高三文科数学

考生注意：

1. 本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x(x-1)\leqslant 0\}$，$B=\{x|y=\log$ [illegible]$\}$，则 $A\cup B=$

A. $[-1,+\infty)$　　B. $(-1,+\infty)$　　C. $(0,1)$　　D. $[0,1]$

2. 若 $z=(m^2-4)+(m-2)i$ 为纯虚数，则实数 m 的值为

A. 0　　B. 2　　C. -2　　D. ± 2

3. 已知 m,n 是两条不重合的直线，β 是一个平面且 $n\subset\beta$，则“$m\perp n$”是“$m\perp\beta$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x$，将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到 $y=g(x)$ 图象，则 $g(x)=$

A. $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$　　B. $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

C. $2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$　　D. $2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

5. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-3\leqslant 0, \\ 2x-y+3\geqslant 0, \\ x+2y+1\geqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最小值为

A. -6　　B. 15　　C. -1　　D. $-\frac{9}{5}$

6. 若 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，$\sqrt{2}\cos 2\alpha=\cos\alpha-\sin\alpha$，则 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{12}\right)=$

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. 1　　C. 0　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 0

7. 已知直线 $y=x+1$ 与圆心为 O 的圆:$x^2+y^2=1$ 交于 A、B 两点,则在圆 O 中任取一点,该点取自 $\triangle ABO$ 中的概率为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2\pi}$　　D. $\frac{1}{\pi}$

8. 已知函数 $f(x)=(x^3+2x)\cdot 2^{|x|}-1$,若 $f(a)=2$,则 $f(-a)=$

A. -4　　B. -3　　C. 0　　D. 3

9. 设 $a=\log_{0.1}4$,$b=\log_{50}4$,则

A. $2ab<2(a+b)<ab$　　B. $2ab<a+b<4ab$

C. $ab<a+b<2ab$　　D. $2ab<a+b<ab$

10. 鲁班锁(也称孔明锁、难人木、六子联方)起源于古代中国建筑的榫卯结构. 这种三维的拼插器具内部的凹凸部分(即榫卯结构)啮合,十分巧妙. 鲁班锁类玩具比较多,形状和内部的构造各不相同,一般都是易拆难装. 如图 1,这是一种常见的鲁班锁玩具,图 2 是该鲁班锁玩具的直观图,每条棱的长均为 2,则该鲁班锁的体积为

A. $48+32\sqrt{2}$　　B. $48+\frac{112\sqrt{2}}{3}$

C. $56+32\sqrt{2}$　　D. $56+\frac{112\sqrt{2}}{3}$


图1

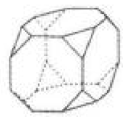


图2

11. 已知 F_1,F_2 分别为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点,$P$ 为双曲线左支上的任意一点,若 $\frac{|PF_2|^2}{|PF_1|}$的最小值为 $8a$,则双曲线离心率 e 的取值范围是

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,3]$

C. $(1,3]$　　D. $(1,2]$

12. 已知函数 $f(x)=\frac{e^x}{x^2}-2k\ln x+kx$,若 $x=2$ 是函数 $f(x)$的唯一极值点,则实数 k 的取值集合是

A. $\left(-\infty,-\frac{e^2}{4}\right]$　　B. $\left(-\infty,\frac{e^2}{4}\right]$

C. $\left[-\frac{e^2}{4},+\infty\right)$　　D. $\left[\frac{e^2}{4},+\infty\right)$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$,$\boldsymbol{b}=(-2,m)$,若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,则 $|\boldsymbol{b}|=$________.

14. 设椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点分别为 F_1、F_2,P 为椭圆上一点,PF_2 垂直于 x 轴,若 $\triangle F_1PF_2$ 为等腰直角三角形,则椭圆的离心率是 $e=$________.

15. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,若 $\sin A\tan A=\sin B\sin C$,则 $\cos A$ 的最小值为________.

16. 在三棱锥 $P-ABC$ 中,$PA\perp$平面 ABC,D 是棱 PB 的中点,$PA=2$,$PB=2\sqrt{5}$,$PC=2\sqrt{6}$,$PB\perp BC$,则异面直线 PC 与 AD 所成角的余弦值为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

某校随机抽出 30 名女教师和 20 名男教师参加学校组织的“纪念中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 75 周年”知识竞赛（满分 100 分），成绩统计如下表：

女教师成绩分布表

成绩分组	[50，60)	[60，70)	[70，80)	[80，90)	[90，100]
频数	5	2	3	m	8

男教师成绩分布表

成绩分组	[50，60)	[60，70)	[70，80)	[80，90)	[90，100]
频数	1	3	10	n	2

（1）试估计所有老师成绩的平均分（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（2）若分数为 80 分及其以上为优秀，低于 80 分为非优秀，请完成下面 2×2 列联表，并判断是否有 99％的把握认为这次竞赛成绩优秀与性别有关？

	女教师	男教师	总计
优秀			
非优秀			
总计			

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

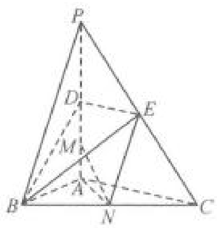
$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18.（12 分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 底面 ABC，$\angle BAC=90^\circ$. 点 D,E,N 分别为棱 PA,PC,BC 的中点，M 是线段 AD 的中点，$PA=AC=4$，$AB=2$.

（1）证明：平面 $PAB\perp$ 平面 BDE；

（2）已知点 F 在 AB 上，且平面 $MNF\parallel$ 平面 BDE，求线段 AF 的长.



19.(12分)

已知等比数列$\{a_n\}$的公比大于1,$a_2=6$,$a_1+a_3=20$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若$b_n=a_n+\dfrac{1}{\log_3\dfrac{a_{n+1}}{2}\log_3\dfrac{a_{n+2}}{2}}$,求$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

20.(12分)

已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点到准线的距离为2.

(1)求抛物线C的方程;

(2)过抛物线C焦点的直线l交抛物线C于M,N两点,已知点$A(3,2)$,求$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}$取得最大值时直线$l$的方程.

21.(12分)

已知函数$f(x)=a(\ln x+1)-2x(a\in\mathbf{R})$.

(1)讨论函数$f(x)$的单调性;

(2)若函数$f(x)\leqslant3$在$(1,+\infty)$上恒成立,求证:$a<2e$.(注:$e^3\approx20$)

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修4—4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系xOy中,直线l的参数方程为$\begin{cases}x=t+2\sqrt{2},\\y=-t+2\sqrt{2}\end{cases}$($t$为参数),以坐标原点为极点,$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线$F$的极坐标方程为$\rho=1$.

(1)求曲线F的直角坐标方程和直线l的极坐标方程;

(2)射线$\theta=\dfrac{2\pi}{3}(\rho>0)$,$\theta=\dfrac{\pi}{3}(\rho>0)$和曲线$F$分别交于点$A,B$,与直线$l$分别交于$D,C$两点,求四边形$ABCD$的面积.

23.[选修4—5:不等式选讲](10分)

已知$f(x)=|x-3|-2$,$g(x)=4-|x+1|$.

(1)若$f(x)\geqslant g(x)$,求x的取值范围;

(2)若不等式$f(x)-g(x)\geqslant a^2-3a$的解集为$\mathbf{R}$,求实数$a$的取值范围.

高三文科数学参考答案、提示及评分细则

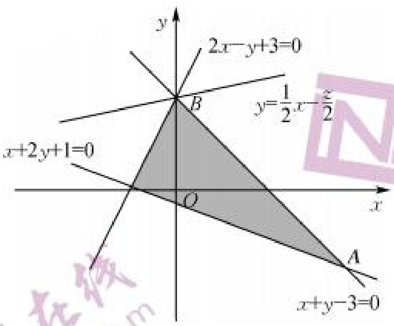
1. B　由 $x(x-1)\leqslant 0$ 解得 $0\leqslant x\leqslant 1$，由 $x+1>0$，解得 $x>-1$，所以 $A\cup B=\{x|x>-1\}$.

2. C　令 $m^2-4=0$，得 $m=\pm 2$，$m=2$ 时，$m-2=0$(舍)，所以 $m=-2$.

3. B

4. B　由题知 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到 $g(x)=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

5. A　由约束条件可得可行域如下图阴影部分所示；由图象可知，当 $y=\frac{1}{2}x-\frac{z}{2}$ 过图中 $B(0,3)$ 时，$z_{\min}=0-2\times 3=-6$.



6. B　由题可得 $\cos^2\alpha-\sin^2\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha-\sin\alpha)=0$，即 $(\cos\alpha-\sin\alpha)\cdot\left(\cos\alpha+\sin\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$. 因为 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，所以 $\cos\alpha-\sin\alpha\neq 0$，$\cos\alpha+\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$，于是 $\alpha=\frac{7\pi}{12}$，所以 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{12}\right)=\sin\frac{\pi}{2}=1$.

7. C　$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times 1\times 1=\frac{1}{2}$，$S_{圆}=\pi$，所以圆 O 内任取一点，该点落在 $\triangle ABC$ 中的概率为 $\frac{1}{2\pi}$.

8. A　因为函数 $y=(x^3+2x)\cdot 2^{|x|}$ 为奇函数，$f(a)=(a^3+2a)\cdot 2^{|a|}-1=2$，所以 $(a^3+2a)\cdot 2^{|a|}=3$，所以 $f(-a)=-(a^3+2a)\cdot 2^{|a|}-1=-3-1=-4$.

9. D　因为 $a=\log_{0.1}4$，$b=\log_{50}4$，所以 $ab<0$，$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\log_4 0.1+\log_4 50=\log_4 5\in(1,2)$，即 $1<\frac{1}{a}+\frac{1}{b}<2$，所以 $2ab<a+b<ab$.

10. D　由题图可知，该鲁班锁玩具可以看成是一个棱长为 $2+2\sqrt{2}$ 的正方体截去了 8 个正三棱锥所余下来的几何体，且被截去的正三棱锥的底面边长为 2，侧棱长为 $\sqrt{2}$，则该几何体的体积为 $(2+2\sqrt{2})^3-8\times\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2\times\sqrt{2-(\frac{2\sqrt{3}}{3})^2}=56+\frac{112\sqrt{2}}{3}$.

11. C　F_1，F_2 是左、右焦点，P 为双曲线左支上的任意一点，所以 $|PF_2|-|PF_1|=2a$，代入 $\frac{|PF_2|^2}{|PF_1|}$ 得：$\frac{|PF_2|^2}{|PF_1|}=\frac{(|PF_1|+2a)^2}{|PF_1|}=|PF_1|+4a+\frac{4a^2}{|PF_1|}\geqslant 2\sqrt{|PF_1|\times\frac{4a^2}{|PF_1|}}+4a=8a$，当且仅当 $|PF_1|=2a$ 时取等号，即 $|PF_1|=2a$，又点 P 是双曲线左支上任意一点，所以 $|PF_1|\geqslant c-a$，即 $2a\geqslant c-a$，$\Rightarrow e\leqslant 3$，$1<e\leqslant 3$.

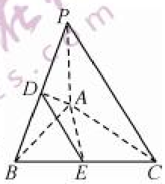
12. C　函数定义域 $(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{x^2e^x-2xe^x}{x^4}-\frac{2k}{x}+k=\frac{(e^x+kx^2)(x-2)}{x^3}$，由题意可得，$x=2$ 是 $f'(x)=0$ 唯一的根，令 $h(x)=e^x+kx^2$，则 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上没有变号零点，令 $h(x)=0$ 得 $-k=\frac{e^x}{x^2}$，令 $g(x)=\frac{e^x}{x^2}(x>0)$，则 $g'(x)=\frac{e^x(x-2)}{x^3}$，当 $x>2$ 时，$g'(x)>0$，函数单调递增，当 $0<x<2$ 时，$g'(x)<0$，函数单调递减，故当 $x=2$ 时，$g(x)$ 取得最小值 $g(2)=\frac{e^2}{4}$，故 $-k\leqslant\frac{e^2}{4}$ 即 $k\geqslant-\frac{e^2}{4}$.

13. $2\sqrt{2}$　因为 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，所以 $(1,-1)(-2,m)=0$，所以 $-2-m=0$，$m=-2$，所以 $|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{2}$.

14. $\sqrt{2}-1$　设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，依题意，显然有 $|PF_2|=|F_1F_2|$，则 $\frac{b^2}{a}=2c$，即 $\frac{a^2-c^2}{a}=2c$，即 $e^2+2e-1=0$，解得 $e=\sqrt{2}-1$.

15. $\frac{2}{3}$　由条件可知，$\cos A=\frac{\sin^2 A}{\sin B\sin C}$，由正弦定理得 $\cos A=\frac{a^2}{bc}$，由余弦定理得，$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{a^2}{bc}$，则 $3a^2=b^2+c^2$，所以 $\cos A=\frac{b^2+c^2-\frac{b^2+c^2}{3}}{2bc}=\frac{b^2+c^2}{3bc}\geqslant\frac{2}{3}$，当且仅当 $b=c$ 时取得等号，$\cos A$ 取得最小值 $\frac{2}{3}$.

16. $\frac{\sqrt{30}}{10}$　取 BC 中点 E，连接 AE，DE. 因为 D 是棱 PB 的中点，所以 $DE/\!/PC$，所以 $\angle ADE$ 或其补角即为异面直线 PC，AD 所成的角. 因为 $PA\perp$ 平面 ABC，所以 $PA\perp AC$，$PA\perp AB$，又 $PA=2$，$PB=2\sqrt{5}$，$PC=2\sqrt{6}$，$PB\perp BC$，所以 $AB=4$，$AC=2\sqrt{5}$，$BC=2$，所以 $AB\perp BC$，$DE=\frac{1}{2}PC=\sqrt{6}$，$AE=\sqrt{17}$，$AD=\frac{1}{2}PB=\sqrt{5}$，在 $\triangle ADE$ 中，$\cos\angle ADE=\frac{AD^2+DE^2-AE^2}{2AD\cdot DE}=-\frac{\sqrt{30}}{10}$，所以异面直线 PC 与 AD 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{30}}{10}$.



17. 解：(1)由题设可知 $m=12$，$n=4$. ………… 2分

设所有老师成绩的平均分为 $\bar{x}$，

则 $\bar{x}=\frac{(5+1)\times55+(2+3)\times65+(3+10)\times75+(12+4)\times85+(8+2)\times95}{30+20}=78.8$ 分. ………… 5分

(2)

	女教师	男教师	总计
优秀	20	6	26
非优秀	10	14	24
总计	30	20	50

………… 7分

$K^2=\frac{50(20\times14-6\times10)^2}{30\times20\times24\times26}\approx6.464<6.635$， ………… 11分

故没有 99% 的把握认为这次竞赛成绩优秀与性别有关. ………… 12分

18. (1)证明：因为 $PA\perp$ 底面 ABC，$AC\subset$ 平面 ABC，所以 $PA\perp AC$. ………… 1分

又 $AC\perp AB$，$PA\cap AB=A$，PA，$AB\subset$ 平面 APB，所以 $AC\perp$ 平面 APB. ………… 2分

因为 D，E 分别是 PA，PC 的中点，

所以 $DE/\!/AC$，所以 $DE\perp$ 平面 PAB. ………… 4分

因为 $DE\subset$ 平面 BDE，

所以平面 $PAB\perp$ 平面 BDE； ………… 6分

(2)解：由平面 $MNF/\!/$ 平面 BDE，平面 $PAB\cap$ 平面 $BDE=BD$，

平面 $PAB\cap$ 平面 $MNF=MF$ 得 $MF/\!/BD$. ………… 9分

因为 M 是 AD 中点，所以 F 是 AB 中点.

因为 $AB=2$，所以 $AF=1$. ………… 12分

19. 解：(1)设等比数列$\{a_n\}$的公比为 $q(q>1)$，

由 $a_2=6$，$a_1+a_3=20$ 得，$\frac{6}{q}+6q=20$，解之得 $q=3$ 或 $q=\frac{1}{3}$(舍去)， ………… 3分

由 $a_2=6$ 得，$a_1=2$，

所以$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2\cdot3^{n-1}$. ………… 6分

(2)由(1)知，$b_n=a_n+\frac{1}{\log_3\frac{a_{n+1}}{2}\log_3\frac{a_{n+2}}{2}}=2\cdot3^{n-1}+\frac{1}{n(n+1)}=2\cdot3^{n-1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$， ………… 8分

所以$\{b_n\}$的前n项和为

$T_n=2(3^0+3^1+\cdots+3^{n-1})+[(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})]$

$=2\times\frac{1-3^n}{1-3}+1-\frac{1}{n+1}=3^n-\frac{1}{n+1}$. ………………………………………… 12分

20. 解:(1)抛物线C的焦点到准线的距离为2,

所以$\frac{p}{2}-\left(-\frac{p}{2}\right)=2$,$p=2$,

所以抛物线C的方程为$y^2=4x$. ………………………………………… 3分

(2)抛物线$y^2=4x$的焦点坐标为(1,0).

设点$M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,

由题意知直线l的斜率不等于0,且过点$F(1,0)$,所以设直线l的方程为$x=ty+1$,

由$\begin{cases}y^2=4x,\\x=ty+1,\end{cases}$得$y^2-4ty-4=0$,

$\Delta=16t^2+16>0$恒成立,

由韦达定理得$y_1+y_2=4t$,$y_1y_2=-4$, ………………………………………… 6分

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=(x_1-3)(x_2-3)+(y_1-2)(y_2-2)$

$=x_1x_2-3(x_1+x_2)+9+y_1y_2-2(y_1+y_2)+4$

$=\frac{y_1^2}{4}\cdot\frac{y_2^2}{4}-3\left(\frac{y_1^2}{4}+\frac{y_2^2}{4}\right)+9+y_1y_2-2(y_1+y_2)+4$

$=\frac{(y_1y_2)^2}{16}-\frac{3}{4}[(y_1+y_2)^2-2y_1y_2]+9+y_1y_2-2(y_1+y_2)+4$

$=\frac{(-4)^2}{16}-\frac{3}{4}[(4t)^2+8]+9-4-8t+4=-12t^2-8t+4=-12\left(t+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{16}{3}$, ………………… 10分

所以当$t=-\frac{1}{3}$时,$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}$取得最大值为$\frac{16}{3}$, ………………………………………… 11分

此时直线l的方程为$3x+y-3=0$. ………………………………………… 12分

21. 解:(1)由题知函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,$f'(x)=\frac{a}{x}-2=\frac{a-2x}{x}$. ………………………… 1分

①$a\leqslant 0$时,$f'(x)<0$,此时函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减; ………………………… 2分

②$a>0$时,令$f'(x)>0$,得$0<x<\frac{a}{2}$;令$f'(x)<0$,得$x>\frac{a}{2}$,

所以函数$f(x)$在$(0,\frac{a}{2})$上单调递增;在$(\frac{a}{2},+\infty)$上单调递减; ………………………… 4分

(2)$f(x)=a(\ln x+1)-2x\leqslant 3$在$(1,+\infty)$上恒成立

可化为$a\leqslant\frac{2x+3}{\ln x+1}$在$x\in(1,+\infty)$上恒成立, ………………………………………… 5分

设$h(x)=\frac{2x+3}{\ln x+1}(x>1)$,则$h'(x)=\frac{2(\ln x+1)-(2x+3)\times\frac{1}{x}}{(\ln x+1)^2}=\frac{2\ln x-\frac{3}{x}}{(\ln x+1)^2}$, ………………………… 7分

设$\varphi(x)=2\ln x-\frac{3}{x}(x>1)$,则$\varphi'(x)=\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}>0$,

所以$\varphi(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增. ………………………………………… 8分

又$\varphi(2)=2\ln 2-\frac{3}{2}=\frac{\ln 16-3}{2}<0$,$\varphi(e)=2-\frac{3}{e}>0$

所以方程$h'(x)=0$有且只有一个实根x_0,且$2<x_0<e$,$2\ln x_0=\frac{3}{x_0}$.

所以在$(1,x_0)$上,$h'(x)<0$,$h(x)$单调递减,在$(x_0,+\infty)$上,$h'(x)>0$,$h(x)$单调递增,

所以函数$h(x)$的最小值为$h(x_0)=\frac{2x_0+3}{\ln x_0+1}=\frac{2x_0+3}{\frac{3}{2x_0}+1}=2x_0<2e$, ………………………… 11分

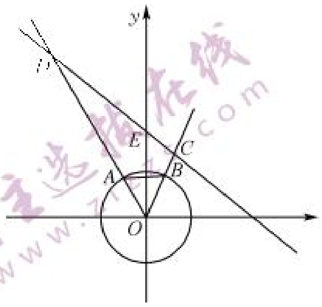
从而 $a\leqslant 2x_0<2e$. ………………………………………………………………………… 12分

22. 解:(1)曲线 F 转换为直角坐标方程为 $x^2+y^2=1$.

直线 l 的直角坐标方程为 $x+y-4\sqrt{2}=0$,根据 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta,\end{cases}$

整理得 $\rho(\cos\theta+\sin\theta)=4\sqrt{2}$,即 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=4$. ………………………………………………… 4分

(2)法一:射线 $\theta=\theta=\frac{2\pi}{3}(\rho>0)$,$\frac{\pi}{3}(\rho>0)$和曲线 F 分别交于点 A,B.



与直线 l 分别交于 D,C 两点,如图所示:

所以直线 OC 的直角坐标方程为 $y=\sqrt{3}x$.

直线 OD 的直线方程为 $y=-\sqrt{3}x$.

所以 $\begin{cases}y=-\sqrt{3}x,\\ x+y-4\sqrt{2}=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-2\sqrt{2}(1+\sqrt{3}),\\ y=2\sqrt{6}(1+\sqrt{3}),\end{cases}$

设直线 $x+y-4\sqrt{2}=0$ 与 y 轴交于点 E,

将 $x=0$ 代入 $x+y-4\sqrt{2}=0$,得 $y=4\sqrt{2}$,即 $|OE|=4\sqrt{2}$.

所以 $S_{\triangle DOE}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times(2\sqrt{2}+2\sqrt{6})=8+8\sqrt{3}$.

同理:$\begin{cases}y=\sqrt{3}x,\\ x+y-4\sqrt{2}=0,\end{cases}$ 解得:$\begin{cases}x=2\sqrt{6}-2\sqrt{2},\\ y=6\sqrt{2}-2\sqrt{6},\end{cases}$

所以 $S_{\triangle COE}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times(2\sqrt{6}-2\sqrt{2})=8\sqrt{3}-8$.

所以 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle DOE}+S_{\triangle COE}-S_{\triangle AOB}=8+8\sqrt{3}+8\sqrt{3}-8-\frac{1}{2}\times 1\times 1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=16\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{63\sqrt{3}}{4}$. …………… 10分

法二:由 $\begin{cases}\theta=\frac{\pi}{3}(\rho>0),\\ \rho(\cos\theta+\sin\theta)=4\sqrt{2},\end{cases}$ 得 $\rho=4\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$,

由 $\begin{cases}\theta=\frac{2\pi}{3}(\rho>0),\\ \rho(\cos\theta+\sin\theta)=4\sqrt{2},\end{cases}$ 得 $\rho=4\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$,

所以 $S_{\triangle OCD}=\frac{1}{2}|OD||OC|\sin\angle COD=16\sqrt{3}$,$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|OA||OB|\sin\angle AOB=\frac{\sqrt{3}}{4}$,

所以 $S_{四边形ABCD}=16\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{63\sqrt{3}}{4}$. ……………………………………………………………… 10分

23. 解:(1)由 $f(x)\geqslant g(x)$ 可得 $|x-3|+|x+1|\geqslant 6$,

当 $x\geqslant 3$ 时,原不等式可化为 $2x-2\geqslant 6$,解得 $x\geqslant 4$;

当 $-1\leqslant x<3$ 时,原不等式可化为 $4\geqslant 6$,显然不成立;

当 $x<-1$ 时,原不等式可化为 $2-2x\geqslant 6$,解得 $x\leqslant -2$;

所以 x 的取值范围为 $\{x|x\geqslant 4$ 或 $x\leqslant -2\}$; ……………………………………………………… 5分

(2)因为 $f(x)-g(x)=|x-3|+|x+1|-6\geqslant|3-x+x+1|-6=-2$,

所以由不等式 $f(x)-g(x)\geqslant a^2-3a$ 的解集为 $\mathbf{R}$,可得 $a^2-3a+2\leqslant 0$,

解得 $1\leqslant a\leqslant 2$.

故实数 a 的取值范围是 $\{a|1\leqslant a\leqslant 2\}$. ……………………………………………………………… 10分

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。