

绝密★考试结束前

## 2022 学年第二学期温州十校联合体期中联考

### 高二年级数学学科 试题

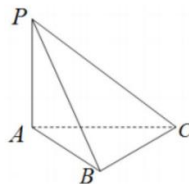
考生须知:

1. 本卷共 6 页满分 150 分, 考试时间 120 分钟。
2. 答题前, 在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字。
3. 所有答案必须写在答题纸上, 写在试卷上无效。
4. 考试结束后, 只需上交答题纸。

#### 选择题部分

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$ ,  $B = \{x | 2 - x > 0\}$  则  $A \cap B = ( \blacktriangle )$ 
  - A.  $(-3, -2)$
  - B.  $(-3, 2)$
  - C.  $(1, 2)$
  - D.  $(2, 3)$
2. “ $a > b > 0$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ” 的(  $\blacktriangle$  )
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充分必要条件
  - D. 既不充分也不必要条件
3. 已知复数  $z$  满足  $z \cdot (2 - i) = 1$  ( $i$  为虚数单位), 则在复平面复数  $z$  所对应的点在(  $\blacktriangle$  )
  - A. 第一象限
  - B. 第二象限
  - C. 第三象限
  - D. 第四象限
4. 对于函数  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ , 下列说法正确的是(  $\blacktriangle$  )
  - A. 函数  $f(x)$  的图象可以由函数  $y = \sin 2x$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位得到
  - B. 函数  $f(x)$  的图象可以将函数  $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$  图象上各点的纵坐标不变, 横坐标伸长到原来的 2 倍得到
  - C. 若  $a \neq b$  且  $f(a) = f(b) = 0$ , 则  $|a - b|$  的最小值为  $\frac{\pi}{2}$
  - D. 若  $f(x + \frac{\varphi}{2})$  为偶函数, 则  $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$
5. 如右图, 三棱锥  $P-ABC$  的四个顶点都在球  $O$  上,  $PA \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $PA = 2, AB = 1, BC = \sqrt{3}$ , 则球  $O$  的表面积是(  $\blacktriangle$  )



高二数学学科 试题 第 1 页 (共 6 页)

- A.  $6\pi$                       B.  $8\pi$                       C.  $10\pi$                       D.  $12\pi$
6. 已知实数  $a, b, c$ , 其中  $2^a = \log_{\frac{1}{2}} a, \log_b 2 = 2, c = \lg 2 + \lg 3 - \lg 7$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是 ( ▲ )
- A.  $c > b > a$               B.  $b > c > a$               C.  $a > b > c$               D.  $b > a > c$
7. 2023年2月10日, 神舟十五号三位航天员完成出舱活动全部既定任务, 中国空间站全面建成后的首次出舱活动取得圆满成功. 该航天科研所的甲、乙、丙、丁、戊5位科学家应邀去  $A、B、C$  三所不同的学校开展科普讲座活动, 要求每所学校至少1名科学家. 已知甲、乙到同一所学校, 丙不到  $A$  学校, 则不同的安排方式有多少种 ( ▲ )
- A. 12种                      B. 24种                      C. 36种                      D. 30种
8. 点  $A$  在线段  $BC$  上 (不含端点),  $O$  为直线  $BC$  外一点, 且满足  $\overrightarrow{OA} - a\overrightarrow{OB} - 2b\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ , 则  $\frac{2}{3a+4b} + \frac{1}{a+3b}$  的最小值为 ( ▲ )
- A.  $\frac{9}{7}$                       B.  $\frac{9}{5}$                       C.  $\frac{8}{7}$                       D.  $\frac{8}{5}$

二、选择题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分.

9. 下列四个选项中, 计算结果是  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  的是 ( ▲ )
- A.  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$                       B.  $\sin 73^\circ \cdot \cos 13^\circ - \sin 17^\circ \cdot \sin 167^\circ$
- C.  $\sin(-\frac{16\pi}{3})$                       D.  $\frac{\tan \frac{\pi}{12}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{12}}$
10. 关于平面向量, 有下列四个命题, 则 ( ▲ )
- A. 已知向量  $\vec{a} = (2, t), \vec{b} = (t-2, 4)$ , 若  $\vec{a} // \vec{b}$ , 则  $t = 4$
- B. 设向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , 则  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$
- C. 若向量  $\vec{a}$  和向量  $\vec{b}$  是单位向量, 且  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$ , 则  $(2\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$
- D. 若向量  $\vec{a} = (-2, -1), \vec{b} = (1, 2)$ , 则向量  $\vec{a}$  在向量  $\vec{b}$  上的投影向量是  $(-\frac{4}{5}, -\frac{8}{5})$

11. 一个不透明箱子中有大小形状均相同的两个红球、两个白球，从中不放回地任取2个球，每次取1个.记事件  $A_i$  为“第  $i$  次取到的球是红球 ( $i=1,2$ )”，事件  $B$  为“两次取到的球颜色相同”，事件  $C$  为“两次取到的球颜色不同”，则( ▲ )
- A.  $A_1$  与  $A_2$  互斥      B.  $P(A_2) = \frac{1}{2}$       C.  $P(A_1|C) = \frac{1}{2}$       D.  $A_1$  与  $B$  相互独立
12.  $f(x)$  是定义在  $R$  上的奇函数，且满足  $f(-2x+4) = -f(2x)$ , 当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = 2^x - 1$ , 则下列选项正确的是( ▲ )
- A. 4 是函数  $f(x)$  的一个周期      B.  $x=1$  是函数  $f(x)$  图象的一条对称轴
- C. 函数  $f(x+2)$  是偶函数      D.  $\sum_{k=1}^{2023} [(k+1) \cdot f(k)] = -2024$

### 非选择题部分

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在题中的横线上。

13.  $(1+x)(2-x)^4$  的展开式中  $x^2$  的系数为 ▲ . (用数字作答)
14. 已知变量  $x$  和  $y$  的统计数据如下表：

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	5	?	2	2	1

由表中的数据得到线性回归方程  $\hat{y} = -x + 2.6$ , 那么当  $x = -1$  时残差为 ▲ .

(注：残差 = 观测值 - 预测值)

15. 已知函数  $f(x) = \cos(\omega x - \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ) 在区间  $(\frac{7\pi}{6\omega}, 2\pi]$  上有且只有 3 个零点, 则  $\omega$  的取值范围是 ▲ .
16. 已知  $\triangle ABC$  为正三角形, 其边长是 2, 空间中动点  $P$  满足: 直线  $AP$  与平面  $ABC$  所成角为  $60^\circ$ , 则  $\triangle PBC$  面积的最小值为 ▲ .



四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分) 已知  $\vec{m} = (\sqrt{3}\cos x, \cos x)$ ,  $\vec{n} = (\sin x, \cos x)$ , 函数  $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$

- (1) 求函数  $f(x)$  的单调递增区间; (2) 若  $x \in [-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{2}]$ , 求函数  $f(x)$  的值域.

18. (本小题满分 12 分) 中国国家流感中心 3 月 2 日发布的 2023 年第 8 周流感检测周报称: 本周南、北方省份流感病毒检测阳性率继续上升. 某医院用甲、乙两种疗法治疗流感患者, 为了解两种治疗方案的效果, 现随机抽取 105 名患者, 调查每人的恢复期, 得到如下列联表 (注: 恢复期大于 7 天为恢复期长)

方案/人数	恢复期长	恢复期短
甲	10	45
乙	20	30

- (1) 是否有 95% 的把握认为“恢复期长短”与治疗方案有关;  
 (2) 现按分层随机抽样的方法, 从采用乙治疗方案的样本中随机抽取 10 人, 从这 10 人中再随机抽取 3 人, 求其中恢复期长的人数  $X$  的分布列和期望.  
 (3) 假设甲方案治疗的恢复期为  $Y$ , 统计发现  $Y$  近似服从正态分布  $N(5, 1)$ , 若某患者采用甲方案治疗, 则 7 天后是否有大于 95% 的把握恢复健康? 请说明理由.

附:  $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(\chi^2 \geq x_0)$	0.1	0.05	0.010
$x_0$	2.706	3.841	6.635

若  $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$  则  $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6862$ ,  $P(\mu - 2\sigma < \xi < \mu + 2\sigma) = 0.9544$ ,

$P(\mu - 3\sigma < \xi < \mu + 3\sigma) = 0.9974$ .

19. (本小题满分 12 分) 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且满足\_\_\_\_\_.

从条件①、条件②这两个条件中任选一个补充在上面横线上作为已知,

- (1) 求角  $A$ ;  
 (2) 若  $\triangle ABC$  为锐角三角形, 且  $c=1$ , 求  $\triangle ABC$  面积的取值范围.

条件①:  $(b+c)(\sin B + \sin C) = a\sin A + 3b\sin C$

条件②:  $\cos^2(\frac{\pi}{2} + A) + \cos A = \frac{5}{4}$

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

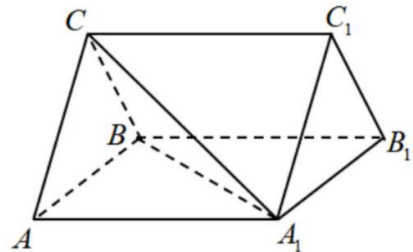
高二数学学科 试题 第 4 页 (共 6 页)

20. (本小题满分 12 分) 已知三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $\triangle ABC$  是边长为 2 的等边三角形,

且  $A_1B \perp AB$ , 平面  $ABC \perp$  平面  $A_1BC$ , 三棱锥  $C_1 - A_1AB$  的体积为  $\sqrt{3}$ .

(1) 求证:  $A_1B \perp AC$ ;

(2) 求直线  $AB$  与平面  $AA_1C_1C$  所成角的正弦值.

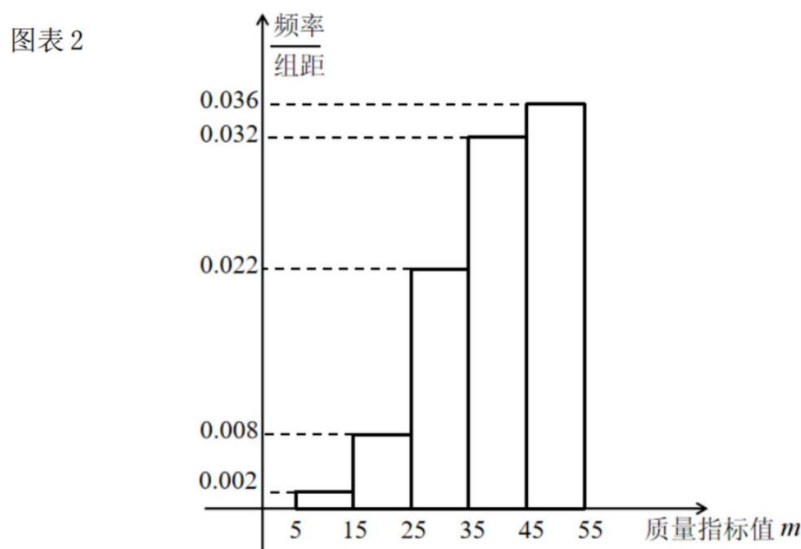


21. (本小题 12 分) 党的二十大报告中提出:“我们要坚持以推动高质量发展为主题, 推动经济实现质的有效提升和量的合理增长”. 为了适应新形势, 满足市场需求, 某企业准备购进新型机器以提高生产效益. 已知生产产品的质量以其质量指标值  $m$  来衡量, 并按照质量指标值  $m$  划分产品等级如图表 1:

图表 1

质量指标值 $m$	$m \geq 45$	$25 \leq m < 45$	$m < 25$
产品等级	一等品	二等品	三等品

现从试用的新机器生产的产品中随机抽取 200 件作为样品, 检验其质量指标值  $m$ , 得到频率分布直方图, 如图表 2:



- (1) 根据样本估计总体的思想, 求该产品的质量指标值  $m$  的第 70 百分位数 (精确到 0.1);
- (2) 整理该企业的以往销量数据, 获得信息如图表 3:

图表 3

产品等级	一等品	二等品	三等品
销售率	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
单件产品原售价	20 元	15 元	10 元
未按原价售出的产品统一按原售价的 50% 可以全部售出			

(产品各等级的销售率为等级产品销量与其对应产量的比值)

已知该企业购进新型机器的前提条件是, 该机器生产的产品同时满足下列两个条件:

- ①质量指标值的平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)不低于 35.
- ②单件产品平均利润不低于 4 元.

已知该新型机器生产的产品的成本为 10 元/件, 月产量为 2000 件, 根据图表 1、图表 2、图表 3 信息, 分析该新机器是否达到企业的购进条件.

22. (本小题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = x^2 - 2ax + b, g(x) = x - a, a \in R, b \in R$

(1) 若函数  $f(x)$  在区间  $[-3, a]$  的值域为  $[-3, a]$ , 求  $a, b$  的值;

(2) 令 
$$h(x) = \frac{f(x) + g(x) - |f(x) - g(x)|}{2},$$

(i) 若  $h(x) = g(x)$  在  $R$  上恒成立, 求证:  $b - a^2 \geq \frac{1}{4}$ ;

(ii) 若对任意实数  $b \in [-1, 1]$ , 方程  $h(x) = a$  恒有三个不等的实数根, 求实数  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**浙江官方微信号：**zjgkjzb**。



微信搜一搜

浙考家长帮

