

江西省 东乡一中 都昌一中 丰城中学 赣州中学 新八校
景德镇二中 上饶中学 上栗中学 新建二中

2023届高三第一次联考文科数学试题

命题人：上栗中学 吴彩连 审题人：上栗中学 涂金良

考试时间：120分钟 分值：150分

一. 选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid 2^x > \frac{1}{4}\}$, $B = \{x \mid x^2 + x - 2 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-2, 1]$ B. $(-2, 1)$ C. $[-2, 2]$ D. $(1, 2)$

2. 已知复数 z 满足 $z(1-i) = 2-i$ (i 为虚数单位), 则 z 在复平面内对应的点在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知命题 $p: \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 是 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ 的必要不充分条件, 命题 $q: \exists x_0 > 0, -x_0^2 + 2x_0 - 1 > 0$ 的

否定是: $\exists x_0 \leq 0, -x_0^2 + 2x_0 - 1 \leq 0$, 则下列命题是真命题的是 ()

- A. $(\neg p) \vee q$ B. $p \wedge q$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \wedge (\neg q)$

4. 已知点 $P(x, y)$ 满足不等式组 $\begin{cases} 2x - y \geq 0, \\ x + y - 2 \leq 0, \\ x - 2y - 2 \leq 0, \end{cases}$ 点 $Q(3, 1)$, O 为坐标原点, 则 $\overline{OP} \cdot \overline{OQ}$ 的取值范围是 ()

- A. $[-\frac{10}{3}, \frac{10}{3}]$ B. $[\frac{10}{3}, 6]$ C. $[-\frac{10}{3}, 6]$ D. $[-\frac{8}{3}, \frac{10}{3}]$

5. 北京天坛圜丘坛的地面由石板铺成, 最中间的是圆形的天心石, 围绕天心石的是扇环形石板, 从内到

外各圈的石板数成等差数列 $\{a_n\}$, 它的前 n 项和为 S_n , 且 $a_3 = 27, a_4 + a_6 = 90$, 则 $S_{20} =$ ()

- A. 2079 B. 2059 C. 2022 D. 1890

6. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{2}$, 则下列说法正确的是 ()

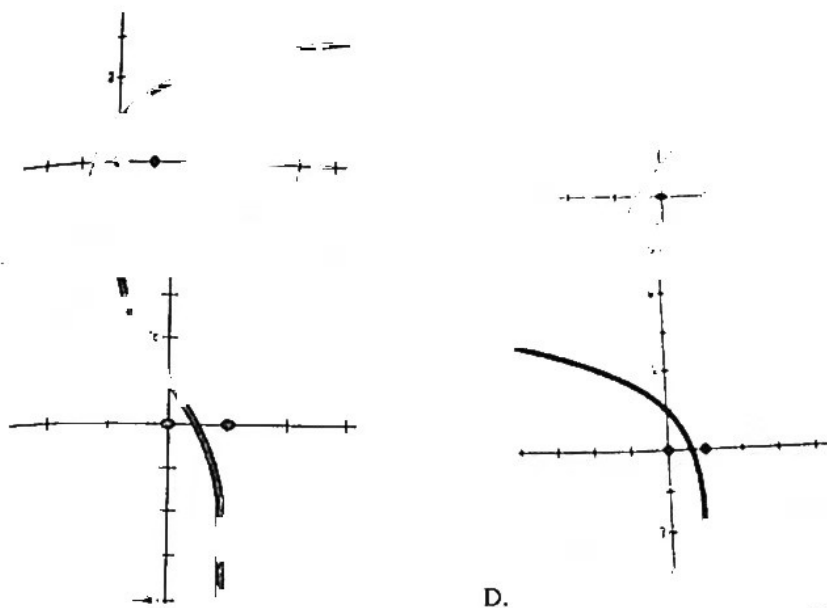
- A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π B. $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称

C. $f(x)$ 的最大值为 1

D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称

7. 函数 $f(x) = 1 + \ln \frac{1-x}{1+x}$ 的大致图像是 ()

新八校联考 2023 届高三第一次



8. 为了研究某种药物一段时间内的疗效Y和时间X的相关关系,得到的实验数据如下表,并由此计算得到回归直线方程 $\hat{y} = 0.9x - 0.5$,后来工作人员不慎将下表中的实验数据c丢失.

天数 x/天	3	4	5	6	7
繁殖个数/千个	2.5	3	4	4.5	c

则上表中丢失的实验数据c的值为(

- A. 5 B. 5.8 C. 6 D. 6.5

9. 在 $\triangle ABC$ 中,角A,B,C所对的边分别为a,b,c,点O是 $\triangle ABC$ 的外心, $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BC} = 2, \angle A = \frac{\pi}{3}, b = 2c$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为()

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{3}$

10. 已知函数 $f(x)$ 满足:当 $x \leq a$ 时, $f(x) = x^3 - 4x$,且 $f(2a - x) = f(x)$.若函数 $f(x)$ 恰有 5 个零点,则 $a =$ ()

- A. 0 B. -2 C. 4

11. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点为A, 点P,Q是椭圆上关于原点对称的两个点,若直线AP和AQ的斜率之积为 $-\frac{1}{4}$, 则椭圆的离心率为()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

12. 在棱长为4的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 是 BC 的中点, 点 N 是正方形 DCC_1D_1 面内(包括边界)的动点, 且满足 $\angle AND = \angle MNC$, 则三棱锥 $N-BCD$ 的体积最大值是()

- A. $\frac{32}{9}$ B. $\frac{64}{9}$ C. $\frac{32\sqrt{3}}{9}$

$\frac{64\sqrt{3}}{9}$

二 填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 已知 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (m, 3)$, 且 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$, 则 $m =$ _____.

14. 在 $\triangle PAB$ 中, 点 P 在第一象限且点 P 在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上, $A(-2, 0), B(2, 0), |PA| = |PB| + 2\sqrt{2}$, 点 P 的坐标为 _____.

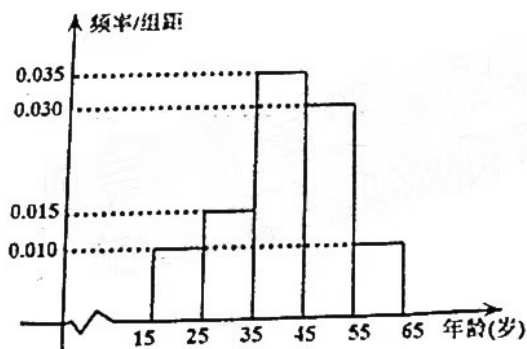
15. 若 $a = \log_3 2, b = 5^{-\frac{1}{2}}, ce^c - 3 = 0$ 比较 a, b, c 大小 (用不等号连接 a, b, c) _____.

16. 半径为1的圆内有一内接六边形 $ABCDEF$, FC 为圆的直径, $AB \parallel FC \parallel ED$, 则此圆内接六边形面积最大值为 _____.

三、解答题: 共70分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤, 第17~21题为必考题, 每个考题考生都必须作答, 第22, 23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共60分

17. (12分) 新型冠状病毒感染性肺炎疫情自从2019年底爆发以来, 疫情席卷全球, 为了切实做好疫情防控工作, 有效及时控制和消除新冠肺炎的危害, 某部门想了解不同年龄人群对新冠肺炎预防知识的了解情况, 现从参与调查的人群中随机选出20人的样本, 并将这20人按年龄分组: 第1组 $[15, 25)$, 第2组 $[25, 35)$, 第3组 $[35, 45)$, 第4组 $[45, 55)$, 第5组 $[55, 65]$, 得到的频率分布直方图如图所示:



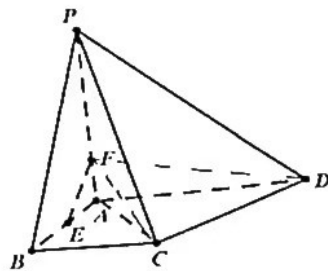
- (1) 根据频率分布直方图, 估计参与调查人群的样本数据的平均数和众数;
(2) 若从年龄在 $[15, 35)$ 的人中随机抽取两位, 求至少有一人的年龄在 $[15, 25)$ 内的概率.

18. (12分) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 s_n , $a_{n+1} = -4s_n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式
(2) 若 $b_n = |a_n - 1|$, 求 $\{b_n\}$ 的前20项和 T_{20} .

19. (12分) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, $AB = BC = 2$, $PA = AD = 4$,
E 为 AB 中点

- (1) 求证: 面 $PCD \perp$ 面 PAC
(2) 试在 AP 上确定点 F, 使 $EF \parallel$ 面 PCD , 求三棱锥 P-FCD 的体积



20. (12分) 已知曲线 C 上任一点 $P(x,y)$ 到点 $F(1, 0)$ 的距离比它到直线 $x=-2$ 的距离少 1,
(1) 求曲线 C 的轨迹方程;
(2) 过 F 的直线 L 与曲线 C 交于不同的两点 A 与 B, 设 $E(-1,m)$, 直线 EA, EF, EB 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 , 求证: k_1, k_2, k_3 成等差数列

21. (12分) 已知 $f(x) = e^x - x^2 + (1-m)x - 1, (x > 0), g(x) = f'(x)$
(1) 求 $g(x)$ 的单调区间;
(2) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求 m 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在 22, 23 题中选定一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】 (10分) 已知直线 l 、曲线 C 的参数方程分别为 $l: \begin{cases} x = 4 - t \\ y = t \end{cases}$ (t

为参数)、曲线 $C: \begin{cases} x = 1 + \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数)

- (1) 求直线 l 、曲线 C 的极坐标方程;

- (2) 射线 $\theta = \alpha$ 与曲线 C 交于 A 、与直线 l 交于 B , 求 $\frac{|OA|}{|OB|}$ 最大值.

- 23 【选修 4-5: 不等式选讲】 (10分) 已知 $f(x) = |x| + 2|x-1|$

- (1) 解关于 x 的不等式 $f(x) < 4$;

- (2) 证明对任意 $x \in \mathbb{R}$, 存在 $a > 0$, 使得 $f(x) > a^2 + \frac{2}{a} - 3 - t^2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线