2022 学年顺德区普通高中教学质量检测（一）

高三数学

2022．11

本试卷共 4 页，22 小题，满分 150 分，考试时间 120 分钟．

注意事项：

1．本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分. 答卷前，考生务必将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在数学答题卡，并用 2B 铅笔在答题卡上的相应位置填涂考生号.

2．回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 写在本试卷上无效.

3．回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

4．考试结束后，将答题卡交回.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

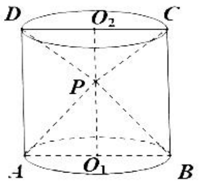
1．已知集合 $A=\{x|x^2-x-6\le 0\}$，$B=\{x|x\le -1或x>4\}$，则 $A\bigcap C_R B=$（　　）

A．$\{x|-2\le x\le -1\}$　　B．$\{x|x\le 3或x>4\}$　　C．$\{x|-2\le x\le 4\}$　　D．$\{x|-1<x\le 3\}$

2．已知复数 z 满足 $z^2+z+3=0$，则 z 在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一或第三象限　　B．第二或第四象限　　C．第二或第三象限　　D．第一或第四象限

3．如图，已知四边形 $ABCD$ 是圆柱 O_1O_2 的轴截面，$AD:AB=3:2$，在圆柱 O_1O_2 内部有两个圆锥(圆锥 PO_1 和圆锥 PO_2)，若 $V_{PO_1}:V_{PO_2}=2:1$，则圆锥 PO_1 与圆锥 PO_2 的侧面积之比为（　　）



第 3 题图

A．$2:1$　　B．$\sqrt{5}:\sqrt{2}$　　C．$(\sqrt{5}+1):(\sqrt{2}+1)$　　D．$1:1$

4．已知向量 $\vec{a}=(2,n)$，$\vec{b}=(m,4)$，若 $\vec{a}+\vec{b}=(5,3)$，则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为（　　）

A．$\frac{2}{5}$　　B．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$(\frac{6}{25},\frac{8}{25})$　　D．$(\frac{4}{5},\frac{2}{5})$

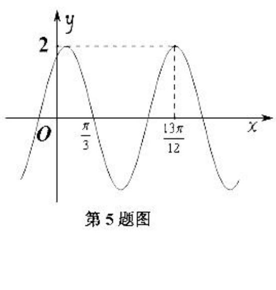
5．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象如图所示，则 $f(x)$ 的表达式可以为（　　）

A．$f(x)=2\cos(2x-\frac{\pi}{6})$

B．$f(x)=2\cos(2x-\frac{7\pi}{6})$

C．$f(x)=\sin(2x-\frac{5\pi}{3})$

D．$f(x)=2\sin(x-\frac{7\pi}{12})$



第 5 题图

6．已知四边形 $ABCD$ 是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的内接四边形（即四边形的四个顶点均在椭圆上），且四边形 $ABCD$ 为矩形，则四边形 $ABCD$ 的面积的最大值为（　　）

A．$4\sqrt{3}$　　B．$\dfrac{48}{7}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$4\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

7．国家于 2021 年 8 月 20 日表决通过了关于修改人口与计划生育法的决定，修改后的人口计生法规定，国家提倡适龄婚育、优生优育，一对夫妻可以生育三个子女，该政策被称为三孩政策.某个家庭积极响应该政策，一共生育了三个小孩.假定生男孩和生女孩是等可能的，记事件 A：该家庭既有男孩又有女孩；事件 B：该家庭最多有一个男孩；事件 C:该家庭最多有一个女孩.则下列说法正确的是（　　）

A．事件 B 与事件 C 互斥但不对立　　B．事件 A 与事件 B 互斥且对立

C．事件 B 与事件 C 相互独立　　D．事件 A 与事件 B 相互独立

8．已知函数 $f(x)$ 满足：$f(2-x)+f(x)=2$，对任意 x_1，$x_2\in[1,+\infty)$（$x_1\neq x_2$），$[f(x_2)-f(x_1)]\cdot(x_2-x_1)>0$ 恒成立．若 $f(x^4+ax^2)+f(6-2x^2)\geq 2$ 成立，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,-2]\cup\{0\}$　　B．$[-2,+\infty)$　　C．$(-\infty,-2]$　　D．$[-2,0)\cup(0,+\infty)$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．设 $(2x-1)^5=a_0+a_1x+\cdots+a_5x^5$，则下列说法正确的是（　　）

A．$a_0=1$　　B．$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=1$　　C．$a_0+a_2+a_4=-121$　　D．$a_1+a_3+a_5=122$

10．我国在各种乒乓球比赛中均取得过优异的成绩，例如在刚刚过去的 2022 年成都世界乒乓球团体锦标赛中，中国的乒乓球健将们再创佳绩，男团，女团分别获得了团体冠军．甲、乙两位乒乓球初学者，都学习了三种发球的技巧，分别是：上旋球、下旋球以及侧旋球．两人在发球以及接对方发球成功的概率如下表，两人每次发、接球均相互独立：则下列说法正确的是（　　）

	上旋球（发/接）	下旋球（发/接）	侧旋球（发/接）
甲	$\frac{1}{3}$（$\frac{3}{5}$）	$\frac{1}{4}$（$\frac{2}{5}$）	$\frac{1}{6}$（$\frac{1}{5}$）
乙	$\frac{1}{4}$（$\frac{1}{5}$）	$\frac{1}{2}$（$\frac{3}{5}$）	$\frac{1}{4}$（$\frac{1}{5}$）

A．若甲选择每种发球方式的概率相同，则甲发球成功的概率是 $\dfrac{3}{4}$

B．甲在连续三次发球中选择了三种不同的方式，均成功的概率为 $\dfrac{1}{72}$

C．若甲选择三种发球方式的概率相同，乙选择三种发球方式的概率也相同，则乙成功的概率更大

D．在一次发球中甲选择了发上旋球，则乙接球成功（甲发球失误也算乙成功）的概率是 $\dfrac{13}{15}$

11．已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n-1$，$\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=3n-1$．将数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的公共项按从小到大的顺序组成一个新的数列 $\{c_n\}$，设 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则下列说法正确的是（　　）

A．$2023\in\{c_n\}$　　B．$c_{2023}=b_{4046}$　　C．$S_{2023}\in\{a_n\}$　　D．$S_{2023}\in\{b_n\}$

12．已知函数 $f(x)=x^3-3x^2+2x$，设方程 $f(x)=t$（$t>0$）的三个根分别为 x_1，x_2，x_3（$x_1<x_2<x_3$），则下列说法正确的是（　　）

A．$x_1+x_2>x_3$　　B．$x_1+x_2+x_3=3$　　C．$f(\frac{2}{7}x_1+\frac{3}{7}x_2+\frac{2}{7}x_3)<t$

D．若 $x_i+x_{i+3}=2$（$i=1,2,3$），则 $f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)+f(x_4)+f(x_5)+f(x_6)=0$

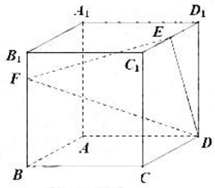
三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分,满分 20 分.其中第 16 题第一空 2 分，第二空 3 分.

13．已知角 $\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，且 $\frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}=2$，则 $\sin\theta$ 的值为__________.

14．已知函数 $y=f(x)$ 经过点 $A(1,3)$，且 $f'(1)=5$，请写出一个符合条件的函数表达式：$f(x)=$__________.

15．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线为 $l:y=\frac{b}{a}x$，左、右焦点分别是 F_1，F_2，过点 F_2 作 x 轴的垂线与渐近线 l 交于点 A，若 $\angle AF_1F_2=\frac{\pi}{6}$，则双曲线 C 的离心率为___________.

16．如图，设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，设 E 为 C_1D_1 的中点，F 为 BB_1 上的一个动点，设由点 D,E,F 确定的平面为 α，当点 F 与 B_1 重合时，平面 α 截正方体的截面的面积为______；点 A_1 到平面 α 的距离的最小值为_______.



第 16 题图

四、解答题：本大题共 6 小题,满分 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．**(本题满分 10 分)**

体育运动是强身健体的重要途径，《中国儿童青少年体育健康促进行动方案（2020-2030）》（下面简称"体育健康促进行动方案"）中明确提出青少年学生每天在校内参与不少于 60 分钟的中高强度身体活动的要求.随着"体育健康促进行动方案"的发布，体育运动受到各地中小学的高度重视，众多青少年的体质健康得到很大的改善.某中学教师为了了解体育运动对学生的数学成绩的影响情况，现从该中学高三年级的一次月考中随机抽取 1000 名学生，调查他们平均每天的体育运动情况以及本次月考的数学成绩情况，得到下表数据：

数学成绩（分）	[30-50)	[50-70)	[70-90)	[90-110)	[110-130)	[130-150]
人数（人）	25	125	350	300	150	50
爱运动的人数（人）	10	45	145	200	107	43

约定：平均每天进行体育运动的时间不少于 60 分钟的为"运动达标"，数学成绩排在年级前 50%以内（含 50%）的为"数学成绩达标".

（1）求该中学高三年级本次月考数学成绩的 65%分位数；

（2）请估计该中学高三年级本次月考数学成绩的平均分（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（3）请根据已知数据完成下列列联表，并根据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，分析"数学成绩达标"是否与"运动达标"相关；

	数学成绩达标人数	数学成绩不达标人数	合计
运动达标人数			
运动不达标人数			
合计			

附：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$（$n=a+b+c+d$）

α	0.010	0.005	0.001
x_α	6.635	7.879	10.828

18．(本题满分 12 分)

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_1=1$，__________.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=\dfrac{3}{2S_n+7n}$，数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，证明：$T_n<\dfrac{3}{4}$.

从下列两个条件中任选一个作为已知，补充在上面问题的横线中进行求解（若两个都选，则按所写的第1个评分）：

①数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$是以$\dfrac{3}{2}$为公差的等差数列；②$2na_{n+1}=2S_n+3n(n+1)$.

19．(本题满分 12 分)

已知$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，$\triangle ABC$的周长为$\dfrac{\sin C}{\sin A-\sin B}(c-b)+c$.

（1）求A；

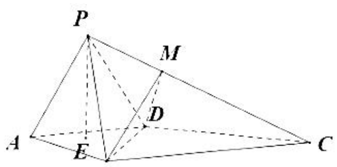
（2）若$b=4$，$c=2$，M是AC的中点，点N满足$\overrightarrow{NC}=2\overrightarrow{BN}$，设$AN$交$BM$于点$O$，求$\cos\angle MON$的值.

20．(本题满分 12 分)

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$AB=AD=2\sqrt{3}$，$CB=CD=\sqrt{39}$，$\angle BAD=60^\circ$，点P在平面$ABCD$上的投影恰好是ΔABD的重心E，点M满足$\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{PC}$，且$PA//$平面$BDM$.

（1）求λ的值；

（2）若直线PA与平面$ABCD$所成角的正切值为$\dfrac{3}{2}$，求平面BDM与平面PAD夹角的余弦值.



第 20 题图

21．(本题满分 12 分)

已知动圆C经过点$F(1,0)$，且与直线$x=-1$相切，记动圆C圆心的轨迹为E.

（1）求E的方程；

（2）已知$P(4,y_0)(y_0>0)$是曲线E上一点，A，B是曲线E上异于点P的两个动点，设直线PA、PB的倾斜角分别为α、β，且$\alpha+\beta=\dfrac{3\pi}{4}$，请问：直线$AB$是否经过定点？若是，请求出该定点，若不是，请说明理由.

22．(本题满分 12 分)

已知函数$f(x)=\dfrac{1}{2}mx^2+x-\ln x$.

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）若a，b是$f(x)$的两个极值点，且$a>b$，求证：$2[f(a)-f(b)]<(4m+1)(a-b)$.

2022 学年顺德区普通高中教学质量检测（一）

高三数学参考答案

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. D【解析】集合 $A=\{x|-2\le x\le 3\}$，$C_RB=\{x|-1<x\le 4\}$，从而可得 $A\cap C_RB=\{x|-1<x\le 3\}$.

2. C【解析】根据求根公式可得：$z=\dfrac{-1\pm\sqrt{11}i}{2}$，即可得 z 在复平面内的点位于第二或第三象限.

3. B【解析】圆锥 PO_1 与 PO_2 的底面积相等，其体积之比为 $2:1$，则可得 $PO_1:PO_2=2:1$，根据条件 $AD:AB=3:2$，可得 $PA:PD=\sqrt{5}:\sqrt{2}$. 根据圆锥的侧面积公式 $S=\pi rl$ 可得两圆锥的侧面积之比 $\sqrt{5}:\sqrt{2}=\sqrt{10}:2$.

4. C【解析】由题意可得 $\vec{a}=(2,-1)$，$\vec{b}=(3,4)$，向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影为 $|\vec{a}|\cdot\cos<\vec{a},\vec{b}>=\dfrac{2}{5}$，从而可得向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量 $\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=(\dfrac{6}{25},\dfrac{8}{25})$.

5. A【解析】设函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)$，由题意可得 $\dfrac{3}{4}T=\dfrac{13}{12}\pi-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{3}{4}\pi$，即可得 $T=\pi$，根据 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$ 可得 $\omega=2$. 当 $x=\dfrac{13}{12}\pi$ 时，由 $y=2$ 可得 $2\cos(\dfrac{13}{6}\pi+\varphi)=2$，即有 $\dfrac{13}{6}\pi+\varphi=2k\pi$，从而可得 $\varphi=-\dfrac{13}{6}\pi+2k\pi$，当 $k=1$ 时，即可得选项 A 成立.

6. A【解析】设点 A 的坐标为 (x,y)，则可得矩形 $ABCD$ 的面积 $S=4xy$，根据椭圆的方程：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\ge 2\dfrac{xy}{\sqrt{12}}=\dfrac{xy}{\sqrt{3}}$，即可得 $xy\le\sqrt{3}$，从而可得 $ABCD$ 面积的最大值为 $4\sqrt{3}$.

7. D【解析】设 0 表示女孩，1 表示男孩. 该家庭的子女情况可表示如下：$(0,0,0)$，$(1,0,0)$，$(0,1,0)$，$(0,0,1)$，$(1,1,0)$，$(1,0,1)$，$(0,1,1)$，$(1,1,1)$. 事件 A 包括：$(1,0,0)$，$(0,1,0)$，$(0,0,1)$，$(1,1,0)$，$(1,0,1)$，$(0,1,1)$；事件 B 包括：$(0,0,0)$，$(1,0,0)$，$(0,1,0)$，$(0,0,1)$；事件 C 包括：$(1,1,0)$，$(1,0,1)$，$(0,1,1)$，$(1,1,1)$. 对于选项 A，事件 B 与事件 C 互斥且对立，故选项 A 错误；对于选项 B，事件 A 与事件 B 不互斥，故选项 B 错误；由上可知：$P(A)=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$，$P(B)=\dfrac{1}{2}$，$P(C)=\dfrac{1}{2}$，$P(BC)=0$，$P(AB)=\dfrac{3}{8}$，其中事件 A 与事件 B 符合事件独立性的定义，故选项 D 成立.

8. B【解析】对任意 x_1，$x_2\in[1,+\infty)$（$x_1\ne x_2$），$[f(x_2)-f(x_1)]\cdot(x_2-x_1)>0$ 恒成立，可得 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，根据 $f(2-x)+f(x)=2$ 可得函数 $f(x)$ 关于点 $(1,1)$ 对称，从而可得 $f(x)$ 在 R 上单调递增. 由不等式 $f(x^4+ax^2)+f(6-2x^2)\ge 2$ 可得 $f(x^4+ax^2)\ge 2-f(6-2x^2)=f(2x^2-4)$，根据单调性可得

$x^4+ax^2\geq 2x^2-4$，当 $x=0$ 时，$a\in R$；当 $x\neq 0$ 时，$a\geq 2-(x^2+\frac{4}{x^2})$，其中 $2-(x^2+\frac{4}{x^2})$ 的最大值为 -2，从而可得实数 a 的取值范围是 $[-2,+\infty)$.

二、多项选择题：本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. CD【解析】令 $x=0$，可得 $a_0=-1$，故 A 错误；令 $x=1$，可得 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=1$，从而可得 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=2$，故 B 错误；令 $x=-1$，可得 $a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5=-243$，通过组合可得 $a_0+a_2+a_4=-121$，$a_1+a_3+a_5=122$，从而可得 C，D 成立.

10. BC【解析】若甲选择每种发球方式的概率相同，即均为 $\frac{1}{3}$.根据全概率公式可得甲发球成功的概率为 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{4}$，同理可得乙发球成功的概率为：$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{3}$，从而可得 A 错误，C 成立；根据事件独立性的定义，可得甲在连续三次发球中选择了三种不同的方式的概率为 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{72}$，故 B 成立；在一次发球中甲选择了发上旋球，则乙接球成功的概率为：$\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{11}{15}$，故 D 错误.

11. BCD【解析】由题意可得数列 $\{c_n\}$ 的通项公式 $c_n=6n-1$.令 $2023=6n-1$，可得 $n=\frac{1012}{3}$ 不是整数，故 A 错误；$c_{2023}=6\times 2023-1=3\times 4046-1=b_{4046}$，故 B 成立；

$$S_{2023}=6(1+2+\cdots+2023)-2023=6(1+2+\cdots+2023)-6\times 337-1$$

$$=6(1+2+\cdots+2023-337)-1\in\{c_n\}$$，从而可得选项 C，D 均成立.

12. BCD【解析】结合函数 $f(x)$ 的图象可得 $0<x_1<x_2<1$，$x_3>2$，从而可得 $x_1+x_2<2<x_3$，故选项 A 错误；由题意可得 $x^3-3x^2+2x-t=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$，上述方程化简即可得 $x_1+x_2+x_3=3$ 成立，故 B 成立；对于选项 C，$\frac{2}{7}x_1+\frac{3}{7}x_2+\frac{2}{7}x_3=\frac{3}{7}x_2+\frac{2}{7}(x_1+x_3)=\frac{6}{7}+\frac{1}{7}x_2$，根据 $0<x_2<1$，可得 $x_2<\frac{2}{7}x_1+\frac{3}{7}x_2+\frac{2}{7}x_3<1$，由此即可得 $f(\frac{2}{7}x_1+\frac{3}{7}x_2+\frac{2}{7}x_3)<t$ 成立，故 C 成立.经验证函数 $f(x)$ 关于点 $(1,0)$ 对称，即满足 $f(x)+f(2-x)=0$，当 $x_i+x_{i+3}=2$ 时，可得 $f(x_i)+f(x_{i+3})=0$，即可得 D 成立.

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分. 其中第 16 题第一空 2 分，第二空 3 分.

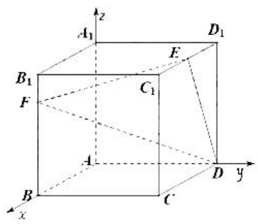
13. $\frac{2}{5}\sqrt{5}$【解析】根据二倍角公式可得 $\frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}=\frac{1-(1-2\sin^2\theta)}{2\sin\theta\cdot\cos\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=2$，根据同角三角函数的关系 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 可得：$\sin\theta=\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$，又因为角 θ 的终边位于第一象限，所以 $\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

14. $f(x)=x^3+x^2+1$ 或 $f(x)=\frac{5}{2}x^2+\frac{1}{2}$ 或 $f(x)=5x-2$（只要满足条件即可）【解析】略.

15. $\frac{\sqrt{21}}{3}$【解析】由题意可得点 A 的坐标为 $(c,\frac{bc}{a})$，$F_1F_2=2c$，易知 ΔAF_1F_2 是直角三角形，从而可得

$\tan\angle AF_1F_2=\frac{bc}{2ac}$，即 $\frac{b}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，结合 $c^2=a^2+b^2$ 即可得双曲线 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

16. $2\sqrt{6}$；$\frac{2\sqrt{6}}{3}$【解析】对于第一空，当点 F 与 B_1 重合时，平面 α 截正方体的截面形状为菱形，该菱形的对角线长分别为：$2\sqrt{3}$，$2\sqrt{2}$，从而可得其截面的面积为 $2\sqrt{6}$；对于第二空，如图建立空间直角坐标系：



可得点 $A_1(0,0,2)$，$D(0,2,0)$，$E(1,2,2)$，设点 $F(2,0,t)$（$t\in[0,2]$）.

可得面 α 的一个法向量为 $\vec{m}=(4,4-t,-2)$.点 A_1 到平面 α 的距离

$d=\left|\overrightarrow{A_1D}\right|\cdot\left|\cos<\overrightarrow{A_1D},\vec{m}>\right|=\frac{12-2t}{\sqrt{t^2-8t+36}}$，化简可得 $d=2\sqrt{1-\frac{4}{t+\frac{36}{t}-8}}\geq\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

四、解答题：本大题共 6 小题，满分 70 分. 解答题须写出文字说明、证明过程或者演算步骤.

17.（本题满分 10 分）

解：（1）数学成绩在 $[30,90)$ 分的频率为 $(25+125+350)\times\frac{1}{1000}=0.5$，

数学成绩在 $[30,110)$ 分的频率为 $(25+125+350+300)\times\frac{1}{1000}=0.8>0.65$，……………………1 分

所以 65%分位数在 $[90,110)$ 内，故 65%分位数为 $90+20\times\frac{0.65-0.5}{0.3}=100$.……………………3 分

（2）估计该中学本次月考数学成绩的平均分为：

$\bar{x}=\frac{25\times40+125\times60+350\times80+300\times100+150\times120+50\times140}{1000}=91.50$（分）………………5 分

（3）

	数学成绩达标人数	数学成绩不达标人数	合计
运动达标人数	350	200	550
运动不达标人数	150	300	450
合计	500	500	1000

…………6 分

零假设为

H_0："数学成绩达标"与"运动达标"之间无关联. ……………………………………7 分

根据列联表的数据，经计算得到

$\chi^2=\dfrac{1000\times(350\times300-200\times150)^2}{550\times450\times500\times500}\approx90.91$ ……………………………………8 分

$>10.828=x_{0.001}$ ……………………………………9分

根据小概率值 $x_{0.001}$ 的独立性检验，我们推断 H_0 不成立，即认为"数学成绩达标"与"运动达标"有关联，

此推断犯错的概率不大于 0.001 . ……………………………………10 分

18. (本题满分 12 分)

解：（1）选①，

依题意得：$\dfrac{S_n}{n}=\dfrac{S_1}{1}+(n-1)\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{3n-1}{2}$， ……………………………………1 分

所以 $S_n=\dfrac{3n^2-n}{2}$ ① ……………………………………2 分

$S_{n-1}=\dfrac{3(n-1)^2-(n-1)}{2}(n\geq2)$ ② ……………………………………3 分

②-①得：$a_n=\dfrac{3n^2-n}{2}-\dfrac{3(n-1)^2-(n-1)}{2}=3n-2(n\geq2)$， ……………………………………5 分

当 $n=1$ 时 $a_1=3\times1-2=1$ ，所以 $a_n=3n-2(n\in N^*)$. ……………………………………6 分

选②，当 $n\geq2$ 时，因为 $2na_{n-1}=2S_n+3n(n+1)$ ①

所以 $2(n-1)a_n=2S_{n-1}+3n(n-1)$ ② ……………………………………1 分

① − ②得：$2na_{n+1}-2(n-1)a_n=2a_n+6n$ ……………………………………2 分

即 $a_{n+1}-a_n=3(n\geq2)$ ……………………………………3 分

又 $2a_2=2S_1+6$ 即 $a_2-a_1=3$ ……………………………………4 分

所以数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项 3 为公差的等差数列， ……………………………………5 分

所以 $a_n=1+(n-1)\times3=3n-2(n\in N^*)$. ……………………………………6 分

（2）证明：因为由（1）知 $a_n=3n-2(n\in N^*)$ ，所以 $S_n=\dfrac{(1+3n-2)n}{2}=\dfrac{3n^2-n}{2}$， ……………………7 分

所以 $b_n=\dfrac{3}{2S_n+7n}=\dfrac{3}{3n^2-n+7n}=\dfrac{1}{n(n+2)}$ ……………………………………8 分

$=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})$ ……………………………………9 分

当$n=1$时，$T_1=b_1=\frac{1}{3}<\frac{3}{4}$；……10 分

当$n\geq 2$时，$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{2\times 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+2)}$

$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3})+\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-\frac{1}{4})+\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+\frac{1}{2}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$

$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$

$=\frac{3}{4}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$……11分

$<\frac{3}{4}$……12分

19.（本题满分 12 分）

解：（1）依题意得：$a+b+c=\frac{\sin C(c-b)}{\sin A-\sin B}+c$，……1 分

所以$a+b=\frac{\sin C(c-b)}{\sin A-\sin B}$，

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$得：$a+b=\frac{c(c-b)}{a-b}$，……2 分

所以$(a+b)(a-b)=c(c-b)$，即$c^2+b^2-a^2=bc$，……3 分

由余弦定理得：$\cos A=\frac{c^2+b^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$，……4 分

因为$0<A<\pi$，……5 分

所以$A=\frac{\pi}{3}$．……6 分

（2）法一：依题意得：$\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，……7 分

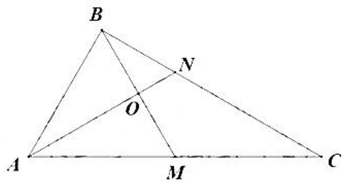
$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，……8 分

所以$\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BM}=(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC})\cdot(\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$

$=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}^2+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}^2$……9 分

$=-\frac{2}{3}\times 4+\frac{1}{6}\times 16=0$，……10 分

所以$\overrightarrow{AN}\perp\overrightarrow{BM}$，即$AN\perp BM$，所以$\angle MON=\frac{\pi}{2}$，即可得$\cos\angle MON=0$．……12 分



法二：因为M是AC的中点，所以$AM=\frac{1}{2}AC=2$，又因为$c=2$，$\angle BAC=60^\circ$，……………7分

所以ΔABM是等边三角形，所以$\angle ABM=60^\circ$，………………………………………8分

由余弦定理得：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=2\sqrt{3}$，…………………………………………9分

所以$a^2+c^2=b^2$，所以$B=90^\circ$，所以$\angle CBM=30^\circ$，…………………………………10分

因为$\overrightarrow{NC}=2\overrightarrow{BN}$，所以$BN=\frac{1}{3}BC=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$NC=\frac{2}{3}BC=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

在$Rt\Delta ABN$中，$AN=\sqrt{AB^2+BN^2}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，所以$AN=BN$，所以$\angle NAC=\angle C=30^\circ$，……11分

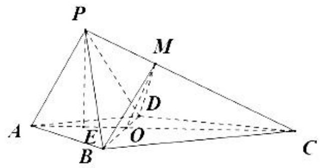
所以$\angle ANB=\angle NAC+\angle C=60^\circ$，所以$\angle MON=\angle ANB+\angle NBN=90^\circ$，所以$\cos\angle MON=0$. 12分

20．（本题满分12分）

解：（1）如图，连接AC交BD于点O，连接MO，

因为$AB=AD$，$CB=CD$，所以$\Delta ACD\cong\Delta ABC$，

所以$AC\perp BD$，………………………1分



又因为$AB=AD$，$\angle BAD=60^\circ$，所以ΔABD是正三角形，

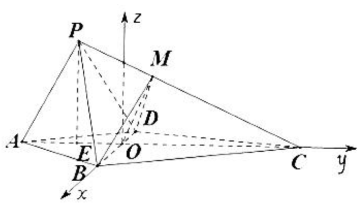
所以$AO=2\sqrt{3}\sin 60^\circ=3$，$CO=\sqrt{CB^2-OB^2}=6$，………………………………2分

因为$PA//$平面BDM，且$PA\subset$平面PAC，平面$PAC\cap$平面$BDM=MO$，所以$PA//MO$.

所以$\frac{PM}{PC}=\frac{AO}{AC}=\frac{3}{3+6}=\frac{1}{3}$，即$\lambda=\frac{1}{3}$.………………………………………4分

（2）如图，以O为原点，以OB为x轴，以OC为y轴，以过点O且垂直于平面$ABCD$的直线为z轴，

建立空间直角坐标系$O-xyz$如图所示，



因为点P在平面$ABCD$上的投影恰好是ΔABD的重心，

所以$PE\perp$平面$ABCD$，$AE=2EO$，所以$AE=2$，$EO=1$，

因为直线PA与平面$ABCD$所成角的正切值为$\frac{3}{2}$，

所以在$Rt\Delta PAE$中$\tan\angle PAE=\frac{PE}{AE}=\frac{3}{2}$，所以$PE=\frac{3}{2}AE=3$，…………………………6 分

$A(0,-3,0)$，$B(\sqrt{3},0,0)$，$C(0,6,0)$，$D(-\sqrt{3},0,0)$，$P(0,-1,3)$，

由（1）知，$\lambda=\frac{1}{3}$，所以$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{OP}+\frac{1}{3}\overrightarrow{PC}=(0,\frac{4}{3},2)$，所以$M(0,\frac{4}{3},2)$，

$\overrightarrow{AP}=(0,2,3)$，$\overrightarrow{AD}=(-\sqrt{3},3,0)$，$\overrightarrow{OB}=(\sqrt{3},0,0)$，$\overrightarrow{OM}=(0,\frac{4}{3},2)$，…………………………8 分

设平面PAD的法向量为$\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AD}=-\sqrt{3}x_1+3y_1=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AP}=2y_1+3z_1=0\end{cases}$，取$x_1=\sqrt{3}$，得$y_1=1$，$z_1=-\frac{2}{3}$，

所以$\vec{m}=(\sqrt{3},1,-\frac{2}{3})$是平面$PAD$的一个法向量，…………………………9 分

设平面BDM的法向量为$\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$，则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{OB}=\sqrt{3}x_2=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{OM}=\frac{4}{3}y_2+2z_2=0\end{cases}$，取$y_2=3$，得$x_2=0$，$z_2=-2$，

所以$\vec{n}=(0,3,-2)$是平面BDM的一个法向量…………………………10 分

所以$\cos<\vec{m},\vec{n}>=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{3+\frac{4}{3}}{\sqrt{13}\sqrt{\frac{40}{9}}}=\frac{\sqrt{130}}{20}$，…………………………11 分

所以平面BDM与平面PAD夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{130}}{20}$.…………………………12 分

21.（本题满分 12 分）

解：（1）设动圆C的圆心为(x,y)，则依题意得：$\sqrt{(x-1)^2+y^2}=|x+1|$，…………………………2 分

化简得：$y^2=4x$，即E的方程为$y^2=4x$；…………………………4 分

（2）因为$P(4,y_0)(y_0>0)$是曲线E上一点，所以$y_0^2=4\times4=16$，所以$y_0=4$，所以$P(4,4)$，

当α、β中有一个为$\frac{\pi}{2}$时，不妨设$\alpha=\frac{\pi}{4}$，则$\beta=\frac{\pi}{2}$，此时$B(4,-4)$，直线PA方程为：$y=x$，

联立$\begin{cases}y^2=4x\\ y=x\end{cases}$，解得$A(0,0)$，直线$AB$方程为：$x+y=0$，…………………………5 分

当α、β都不为$\frac{\pi}{2}$时，设直线PA、PB的斜率分别为k_1，k_2，设$A(\frac{y_1^2}{4},y_1)$，$B(\frac{y_2^2}{4},y_2)$，

所以$k_1=\dfrac{y_1-4}{\dfrac{1}{4}y_1^2-4}=\dfrac{4}{y_1+4}$，同理可得$k_2=\dfrac{4}{y_2+4}$．……6 分

因为$\alpha+\beta=\dfrac{3\pi}{4}$，所以$\tan(\alpha+\beta)=-1$，所以$\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}=-1$，……7 分

所以$\dfrac{k_1+k_2}{1-k_1\cdot k_2}=-1$，即$k_1+k_2-k_1\cdot k_2+1=0$，……8 分

所以$\dfrac{4}{y_1+4}+\dfrac{4}{y_2+4}-\dfrac{4}{y_1+4}\cdot\dfrac{4}{y_2+4}+1=0$，即$8(y_1+y_2)+y_1\cdot y_2+32=0$，……9 分

依题意可设直线AB方程为：$x=ty+n$，联立$\begin{cases}y^2=4x\\x=ty+n\end{cases}$，消$x$整理得：$y^2-4ty-4n=0$，…10 分

所以$\Delta=16t^2+16n>0$，$y_1+y_2=4t$，$y_1\cdot y_2=-4n$，……11 分

所以$32t-4n+32=0$，即$n=8t+8$，所以$x=ty+n=ty+8t+8=t(y+8)+8$，

令$y+8=0$得$y=-8$，$x=8$，所以直线AB经过定点$Q(8,-8)$．……12 分

22．（**本题满分 12 分**）

解：（1）对函数$f(x)$求导可得$f'(x)=mx+1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{mx^2+x-1}{x}$．……1 分

当$m=0$时，$f'(x)=\dfrac{x-1}{x}$，令$f'(x)=0$得：$x=1$，

当$0<x<1$时，$f'(x)<0$，所以$f(x)$在$(0,1)$上单调递减；

当$x>1$时，$f'(x)>0$，所以$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增；……2 分

当$m\neq0$时，设$g(x)=mx^2+x-1$，$\Delta=1+4m$

当$m\le-\dfrac{1}{4}$时，$\Delta\le0$，$g(x)\le0$，所以$f'(x)\le0$，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减；……3 分

当$-\dfrac{1}{4}<m<0$时，$\Delta>0$，令$g(x)=0$得：$x_1=\dfrac{-1-\sqrt{1+4m}}{2m}>0$，$x_2=\dfrac{-1+\sqrt{1+4m}}{2m}>0$，且$x_1>x_2$，

当$0<x<x_2$或$x>x_1$时，$g(x)<0$，即$f'(x)<0$，所以$f(x)$在$(0,\dfrac{-1+\sqrt{1+4m}}{2m})$，$(\dfrac{-1-\sqrt{1+4m}}{2m},+\infty)$上单调递减；

当$x_2<x<x_1$时，$g(x)>0$，即$f'(x)>0$，所以$f(x)$在$(\dfrac{-1+\sqrt{1+4m}}{2m},\dfrac{-1-\sqrt{1+4m}}{2m})$上单调递增；4 分

当 $m>0$ 时，$\Delta>0$，令 $g(x)=0$ 得：$x_1=\dfrac{-1-\sqrt{1+4m}}{2m}<0$（舍去），$x_2=\dfrac{-1+\sqrt{1+4m}}{2m}>0$，

当 $0<x<x_2$ 时，$g(x)<0$，即 $f'(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,\dfrac{-1+\sqrt{1+4m}}{2m})$ 上单调递减；

$x>x_2$ 时，$g(x)>0$，即 $f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(\dfrac{-1+\sqrt{1+4m}}{2m},+\infty)$ 上单调递增；……………5 分

（2）由（1）知，$-\dfrac{1}{4}<m<0$，a,b 是 $mx^2+x-1=0$ 的两根，所以 $a+b=-\dfrac{1}{m}$，……………6 分

因为 $f(a)=\dfrac{1}{2}ma^2+a-\ln a$，$f(b)=\dfrac{1}{2}mb^2+b-\ln b$，

所以 $f(a)-f(b)=\dfrac{1}{2}m(a+b)(a-b)+(a-b)-(\ln a-\ln b)=\dfrac{1}{2}(a-b)-(\ln a-\ln b)$……………7 分

所以 $2[f(a)-f(b)]=(a-b)-2(\ln a-\ln b)$，又 $a+b=-\dfrac{1}{m}$，

所以要证 $2[f(a)-f(b)]<(4m+1)(a-b)$，只需证 $\ln a-\ln b>\dfrac{2(a-b)}{a+b}$，……………………8 分

等价于 $\ln\dfrac{a}{b}>\dfrac{2(\frac{a}{b}-1)}{\frac{a}{b}+1}$，…………………………………………………………………10 分

设 $\dfrac{a}{b}=t$，则 $t>1$，所以 $\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$，所以只需证 $\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}>0$，

令 $g(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}(t>1)$，

所以 $g'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{2(t+1-t+1)}{(t+1)^2}=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(t+1)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$，………………………………11 分

所以 $g(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，所以 $g(t)>g(1)=0$，

所以 $\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}>0$，即 $2[f(a)-f(b)]<(4m+1)(a-b)$．………………………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。