2022—2023 学年高三 5 月高考适应性大练兵联考

数学文科参考答案及评分细则

1.【答案】D

【解析】由已知得 $A=\{0,1,2\}$,则 $A\cup B=\{0,1,2,3\}$,故选 D.

2.【答案】A

【解析】$z=\frac{5}{2+i}=\frac{5(2-i)}{5}=2-i$,$\therefore \bar{z}=2+i$,它在复平面内对应的点为$(2,1)$,位于第一象限,故选 A.

3.【答案】B

【解析】由 $a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$ 可知,数列$\{a_n\}$为等比数列,所以 $a_5^2=a_2a_8=16$,$\therefore a_5=\pm4$,故选 B.

4.【答案】D

【解析】显然 p 为真命题,当 $x=2\,023$ 时,$(x-2\,023)^{2024}=0$,q 为假命题,故为真命题的是 $p\wedge\neg q$,故选 D.

5.【答案】C

【解析】设圆锥的高为 h,则$\frac{1}{3}\pi\times4h=\frac{4}{3}\pi\times1$,所以 $h=1$,其母线长为 $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{5}$,故选 C.

6.【答案】C

【解析】由已知得 $\bar{x}=\frac{1}{5}\times(1+2+3+4+5)=3$,$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(9+a+17+b+27)=\frac{53+(a+b)}{5}$,又直线 $\hat{y}=4.5x+3.7$ 过点$(\bar{x},\bar{y})$,所以$\frac{53+(a+b)}{5}=4.5\times3+3.7$,解得 $a+b=33$,故选 C.

7.【答案】B

【解析】由$f(x)=\log_a x$ 为减函数,得$0<a<1$,设$t=x^2-4x$,则 $g(x)=h(t)=a^t(0<a<1)$,故 $h(t)$为减函数,要求$g(x)$的单调递增区间,则只需求 $t=x^2-4x$ 的单调递减区间,易知 $t=x^2-4x$ 在$(-\infty,2)$上单调递减,$(2,+\infty)$上单调递增,所以 $g(x)$的单调递增区间为$(-\infty,2)$,故选 B.

8.【答案】D

【解析】$g(x)=f\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=2\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=2\sin 2x$,令 $2x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$,得 $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$,即 $g(x)$的图象的对称轴为直线 $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$,令 $k=1$,得 $x=\frac{3\pi}{4}$,故选 D.

9.【答案】A

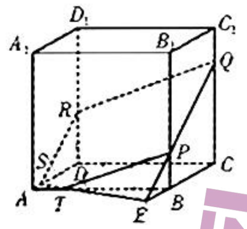
【解析】设 $AC=x$,$CD=y$,由角平分线定理得$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$,即$\frac{6}{x}=\frac{4}{y}$,整理得 $2x=3y$①,由斯库顿定理得 $AD^2=AB\cdot AC-BD\cdot CD$,即 $25=6x-4y$②,由①②得 $x=\frac{15}{2}$,$y=5$,即 $CD=5$,$AC=\frac{15}{2}$,则 $BC=9$,所以点 P 恰好落在$\triangle ABD$ 内的概率为 $P=\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{BD}{BC}=\frac{4}{9}$,故选 A.

10.【答案】C

【解析】由 $M(12,2)$,可得点 A 的纵坐标为 2,设 $A(m,2)$,则 $4=8m$,解得 $m=\frac{1}{2}$,由题意可得,反射光线过焦点$(2,0)$,所以直线 AB 的方程为 $y-0=\frac{2-0}{\frac{1}{2}-2}(x-2)$,整理可得 $y=-\frac{4}{3}(x-2)$,联立$\begin{cases}y=-\frac{4}{3}(x-2),\\y^2=8x\end{cases}$整理可得 $2x^2-17x+8=0$,解得 $x_1=\frac{1}{2}$,$x_2=8$,故 $B(8,-8)$,所以$|MB|=\sqrt{(12-8)^2+(2+8)^2}=2\sqrt{29}$,故选 C.

11.【答案】C

【解析】连接 QP 并延长交 CB 的延长线于点 E，连接 ET 并延长交 AD 于点 S，过点 S 作 $SR//EQ$ 交 DD_1 于点 R，连接 RQ，则五边形 $PQRST$ 即为平面 PQT 截该长方体所得的截面多边形，故选 C.



12.【答案】B

【解析】由 $a(e^{\frac{x}{a}}-\ln x)\geqslant x(a-1)$，得 $e^{\frac{x}{a}}+\frac{x}{a}\geqslant x+\ln x$，即 $e^{\frac{x}{a}}+\frac{x}{a}\geqslant e^{\ln x}+\ln x$，令 $g(x)=e^x+x$，则有 $g\left(\frac{x}{a}\right)\geqslant g(\ln x)$，$g'(x)=e^x+1>0$，即 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$\therefore \frac{x}{a}\geqslant\ln x$，$\therefore \frac{1}{a}\geqslant\frac{\ln x}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，令 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，则 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，当 $0<x<e$ 时，$f'(x)>0$，即 $f(x)$ 单调递增；当 $x>e$ 时，$f'(x)<0$，即 $f(x)$ 单调递减，$\therefore f(x)\leqslant f(e)=\frac{1}{e}$，故 $\frac{1}{a}\geqslant\frac{1}{e}$，解得 $0<a\leqslant e$，故选 B. 来源：高三答案公众号

13.【答案】±2

【解析】将 $|\lambda a-b|=\sqrt{5}$ 两边平方得 $\lambda^2+1=5$，$\therefore \lambda=\pm2$.

14.【答案】16

【解析】因为 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数，所以 $f(0)=2-a=0$，$\therefore a=2$，所以当 $x\leqslant0$ 时，$f(x)=2x^3$，所以 $f(a)=f(2)=-f(-2)=-2\times(-2)^3=16$.

15.【答案】$\frac{\sqrt{5}}{2}$

【解析】由 C 的一条渐近线与直线 $l:2x+y-10=0$ 垂直，得 $\frac{b}{a}\cdot(-2)=-1$，$\therefore \frac{b}{a}=\frac{1}{2}$，$\therefore e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

16.【答案】$\frac{1}{2}$　3（第一空 2 分，第二空 3 分）

【解析】因为 $b\sin\left(\frac{\pi}{2}-C\right)=(c-2a)\cos(\pi-B)$，所以 $b\cos C=(2a-c)\cos B$，由正弦定理得 $\sin B\cos C+\sin C\cos B=2\sin A\cos B$，即 $\sin A=2\sin A\cos B$，因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A\neq0$，所以 $\cos B=\frac{1}{2}$，由余弦定理可得 $4=a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac=(a+c)^2-5$，$\therefore a+c=3$.

17. 解：(1) 设公差为 d，由 $S_5=4(a_2+a_3)+1$，得 $S_5=8a_2+1=25$，（1 分）

所以 $\begin{cases}a_1+d=3,\\5a_1+10d=25,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a_1=1,\\d=2,\end{cases}$（4 分）

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=a_1+(n-1)d=2n-1$，（5 分）

$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=n^2$.（6 分）

(2)若选①：$b_n=\frac{1}{\sqrt{a_{n+1}}+\sqrt{a_n}}=\frac{1}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}=\frac{1}{2}(\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1})$,(9 分)

所以 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$

$=\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1})$

$=\frac{\sqrt{2n+1}-1}{2}$.(12 分) 来源：高三答案公众号

若选②：$b_n=\frac{a_{n+1}}{S_nS_{n+1}}=\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}=\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+1)^2}$,(9 分)

所以 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$

$=1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+1)^2}$

$=1-\frac{1}{(n+1)^2}=\frac{n^2+2n}{n^2+2n+1}$.(12 分)

若选③：$b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$,(9 分)

所以 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)$

$=\frac{n}{2n+1}$.(12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,未设公差为 d 而直接列出关于 a_1 与 d 的方程组,不扣分.

2. 第(2)小题中,若选①,结果写成$\frac{1}{2}(\sqrt{2n+1}-1)$或$\frac{\sqrt{2n+1}}{2}-\frac{1}{2}$均不扣分;若选②,结果写成$1-\frac{1}{(n+1)^2}$或$\frac{n^2+2n}{(n+1)^2}$或$\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$均不扣分;若选③,结果写成$\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)$或$\frac{1}{2}-\frac{1}{4n+2}$均不扣分.

18. 解:(1)样本中,参赛大学生成绩的平均数为 $\bar{x}=65\times0.15+75\times0.3+85\times0.35+95\times0.2=81$,(2 分)

设参赛大学生成绩的中位数为 t,前 2 组的频率之和为 $0.15+0.30=0.45<0.5$,

前 3 组的频率之和为 $0.45+0.35=0.8>0.5$,故中位数位于第 3 组,

所以$(t-80)\times0.035=0.05$,解得 $t=\frac{570}{7}$,(5 分)

用样本估计总体,可估计这次竞赛中参赛大学生成绩的平均数及中位数分别为 81 与$\frac{570}{7}$.(6 分)

(2)由表格可得 $K^2=\frac{100\times(50\times15-30\times5)^2}{80\times20\times55\times45}=\frac{100}{11}\approx9.091$,(10 分)

因为 $9.091>7.879$,

所以有 99.5%的把握认为能否获得“亚运达人”称号与性别有关.(12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中的中位数也可写成 $81\frac{3}{7}$.

2. 第(2)小题中的 K^2 若只写成$\frac{100}{11}$或$\frac{100}{11}$的其他近似值,只要判断无误,不扣分.

19. (1)证明：因为 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $PA\perp CD$.（1 分）

因为四边形 $ABCD$ 是正方形，所以 $CD\perp AD$，（2 分）

又 $PA\cap AD=A$，所以 $CD\perp$ 平面 PAD，

又 $AE\subset$ 平面 PAD，所以 $CD\perp AE$，（3 分）

又 $AE\perp CE$，$CE\cap CD=C$，

所以 $AE\perp$ 平面 PCD，（4 分）

$PD\subset$ 平面 PCD，所以 $AE\perp PD$.（5 分）

(2)解：设点 C 到平面 BAE 的距离为 d.

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC=2$.（6 分）

由(1)知 $AE\perp PD$，又 $AD=AP$，

所以点 E 是 PD 的中点，所以 $AE=\frac{1}{2}DP=\frac{1}{2}\sqrt{AD^2+AP^2}=\sqrt{2}$.

由(1)知，$CD\perp$ 平面 PAD，又 $AB// CD$，

所以 $AB\perp$ 平面 PAD，因为 $AE\subset$ 平面 PAD，所以 $AB\perp AE$，

所以 $S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AB\cdot AE=\sqrt{2}$.（9 分）

$V_{三棱锥C-ABE}=V_{三棱锥E-ABC}=\frac{1}{2}V_{三棱锥P-ABC}$，

所以 $\frac{1}{3}S_{\triangle ABE}\cdot d=\frac{1}{6}S_{\triangle ABC}\cdot AP$，

所以 $d=\frac{\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}\cdot AP}{S_{\triangle ABE}}=\frac{\frac{1}{2}\times2\times2}{\sqrt{2}}=$

即点 C 到平面 BAE 的距离为 $\sqrt{2}$.（12 分）

【评分细则】

1. 第(1)小题若用其他方法求解，酌情给分，过程无误则给满分.

2. 第(2)小题中，也可直接利用 $V_{三棱锥C-ABE}=V_{三棱锥E-ABC}$ 求解，此时求得点 E 到平面 ABC 的距离为 1 可给 1 分，过程及结果无误给满分.

20. 解：(1)由 C 的上顶点为 $M(0,1)$，得 $b=1$，（1 分）

所以直线 $l_1: x+ay=0$，

又点 M 到直线 l_1 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $a=\sqrt{3}$，（4 分）

所以 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$.（5 分）

(2)设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{3}+y^2=1,\\ y=kx-3,\end{cases}$ 得 $(1+3k^2)x^2-18kx+24=0$，

则 $\Delta=18^2k^2-96(1+3k^2)>0$，解得 $k^2>\frac{8}{3}$，(＊)（6 分）

所以 $x_1+x_2=\frac{18k}{1+3k^2}$，$x_1x_2=\frac{24}{1+3k^2}$，（7 分）

因为以线段 AB 为直径的圆恰好经过坐标原点 O，

所以$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=0$,(8 分)

于是得 $x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+(kx_1-3)(kx_2-3)=(k^2+1)x_1x_2-3k(x_1+x_2)+9$

$=\dfrac{24(k^2+1)}{1+3k^2}-\dfrac{54k^2}{1+3k^2}+9=0$,

整理得 $k^2=11$,满足(*)式,(11 分)

所以 $k=\pm\sqrt{11}$.(12 分)

【评分细则】来源：高三答案公众号

1. 第(1)小题中,C 的方程正确,但未写成标准方程形式则扣 1 分.
2. 第(2)小题中,未强调 $\Delta>0$ 扣 1 分.
3. 第(2)小题中,求得 k 值后未代入(*)式检验扣 1 分.

21. 解:(1)当 $a=2$ 时,$f(x)=\ln x-2x$,$f(1)=-2$,(1 分)

$f'(x)=\dfrac{1}{x}-2$,故切线斜率为 $f'(1)=-1$,(2 分)

因此切线方程为 $y+2=-(x-1)$,即 $x+y+1=0$.(3 分)

(2)(i)函数 $g(x)=\ln x+x^2-ax$,定义域为$(0,+\infty)$,

$g'(x)=\dfrac{1}{x}+2x-a=\dfrac{2x^2-ax+1}{x}$,

因为 x_1,x_2 是函数 $g(x)$ 的两个极值点,所以 x_1,x_2 是方程 $2x^2-ax+1=0$ 的两个不等正根,

则有 $\Delta=a^2-8>0$,$x_1+x_2=\dfrac{a}{2}>0$,$x_1x_2=\dfrac{1}{2}$,

解得 $a>2\sqrt{2}$,

即实数 a 的取值范围为$(2\sqrt{2},+\infty)$.(6 分)

(ii)由(i)得$\dfrac{a}{4}>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,故 $x_2\in\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$,

且有 $ax_1=2x_1^2+1$,$ax_2=2x_2^2+1$,

$g(x_2)-3g(x_1)=(\ln x_2+x_2^2-ax_2)-3(\ln x_1+x_1^2-ax_1)$

$=(\ln x_2+x_2^2-2x_2^2-1)-3(\ln x_1+x_1^2-2x_1^2-1)$

$=\ln x_2-x_2^2+3x_1^2-3\ln x_1+2$

$=-x_2^2+\ln x_2+3\left(\dfrac{1}{2x_2}\right)^2-3\ln\dfrac{1}{2x_2}+2$

$=-x_2^2+\dfrac{3}{4x_2^2}+2\ln x_2^2+3\ln 2+2$,(9 分)

令 $t=x_2^2$,则 $t\in\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$,

$h(t)=-t+\dfrac{3}{4t}+2\ln t+3\ln 2+2$,$h'(t)=-1-\dfrac{3}{4t^2}+\dfrac{2}{t}=-\dfrac{(2t-1)(2t-3)}{4t^2}$,

当 $t\in\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right)$时,$h(t)$单调递增,当 $t\in\left(\dfrac{3}{2},+\infty\right)$时,$h(t)$单调递减,

所以 $h(t)_{\max}=h\left(\dfrac{3}{2}\right)=2\ln 3+\ln 2+1$,

所以 $g(x_2)-3g(x_1)$的最大值为 $2\ln 3+\ln 2+1$.(12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中,切线方程写成 $y=-x-1$ 不扣分.
2. 第(2)小题若用其他方法求解,酌情给分,过程及答案无误则给满分.

22. 解：(1)由题意可知，l_2 过点 $P(-1,0)$，倾斜角为 30°，(1 分)

所以 l_2 的一个参数方程为 $\begin{cases} x=-1+\frac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y=\frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数). (3 分)

由 $\rho=8\cos^2\frac{\theta}{2}-4$，得 $\rho=4\cos\theta$，即 $\rho^2=4\rho\cos\theta$，

将 $x=\rho\cos\theta$，$x^2+y^2=\rho^2$ 代入上式，

得 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-4x=0$. (5 分)

(2)设 A，B 对应的参数分别为 t_1，t_2，

把 l_2 的参数方程代入 C 的方程得 $\left(-1+\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)^2+\left(\frac{1}{2}t\right)^2-4\left(-1+\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)=0$，(7 分)

整理得 $t^2-3\sqrt{3}t+5=0$，

则 $t_1+t_2=3\sqrt{3}$，$t_1t_2=5$，$\therefore t_1>0$，$t_2>0$，(8 分)

由参数的几何意义得 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{|PA|+|PB|}{|PA||PB|}=\frac{t_1+t_2}{t_1t_2}=\frac{3\sqrt{3}}{5}$. (10 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中，l_2 的参数方程不唯一，只要参数方程无误则给 3 分.
2. 第(2)小题也可利用直线 l_2 的普通方程求解，酌情给分，过程及答案无误则给满分.

23. 解：(1)由 $f(x)-2f(x-3)<x$，得 $|x+1|-2|x-2|<x$，(1 分)

原不等式等价于 $\begin{cases} x\leqslant -1, \\ -x-1+2x-4<x, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -1<x<2, \\ x+1+2x-4<x, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x\geqslant 2, \\ x+1-2x+4<x, \end{cases}$

解得 $x\leqslant -1$，或 $-1<x<\frac{3}{2}$，或 $x>\frac{5}{2}$，

所以原不等式的解集为 $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2},+\infty\right)$. (5 分)

(2)因为 $f(x+3)+f(x-a)=|x+4|+|x-a+1|\geqslant|a+3|$，当且仅当 $(x+4)(x-a+1)\leqslant 0$ 时等号成立，

所以 $f(x+3)+f(x-a)$ 的最小值为 $|a+3|$，(7 分)

由已知可得 $|a+3|\geqslant 1$，(8 分)

所以 $a+3\geqslant 1$ 或 $a+3\leqslant -1$，

解得 $a\geqslant -2$ 或 $a\leqslant -4$，

即实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-4]\cup[-2,+\infty)$. (10 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中，最后结果错误，但解三个不等式组可给步骤分，解对 1 个给 1 分.
2. 第(1)小题中，原不等式的解集写成集合或区间形式均可，若直接写成以下不等式的形式：$x<\frac{3}{2}$ 或 $x>\frac{5}{2}$，扣 1 分.
3. 第(2)小题中，未强调"当且仅当 $(x+4)(x-a+1)\leqslant 0$ 时等号成立"，不扣分.
4. 第(2)小题的最后结果也可写成以下不等式或集合形式：$a\leqslant -4$ 或 $a\geqslant -2$，$\{a|a\leqslant -4$，或 $a\geqslant -2\}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。