

2023 届高三冲刺卷(五) 全国卷 文科数学试题

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, $B = \{x | 2x - 1 \leq 1\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} B) \cap A =$

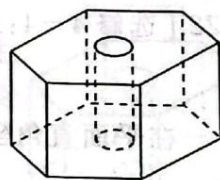
- A. $\{x | -1 < x \leq 2\}$ B. $\{x | \frac{1}{2} < x \leq 2\}$ C. $\{x | 1 < x \leq 3\}$ D. $\{x | 1 < x \leq 2\}$

2. 已知 i 为虚数单位,复数 z 满足 $z(1+i) = 1+3i$, 则 $z+2i$ 的虚部为

- A. 2 B. 3 C. $2i$ D. $3i$

3. 在一个正六棱柱中挖去一个圆柱后,剩余部分几何体如图所示。已知正六棱柱的底面正六边形边长为 3 cm, 高为 4 cm, 内孔半径为 1 cm, 则此几何体的表面积是 () cm^2 。

- A. $72 + \frac{27}{2}\sqrt{3} + 6\pi$ B. $72 + 27\sqrt{3} + 8\pi$



- C. $72 + 27\sqrt{3} + 6\pi$ D. $60 + 27\sqrt{3} + 6\pi$

4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 > 0$, 且 $S_8 = S_{17}$, 则当 S_n 取最大值时, $n =$

- A. 10 B. 11 C. 12 或 13 D. 13

5. 已知一组数据: 2, 3, 4, 6, m , 则下列说法不正确的是

- A. 若 $m = 7$, 则平均数为 4.4
B. 若 $m = 4$, 则众数为 4
C. 若 $m = 6$, 则中位数为 4
D. 若 $m = 10$, 则方差为 40

6. 已知 $\sin\left(\frac{6\pi}{5} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos\left(\frac{3\pi}{5} - 2\alpha\right) =$

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

7. 北宋大科学家沈括在《梦溪笔谈》中首创的“隙积术”, 就是关于高阶等差数列求和的问题。现有一货物堆, 从上向下查, 第一层有 1 个货物, 第二层比第一层多 2 个, 第三层比第二层多 3 个, 以此类推, 记第 n 层货物的个数为 a_n , 则使得 $a_n > 2n + 2$ 成立的 n 的最小值是

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 若 $a \in A$ 且 $a-1 \notin A, a+1 \notin A$, 则称 a 为集合 A 的孤立元素。若集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 N 为集合 M 的三元子集, 则集合 N 中的元素都是孤立元素的概率为

- A. $\frac{3}{20}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{7}$

9. 已知抛物线 $T: x^2 = 4y$, F 为抛物线的焦点, P 为抛物线上一点, 过点 P 作 PQ 垂直于抛物线的准线, 垂足为 Q , 若 $|PF| = |QF|$, 则 $\triangle PFQ$ 的面积为

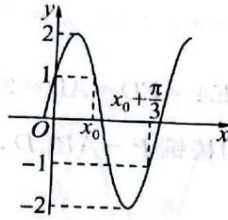
A. 4

B. $2\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{3}$

D. $8\sqrt{3}$

10. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的图象如图所示, 且满足 $f(0) = f(x_0) = -f(x_0 + \frac{\pi}{3}) = 1$, 则 $f(x) =$



A. $2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$

B. $2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$

C. $2\sin(3x + \frac{\pi}{6})$

D. $2\sin(3x - \frac{\pi}{6})$

11. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 4, AA_1 = 3$, 点 P 在底面 $ABCD$ 的边界及其内部运动, 且满足 $AP \leq 1$, 则下列结论不正确的是

A. 若点 M 满足 $\overrightarrow{A_1M} = 2\overrightarrow{MA}$, 则 $\angle AMP \leq \frac{\pi}{4}$

B. 点 P 到平面 A_1CD_1 的距离范围为 $[\frac{9}{5}, \frac{12}{5}]$

C. 若点 M 满足 $\overrightarrow{A_1M} = 2\overrightarrow{MA}$, 则不存在点 P 使得 $\angle MPC_1 = \frac{\pi}{2}$

D. 当 $BP = 3$ 时, 四面体 $P - B_1C_1B$ 的外接球体积为 $\frac{17\sqrt{34}\pi}{3}$

12. 已知函数 $f(x) = \frac{e^{x-1}}{x} + \frac{x}{e^{x-1} + x} + a$, 若 $f(x) = 0$ 有 3 个不同的解, 则 a 的取值范围是

A. $(-\infty, -\frac{3}{2})$

B. $(-\infty, -\frac{3}{2}]$

C. $(\frac{3}{2}, +\infty)$

D. $[\frac{3}{2}, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 a, b, c , 满足 $2|a| = 2|b| = |c| = 2$, 且 $a \cdot b = \frac{1}{2}, c \cdot (a - b) = 0$, 则 b 与 c 的夹角为 _____.

14. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$, 直线 $y = \frac{1}{3}(x + 1)$ 与圆 C 相交于 M, N 两点, 则 $|MN| =$ _____.

15. 已知 $x > 0, y > 0, x + 2y = 1$, 则 $\frac{x^2 + x + 1}{2xy}$ 的最小值为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = \frac{ax^2 - e^x}{x}$, (其中 $x > 0, e$ 是自然对数的底数), 若对定义域内的任意两个不同的数 x_1, x_2 , 恒有 $(x_1 - x_2) \left[\frac{f(x_1)}{x_2} - \frac{f(x_2)}{x_1} \right] < 0$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:60 分。

17.(12 分)在锐角 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $a^2 + c^2 - ac = 4, b = 2$ 。

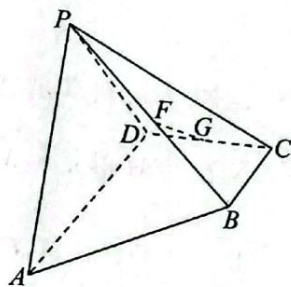
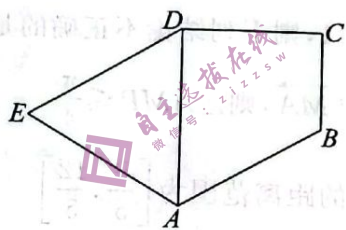
(1)求角 B 的大小;

(2)求 $\frac{a}{c}$ 的取值范围。

18.(12 分)如图,平面多边形 $ABCDE$, $EA = ED = AD = 2BC = 2, BC \parallel AD, CD \perp AD, \angle BAD = \frac{\pi}{3}$,将 $\triangle ADE$ 沿着 AD 翻折得到四棱锥 $P-ABCD$,使得 $PB = \sqrt{6}$, F, G 分别是 PB, CD 的中点。

(1)证明: $FG \parallel$ 平面 PAD ;

(2)求点 G 到平面 PAB 的距离。



19.(12 分)已知某种汽车新购入价格为 14 万元,但随着使用年限增加汽车会贬值.通过调查发现使用年限 x (单位:年)与出售价 y (单位:万元)之间的关系有如下的一组数据:

x	1	2	4	8	10
y	12	10	7	6	5

(1)求 y 关于 x 的回归方程;

(2)已知 $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$, 当 $R^2 \geq 0.9$ 时,回归方程的拟合效果非常好;当 $0.8 <$

$R^2 < 0.9$ 时,回归方程的拟合效果良好.试问该线性回归方程的拟合效果是非常好还是良好?说明你的理由。

(附:用最小二乘法求经验回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的系数公式 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} =$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}; \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.)$$

题为
等。

20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长与短半轴长之比为 $2\sqrt{2}$, 且点 $A(2, \sqrt{2})$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 直线 $l: x = my - 4$ 与 x 轴, 椭圆 C 依次相交于 D, P, Q 三点, 点 M 为线段 PQ 上的一点, 若 $\frac{|DP|}{|DQ|} = \frac{|PM|}{|MQ|}$, 求 $\triangle ODM$ (O 为坐标原点) 面积的取值范围.

21. (12分) 函数 $f(x) = 2ax - 2\ln x - \frac{1}{x} (a \in \mathbf{R}), g(x) = \frac{x+1}{2(x-1)} - \frac{1}{\ln x}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的极值的个数;

(2) 若 $f(x) \cdot g(x) > 0$ 在 $x \in (1, +\infty)$ 上恒成立, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程是
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{5}}{5}t, \\ y = \frac{2\sqrt{5}}{5}t + a - 3, \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点 O

为极点, x 轴的非负半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 8\cos\theta - 4\sin\theta$.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若曲线 C 上有且仅有三个点到直线 l 的距离为 $\sqrt{5}$, 求实数 a 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = 3|x-1| + \sqrt{9x^2 - 6ax + a^2}$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 8$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 0, 实数 x, y, z 满足 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = a$, 求 $xz + 2yz$ 的最大值.