

西工大附中 2022-2023 学年上学期 1 月期末

高三理科数学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数  $z = \frac{5i}{2-i}$ ，则共轭复数  $\bar{z}$  在复平面对应的点位于 ( )  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
2. 设函数  $f(x)$  满足  $f(-x) = f(x)$ ，且  $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty), (x_1 \neq x_2)$  有  $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0$ ，则 ( )  
A.  $f(-2) < f(-3) < f(1)$       B.  $f(-3) < f(-2) < f(1)$   
C.  $f(-1) < f(-2) < f(3)$       D.  $f(-1) < f(3) < f(-2)$
3. 设集合  $A = \{x | x^2 - x > 0\}, B = \{x | 2x > 1\}$ ，则  $A \cap B =$   
A.  $(0, \frac{1}{2})$       B.  $(\frac{1}{2}, 1)$       C.  $(0, +\infty)$       D.  $(1, +\infty)$
4. “ $x > 3$ ”是“不等式  $x^2 - 2x > 0$ ”的  
A. 充分不必要条件      B. 充分必要条件  
C. 必要不充分条件      D. 非充分必要条件
5. 若递增等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ， $a_2 = 2, S_3 = 7$ ，则公比  $q$  等于  
A. 2      B.  $\frac{1}{2}$       C. 2 或  $\frac{1}{2}$       D. 无法确定
6. 设函数  $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  的最小正周期为  $T$ ，则  $f(x)$  在  $(0, T)$  上的零点之和为 ( )  
A.  $\frac{13\pi}{12}$       B.  $\frac{7\pi}{6}$       C.  $\frac{11\pi}{12}$       D.  $\frac{5\pi}{6}$
7. 一个首项为 23，公差为整数的等差数列，如果前六项均为正数，第七项起为负数，则它的公差是  
A. -2      B. -3      C. -4      D. -5
8. 作用在同一物体上的两个力  $\vec{F}_1 = 60\text{N}, \vec{F}_2 = 60\text{N}$ ，当它们的夹角为  $120^\circ$  时，则这两个力的合力大小为 ( ) N.  
A. 30      B. 60      C. 90      D. 120

9. 设  $f(x) = 2x + 3$ ,  $g(x) = f(x - 2)$ , 则  $g(x)$  等于
- A.  $2x + 1$                       B.  $2x - 1$                       C.  $2x - 3$                       D.  $2x + 7$
10. 从乒乓球运动员男 5 名、女 6 名中组织一场混合双打比赛, 不同的组合方法种数为 ( )
- A.  $C_5^2 C_6^2$     B.  $C_5^2 A_6^2$
- C.  $C_5^2 A_2^2 C_6^2 A_2^2$     D.  $A_5^2 A_6^2$
11. 已知  $F_1, F_2$  是椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点, 点  $M$  在椭圆  $E$  上,  $MF_1$  与  $x$  轴垂直,  $\sin \angle MF_2 F_1 = \frac{1}{2}$ , 则椭圆  $E$  的离心率为
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
12. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_2 = 4$ ,  $n(n-1)a_{n+1} = (n-1)a_n - na_{n-1} (n > 1 \text{ 且 } n \in \mathbf{N}^*)$ , 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则 ( )
- A.  $20S_{21} = a_{20} + 80$     B.  $20S_{21} = a_{20} + 40$
- C.  $S_{21} = 20a_{20} + 80$     D.  $S_{21} = 20a_{20} + 40$

二、填空题: 本题 5 小题, 共 20 分。

13. 欧拉是科学史上最多才的一位杰出的数学家, 他发明的公式为  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ ,  $i$  虚数单位, 将指数函数的定义域扩大到复数, 建立了三角函数和指数函数的关系, 这个公式也被誉为“数学中的天桥”根据此公式,  $|e^{ix} - 2|$  的最大值为\_\_\_\_\_.
14. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $\frac{b \cos A}{\cos B} + a = 2c$ , 则角  $B =$ \_\_\_\_\_.
15. 若点  $A(\cos \theta, \sin \theta)$  关于  $x$  轴对称点为  $B(\cos(\theta + \frac{\pi}{3}), \sin(\theta + \frac{\pi}{3}))$ , 则  $\theta$  的一个取值为\_\_\_\_\_.
16. 曲线  $f(x) = x \ln x - 1$  上某点处的切线与直线  $l: x + y - 1 = 0$  垂直, 则该切线方程为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本题 6 小题, 共 70 分。

17. 某班级体育课举行了一次“投篮比赛”活动, 为了了解本次投篮比赛学生总体情况, 从中抽取了甲乙两个小组样本分数的茎叶图如图所示:

5	6		
6	0	1	3
7	1	2	
8	0	1	

甲

5	8		
6	2	4	6
7	1	3	
8	1		

乙

- (1) 分别求甲乙两个小组成绩的平均数;
- (2) 估计甲乙两个小组的成绩的方差大小关系;
- (3) 甲组高于 70 分的同学中, 任意抽取 2 名同学, 求恰好有一名同学的得分在  $[80, 90)$  的概率.

18. 已知抛物线  $C: x^2 = 2py (0 < p < 6)$  的焦点为  $F$ , 点  $A(4, m)$  在抛物线  $C$  上, 且  $|AF| = 5$ .

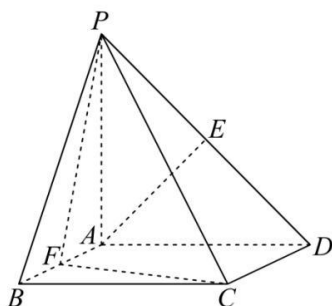
- (1) 求抛物线  $C$  的标准方程;
- (2) 直线  $l$  与抛物线  $C$  交于  $M, N$  两点, 若线段  $MN$  的中点为  $P(1, 2)$ , 求直线  $l$  的方程.

19. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 = 16, a_5 = 10$ .

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 求  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  的最大值.

20. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$ ,  $PA \perp$  底面正方形  $ABCD$ ,  $E$  为侧棱  $PD$  的中点,  $F$  为  $AB$  的中点,  $PA = AB = 2$ .

- (I) 求四棱锥  $P-ABCD$  体积;
- (II) 证明:  $AE \parallel$  平面  $PFC$ ;
- (III) 证明: 平面  $PFC \perp$  平面  $PCD$ .



21. 已知数列  $\{a_n\}$  的首项为 1,  $S_n$  为数列的前  $n$  项和,  $S_{n+1} = xS_n + 1$ , 其中

$$x > 0, n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2,$$

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 证明: 函数  $F_n(x) = S_{n+1} - 2$  在  $(\frac{1}{2}, 1)$  内有且仅有一个零点 (记为  $x_n$ ) 且  $x_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x_n^{n+1}$ ;

22. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点  $F$  到准线的距离为 2, 圆  $M$  与  $y$  轴相切, 且圆心  $M$  与抛物线  $C$  的焦点重合.

(1) 求抛物线  $C$  和圆  $M$  的方程;

(2) 设  $P(x_0, y_0) (x_0 \neq 2)$  为圆  $M$  外一点, 过点  $P$  作圆  $M$  的两条切线, 分别交抛物线  $C$  于两个不同的点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  和点  $Q(x_3, y_3), R(x_4, y_4)$  且  $y_1 y_2 y_3 y_4 = 16$ , 证明: 点  $P$  在一条定曲线上.

23. 已知函数  $f(x) = |x-1| + |x+1|$ ,  $M$  为不等式  $f(x) \leq 2$  的解集.

(1) 求  $M$ ;

(2) 证明: 当  $a, b \in M$ ,  $|ab+1| \geq |a+b|$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

