2021 年秋季高三数学（文）开学摸底考试卷 03

班级____________ 姓名____________ 分数____________

（考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

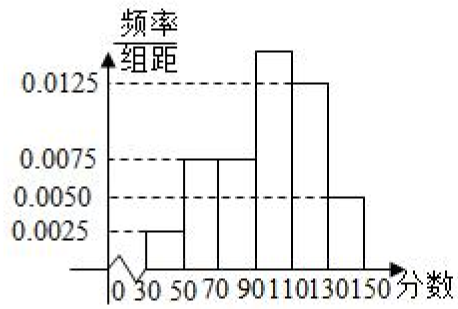
1．已知集合 $A=\{x\in N\,|\,1\leqslant x\leqslant 9\}$，$B=\{x\,|\,0<x<5\}$，则 $A\bigcap B=$

A．$\{2，3，4\}$　　B．$\{1，2，3，4\}$　　C．$\{x\,|\,1\leqslant x\leqslant 5\}$　　D．$\{x\,|\,1\leqslant x<5\}$

2．设复数 z 满足 $\dfrac{1+z}{1-z}=i$，则 $\overline{z}=$

A．i　　B．$-i$　　C．1　　D．$1+i$

3．2021 年 4 月 23 日是第 26 个世界读书日，某市举行以“颂读百年路，展阅新征程”为主题的读书大赛活动，以庆祝中国共产党成立 100 周年．比赛分初赛和复赛两个阶段进行，规定：初赛成绩大于 90 分的具有复赛资格，某校有 1000 名学生参加了初赛，所有学生的成绩均在区间 $(30，150]$ 内，其频率分布直方图如图所示，则该校获得复赛资格的人数为



A．650　　B．660　　C．680　　D．700

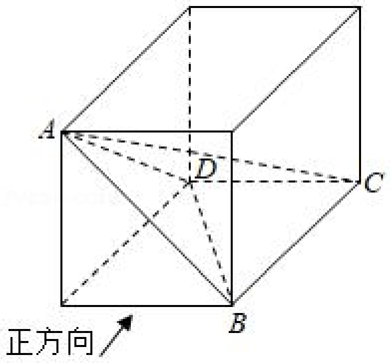
4．某新晋网红一线城市鹅城人口模型近似为 $P=250024e^{0.012t}$，其中 $t=0$ 表示 2020 年的人口数量，则鹅城人口数量达到 320000 的年份大约是　$(ln2\approx 0.693，ln3\approx 1.099，ln5\approx 1.609)$

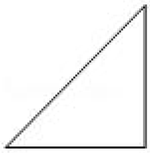
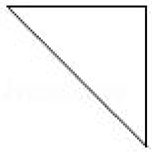
A．2040 年　　B．2045 年　　C．2030 年　　D．2050 年

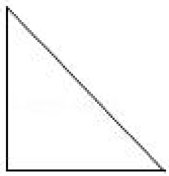
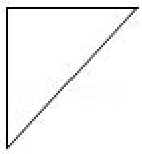
5．已知直线 $l:kx+y-\sqrt{2}k=0$ 与双曲线 $C:x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的一条渐近线平行，且这两条平行线间的距离为 $\dfrac{4}{3}$，则双曲线 C 的焦距为

A．4　　B．6　　C．$2\sqrt{3}$　　D．8

6．三棱锥 $A-BCD$ 的四个顶点为正方体的四个顶点，正方向如图所示，则三棱锥的左视图为



A．　　B．

C．　　D．

7．设 $p:2x^2-3x+1\ \ 0$，$q:x^2-(2a+1)x+a(a+1)\ \ 0$，若 $\neg q$ 的必要不充分条件是 $\neg p$，则实数 a 的取值范围是

A．$[0,\frac{1}{2}]$　　B．$(0,\frac{1}{2}]$

C．$(-\infty,0)\bigcup[\frac{1}{2},+\infty)$　　D．$(-\infty,0)\bigcup(\frac{1}{2},+\infty)$

8．一艘海警船从港口 A 出发，以每小时 40 海里的速度沿南偏东 40° 方向直线航行，30 分钟后到达 B 处，这时候接到从 C 处发出的一求救信号，已知 C 在 B 的北偏东 65°，港口 A 的东偏南 20° 处，那么 B，C 两点的距离是　　海里

A．$10\sqrt{3}$　　B．$10\sqrt{2}$　　C．20　　D．$15\sqrt{2}$

9．$\dfrac{1+\sin 70^\circ}{2-2\sin^2 10^\circ}=$

A．2　　B．-1　　C．1　　D．$\dfrac{1}{2}$

10．把颜色分别为红、黄、蓝、白四种颜色的小球放入颜色分别为红、黄、蓝、白四种颜色的纸盒中，则四个小球都没有放入相同颜色的纸盒中的概率为

A．$\dfrac{16}{81}$　　B．$\dfrac{81}{256}$　　C．$\dfrac{3}{4}$　　D．$\dfrac{2}{3}$

11．已知三棱锥 $A-BCD$ 满足：$AB=AC=AD$，ΔBCD 是边长为 2 的等边三角形．其外接球的球心 O 满足：$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$，则该三棱锥的体积为

A．$\frac{1}{6}$　　　　　B．$\frac{1}{3}$　　　　　C．$\frac{2}{3}$　　　　　D．1

12．已知 $y=f(x+2)$ 为奇函数，且 $f(3+x)=f(3-x)$，当 $x\in[0，1]$时，$f(x)=2^{x}+\log_{4}(x+1)-1$，则 $f(2021)=$

A．$\frac{3}{2}$　　　　　B．2　　　　　C．$3+\log_{4}3$　　　　　D．9

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．设函数 $f(x)=x^{3}+ax^{2}+(a+2)x$．若 $f(x)$ 的图象关于原点 $(0,0)$ 对称，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,3)$ 处的切线方程为____．

14．已知向量 $\vec{a}=(3,1)$，$\vec{b}=(1,0)$，$\vec{c}=\vec{a}+k\vec{b}$．若 $\vec{a}\perp\vec{c}$，则 $k=$____．

15．设 F_1，F_2 分别是椭圆 $E:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，过点 F_1 的直线交椭圆 E 于 A，B 两点，$|AF_1|=3|BF_1|$，若 $\cos\angle AF_2B=\frac{3}{5}$，则椭圆 E 的离心率为____．

16．设函数 $f(x)=a\sin(x+\frac{\pi}{6})+\sqrt{3}b\sin(x-\frac{\pi}{3})(a>0)$，若 $\forall x\in R$，$|f(x)|\quad|f(0)|$，则 $\frac{1}{a}-2b$ 的最小值为 ____．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．（一）必考题：共 60 分．

17．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{2a_n}{a_n+2}$．

（1）求证数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 为等差数列；

（2）设 $b_n=a_na_{n+1}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

18．为了解华人社区对接种新冠疫苗的态度，美中亚裔健康协会日前通过社交媒体，进行了小规模的社区调查，结果显示，多达 73.4% 的华人受访者担心接种疫苗后会有副作用．为了了解接种某种疫苗后是否会引起疲乏症状，某组织随机抽取了某地 200 人进行调查，得到统计数据如表：

	无疲乏症状	有疲乏症状	总计
未接种疫苗	100	25	n
接种疫苗	x	y	75
总计	150	m	200

（1）求2×2列联表中的数据x，y，m，n的值，并确定能否有95%的把握认为有疲乏症状与接种此种疫苗有关；

（2）从接种疫苗的75人中按是否有疲乏症状，采用分层抽样的方法抽出6人，再从这6人中随机抽取2人做进一步调查，求这2人中恰有1人有疲乏症状的概率．

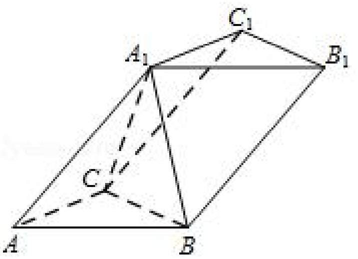
附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

$P(K^2\ \ k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

19．如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$A_1A=A_1B=A_1C=2\sqrt{2}$，$AB=AC=2$，$\angle BAC=90^\circ$．

（1）证明：平面$A_1BC\perp$平面$A_1B_1C_1$；

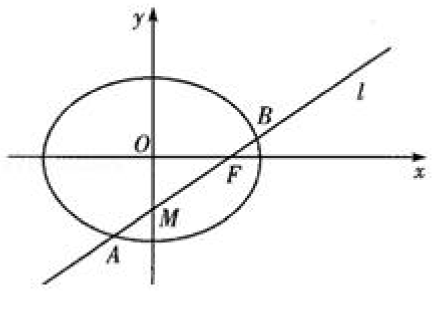
（2）求四棱锥$A_1-BCC_1B_1$的体积．



20．如图，已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点$(1,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，直线$l$经过椭圆$C$的右焦点$F$，交椭圆于$A$，$B$两点．

（Ⅰ）求椭圆C的方程．

（Ⅱ）若直线l交y轴于点M，且$\overline{MA}=\lambda\overline{AF}$，$\overline{MB}=\mu\overline{BF}$，当直线$l$的倾斜角变化时，$\lambda+\mu$是否为定值？若是，请求出$\lambda+\mu$的值；否则，请说明理由．



21．已知e是自然对数的底数，函数$f(x)=2e^{x-1}-ax^2$，其中$a\in R$．

（1）当 $a=1$时，若 $g(x)=f'(x)$，求 $g(x)$ 的单调区间；

（2）若 $f(x)$ 在 R 上恰有三个零点，求 a 的取值范围．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

22．在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases} x=\cos\alpha \\ y=1+\sin\alpha \end{cases}$($\alpha$ 为参数)，M 是 C_1 上的动点，动点 P 满足 $OP=3OM$ ．

（1）求动点 P 的轨迹 C_2 的参数方程；

（2）在以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，射线 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ 与 C_1 异于极点的交点为 A，与 C_2 异于极点的交点为 B，求 AB ．

23．已知关于 x 的不等式 $|x-4|+|x-m| \quad 2m$ 的解集为 R ．

（1）求 m 的最大值；

（2）若 a， b， c 都是正实数，且 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{2b}+\dfrac{1}{3c}=1$，求证： $a+2b+3c \quad 9$．