $\frac{3}{16}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{2}{5}$

6. 已知一个圆台的上、下底面面积之比为 1∶4，其轴截面面积为 9，母线长为上底面圆的半径的 $\sqrt{10}$ 倍，则这个圆台的体积为

A. 3π　　B. 5π　　C. 7π　　D. 9π

7. 已知函数 $f(x)=\sin(2023\pi+x)-\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}$，则下列说法错误的是

A. $f(x)$ 的值域为 $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

B. $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[-\frac{\pi}{4}+2k\pi,\frac{3\pi}{4}+2k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$

C. $y=f\left(x+\frac{5\pi}{4}\right)$ 为奇函数，

D. 不等式 $f(x)\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的解集为 $\left[-\frac{7\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$

8. 已知 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\frac{1}{4}ax^4-\frac{1}{2}x^2$. 若存在 $t\in\mathbf{R}$，使得 $|f'(t+2)-f'(t)|\leqslant\frac{1}{4}$，则当 a 取最大值时 $f(x)$ 的最小值为

A. 0　　B. $-\frac{9}{16}$　　C. $-\frac{2}{9}$　　D. $\frac{4}{9}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在四边形 ACC_1A_1 内（含四边形的边）运动，则下列说法正确的是

A. BB_1 上的任意一点到平面 ACC_1A_1 的距离恒为定值

B. 直线 AP 与 CD 所成角的正弦值的取值范围为 $[0,1]$

C. 若 $4\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AC_1}$，直线 CP 与平面 DCC_1D_1 所成角的正切值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

D. 三棱锥 $B-ADP$ 外接球的体积最大值等于正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球的体积

10. 已知函数 $f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2$，下列说法正确的是

A. $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $x-y+1=0$

B. $\frac{3}{2}<f(\ln 2)<2$

C. 若函数 $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于坐标原点对称，则 $g(x)=-e^{-x}-\frac{1}{2}x^2$

D. $f(x)$ 有唯一零点

11. 已知随机变量 $X\sim B\left(a,\frac{1}{2}\right)$，$E(X)=\frac{3}{2}$，二项式 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-ax^2\right)^8$，则下列说法正确的是

A. $a=1$

B. 二项式 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-ax^2\right)^8$ 的展开式中所有项的系数和为 256

C. 二项式 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-ax^2\right)^8$ 的展开式中含 x 项的系数为 252

D. $(1-x^5)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-ax^2\right)^8$ 的展开式中含 x^6 项的系数为 5418

12. 设 P 为椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上的动点，F_1，F_2 分别为椭圆 C 的左，右焦点，焦距为 $2c$，点 I 到 $\triangle PF_1F_2$ 三边的距离相等，椭圆的离心率为 $\frac{1}{3}$，短轴长为 $4\sqrt{2}$，则

A. 点 P 到椭圆 C 的焦点的最大距离为 4

B. 若 $\overrightarrow{PF_2}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}=0$，则 $|PF_2|=\frac{8}{3}$

C. $\triangle PF_1F_2$ 的面积的最大值为 8

D. 直线 IF_1 和直线 IF_2 的斜率之积是定值

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 数据1，2，a，6的平均数是3，若将这组数据中的每一个数据都加上2023，得到一组新数据，则新数据的标准差为________.

14. 希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得、阿基米德齐名. 他发现："平面内到两个定点 A，B 的距离之比为定值 $\lambda(\lambda\neq1)$ 的点的轨迹是圆". 后来，人们将这个圆以他的名字命名，称为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆. 已知在平面直角坐标系 xOy 中，$A(-3,1)$，$B(-3,6)$，点 P 是满足 $\lambda=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 的阿氏圆上的任一点，若抛物线 $y=\frac{1}{6}x^2$ 的焦点为 F，过点 F 的直线与此阿氏圆相交所得的最长弦与最短弦的和为________.

15. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，且满足关系式 $f(x)=3x^2-xf'(1)+2\ln x$. 则 $f(x)$ 的图象上任意一点处的切线的斜率的取值范围为________.

16. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=-\cos\langle\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b}\rangle=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，则以 $|\boldsymbol{c}|$ 为直径长的圆的面积的最大值为________.

四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17.（本小题满分10分）

已知△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，$2c\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{B}{2}\right)+b\cos\frac{C}{2}=c$.

(1)求角 C 的大小；

(2)求 $\sin A\sin B$ 的最大值.

18.（本小题满分12分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $a_1=1$，$S_n=\left(\frac{1}{2}n+t\right)n$（$t$ 为常数）.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若 $b_n=a_n\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{a_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19.（本小题满分12分）

学校体育节，某小组共10人，利用假期参加义工活动. 已知参加义工活动次数为1，2，3的人数分别为3，3，4. 现从这10人中随机选出2人作为该组代表参加座谈会.

(1)设 A 为事件"选出的2人参加义工活动次数之和为4"，求事件 A 发生的概率；

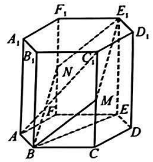
(2)设 X 为选出的2人参加义工活动次数之差的绝对值，求随机变量 X 的分布列和数学期望与方差.

20.（本小题满分12分）

如图，正六棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的所有棱长为2，M，N 分别为 CC_1，FF_1 的中点.

(1)求证：直线 $BE\perp$ 直线 AC_1；

(2)求平面 BME_1N 与平面 BEF_1 所成角的正弦值.



21.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\ln(x+1)-2x+x^2$.

(1)求 $f(x)$ 的单调区间；

(2)若 $f(x)+2\leqslant x^2+(a+1)x+b$ 在 $x\in(-1,+\infty)$ 上恒成立，求证：$b\geqslant a+4-\ln(a+3)$.

22.（本小题满分12分）

双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1，F_2，离心率为3，点 $\left(\frac{3\sqrt{2}}{4},1\right)$ 在双曲线上.

(1)求双曲线的标准方程；

(2)A，B 分别为双曲线的左，右顶点，若点 P 为直线 $x=\frac{1}{3}$ 上一点，直线 PA 与双曲线交于另一点 M，直线 PB 与双曲线交于另一点 N，求直线 MN 恒经过的定点坐标.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。