

高三数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:除平面向量、立体几何、圆锥曲线外的高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

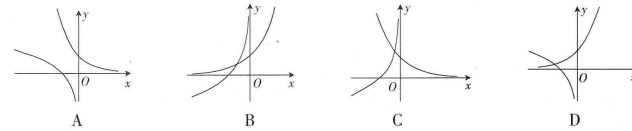
1. 若复数 z 满足 $z(1+i)=2+3i$, 则 z 的虚部是
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}i$ C. 1 D. -1
2. 设集合 $U=\mathbf{R}$, 集合 $M=\{x|(x+1)(x-2)\leq 0\}$, $N=\{x|x>1\}$, 则 $\{x|1<x\leq 2\}$ 是
A. $M\cup N$ B. $M\cap N$ C. $(\complement_U N)\cup M$ D. $(\complement_U N)\cap M$
3. 已知函数 $f(x)=\frac{ax-1}{x^2+1}$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 则 $a=$
A. 1 B. -1 C. 0 D. 2
4. 已知 $a>0, b>0$, 且 $3a+4b=4$, 则 ab 的最大值为
A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$
5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_3}{S_6}=\frac{1}{3}$, 则 $\frac{S_6}{S_{12}}=$
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{7}$
6. 某商家为了吸引顾客, 促销商品, 推出消费满额砸金蛋的活动。某顾客共获得 2 次砸金蛋的机会, 若该顾客砸金蛋时还剩 9 个金蛋, 其中只有 3 个金蛋有奖券, 则该顾客砸出奖券的概率为
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{7}{12}$
7. 有些家用电器(如冰箱等)使用了氟化物, 氟化物的释放破坏了大气上层的臭氧层, 使臭氧含量 Q 随时间 t (单位: 年) 呈指数函数型变化, 当氟化物排放量维持某种水平时, 具有关系式 $Q=Q_0 e^{-0.0025t}$, 其中 Q_0 是臭氧的初始量, 估计臭氧含量减少 $\frac{3}{4}$ 需要(取 $\ln 2=0.69$)
A. 276 年 B. 552 年 C. 414 年 D. 483 年

8. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{4})+1$ ($\omega>0$) 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上单调递增, 在 $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减, 则 ω 的取值范围是

- A. $[\frac{9}{4}, \frac{7}{2}]$ B. $[\frac{7}{2}, \frac{9}{2}]$ C. $[\frac{7}{4}, \frac{9}{4}]$ D. $[\frac{7}{4}, \frac{9}{2}]$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知 $a^x=b^{-x}$, 函数 $y=\log_a(-x)$ 与 $y=b^x$ 的图象可能是



10. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_{15}>0, S_{31}<0$, 则下列结论正确的是

- A. $\{2a_n-1\}$ 是等差数列 B. $\{\frac{S_n}{n}\}$ 是等差数列
C. $a_{16}>0$ D. 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$, 都有 $S_n\leq S_{15}$

11. 已知函数 $f(x)=\frac{x^2}{x-3}$, 下列结论正确的是

- A. $f(x)$ 在 $(0, 6)$ 上单调递减 B. $f(x)$ 的图象关于点 $(3, 6)$ 对称
C. 曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴相切 D. $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, 0]\cup[12, +\infty)$

12. 在一款色彩三原色(红、黄、青)的颜色传输器中, 信道内传输红色、黄色、青色信号, 信号的传输相互独立。当发送红色信号时, 显示为黄色的概率为 α ($0<\alpha<1$), 显示为青色的概率为 $1-\alpha$; 当发送黄色信号时, 显示为青色的概率为 β ($0<\beta<1$), 显示为红色的概率为 $1-\beta$; 当发送青色信号时, 显示为红色的概率为 γ ($0<\gamma<1$), 显示为黄色的概率为 $1-\gamma$ 。考虑两种传输方案: 单次传输和两次传输。单次传输是指每个信号只发送 1 次, 两次传输是指每个信号重复发送 2 次。显示的颜色信号需要译码, 译码规则如下: 当单次传输时, 译码就是显示的颜色信号; 当两次传输时, 若两次显示的颜色信号不同, 则译码为剩下的颜色信号, 若两次显示的颜色信号相同, 则译码为显示的颜色。例如: 若显示的颜色为(红, 黄), 则译码为青色; 若显示的颜色为(红, 红), 则译码为红色。下列结论正确的是

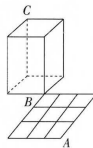
- A. 采用单次传输方案, 若依次发送红色、黄色、青色信号, 则依次显示青色、青色、红色的概率为 $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$
B. 采用两次传输方案, 若发送红色信号, 则依次显示黄色、黄色的概率为 α^2
C. 采用两次传输方案, 若发送红色信号, 则译码为红色的概率为 $\alpha(1-\alpha)$
D. 对于任意的 $0<\alpha<1$, 若发送红色信号, 则采用两次传输方案译码为青色的概率小于采用单次传输方案译码为青色的概率

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。把答案填在答题卡中的横线上。

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2, BC=4, AC=5$, 则 $\cos C=$ $\frac{\blacktriangle}{\blacktriangle}$ 。
14. 函数 $f(x)=(-2x+4)e^x$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上的最大值为 $\frac{\blacktriangle}{\blacktriangle}$ 。

15. 已知 $\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{10}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\sin \alpha - \cos \alpha =$.

16. 某迷宫隧道猫爬架如图所示, B, C 为一个长方体的两个顶点, A, B 是边长为 3 米的大正方形的两个顶点, 且大正方形由完全相同的 9 小正方形拼成. 若小猫从 A 点沿着图中的线段爬到 B 点, 再从 B 点沿着长方体的棱爬到 C 点, 则小猫从 A 点爬到 C 点可以选择的最短路径共有 条.



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

第 31 届世界大学生夏季运动会, 是中国西部第一次举办世界性综合运动会, 共设篮球、排球、田径、游泳等 18 个大项、269 个小项. 该届赛事约有来自 170 个国家和地区的 1 万余名运动员及官员赴蓉参加, 该届赛事于 2023 年 7 月 28 日至 8 月 8 日在中国四川省成都市举行. 为了了解关注该赛事是否与性别有关, 某体育台随机抽取 2000 名观众进行统计, 得到如下 2×2 列联表.

	男	女	合计
关注该赛事	600	300	900
不关注该赛事	400	700	1100
合计	1000	1000	2000

(1) 在所有女观众中, 试估计她们关注该赛事的概率(结果用百分数表示);

(2) 根据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验, 能否认为是否关注该赛事与性别有关联?

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

18. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $A+C=2B, 2\sin(A-B)-\sin C=0$.

(1) 求 $\tan A$;

(2) 若 $b=7$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12 分)

定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2$, 当 $x>0$ 时, $f(x)+2>0$.

(1) 求 $f(0)$ 的值;

(2) 试判断 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的单调性, 并说明理由;

(3) 解不等式 $f(x)+f(1)+4>0$.

20. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $3S_n+a_n=1$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n=n \cdot a_n$, 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n + \frac{b_n}{3} \geq \frac{1}{3}$.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2} \ln x - e^x$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积;

(2) 证明: $f(x) < -\frac{5}{4}$.

22. (12 分)

踢毽子在我国流传很广, 有着悠久的历史, 是一项传统民间体育活动. 某次体育课上, 甲、乙、丙、丁四人一起踢毽子. 毽子在四人中传递, 先从甲开始, 甲传给乙、丙、丁的概率均为 $\frac{1}{3}$; 当

乙接到毽子时, 乙传给甲、丙、丁的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}$; 当丙接到毽子时, 丙传给甲、乙、丁的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}$; 当丁接到毽子时, 丁传给甲、乙、丙的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}$. 假设毽子一直没有掉地上, 经过 n 次传毽子后, 毽子被甲、乙、丙、丁接到的概率分别为 a_n, b_n, c_n, d_n , 已知 $a_1=0$.

(1) 记丁在前 2 次传毽子中, 接到毽子的次数为 X , 求 X 的分布列;

(2) 证明 $\{a_n - \frac{1}{4}\}$ 为等比数列, 并判断经过 150 次传毽子后甲接到毽子的概率与 $\frac{1}{4}$ 的大小.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线