

2022 届高三暑假数学学科体验（时间：120 分钟 满分：150 分）

一、单项选择题（每题 5 分，共 40 分）

- 若直线 $x-2y+5=0$ 与直线 $2x+my-6=0$ 互相垂直，则实数 m 等于()
A. -1 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
- 圆 $x^2+y^2=4$ 与圆 $x^2+y^2+2y-6=0$ 的公共弦长为 ()
A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$
- 设 $\{a_n\}$ 是等比数列，且 $a_1+a_2+a_3=1$ ， $a_2+a_3+a_4=2$ ，则 $a_6+a_7+a_8=$ ()
A. 12 B. 24 C. 30 D. 32
- 已知直线 $x-2y+m=0(m>0)$ 与直线 $x+ny-3=0$ 互相平行，且两者之间的距离是 $\sqrt{5}$ ，则 $m+n$ 等于()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
- 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_3=2$ ， $S_6=18$ ，则 $\frac{S_{10}}{S_5}$ 等于()
A. -3 B. 5 C. -31 D. 33
- 已知 F_1, F_2 是椭圆 C 的两个焦点， P 是 C 上的一点，若 $PF_1 \perp PF_2$ ，且 $\angle PF_2F_1=60^\circ$ ，则椭圆 C 的离心率为 ()
A. $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $2-\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ D. $\sqrt{3}-1$
- 椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ， P 为椭圆 M 上任一点，且 $|PF_1| \cdot |PF_2|$ 最大值取值范围为 $[2c^2, 3c^2]$ （其中 $c^2 = a^2 + b^2$ ），则椭圆 M 的离心率的取值范围是 ()
A. $[\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ B. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ C. $[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1]$ D. $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$
- 历史上数列的发展，折射出许多有价值的数学思想方法，对时代的进步起了重要的作用，比如意大利数学家列昂纳多·斐波那契以兔子繁殖为例，引入“兔子数列”：即 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ... 即 $F(1)=F(2)=1$ ， $F(n)=F(n-1)+F(n-2)$ ，($n \geq 3, n \in N^*$). 此数列在现代物理及化学等领域有着广泛的应用，若此数列被 4 整除后的余数构成一个新的数列 $\{b_n\}$ ，则 $b_{2020} =$ ()
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

二、多项选择题（每题 5 分，共 20 分，错选 0 分，部分选对 2 分）

- 若 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $S_n = 2a_n + 1, (n \in N^*)$ ，则下列说法正确的是 ()
A. $a_5 = -16$ B. $S_5 = -63$ C. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列 D. 数列 $\{S_n + 1\}$ 是等比数列
- 已知直线 $ax+by+1=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切，则 $3a+2b$ 的值可以为 ()
A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{13}$

11. 设 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 的左、右焦点, M 为 C 上一点且在第一象限, 若 $\triangle MF_1F_2$ 为等腰

三角形, 则下列结论正确的是 ()

A. $MF_1 = 2$ B. $MF_2 = 2$ C. 点 M 的横坐标为 $\frac{8}{3}$ D. $S_{\triangle MF_1F_2} = \sqrt{35}$

12. 已知点 A 是直线 $l: x + y - \sqrt{2} = 0$ 上一定点, 点 P, Q 是圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的动点,

若 $\angle PAQ$ 的最大值为 90° , 则点 A 的坐标可以是 ()

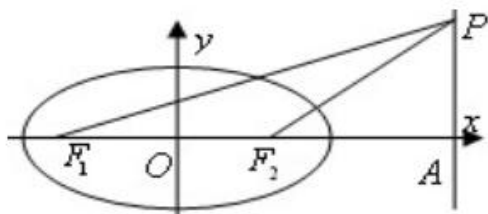
A. $(0, \sqrt{2})$ B. $(1, \sqrt{2}-1)$ C. $(\sqrt{2}, 0)$ D. $(\sqrt{2}-1, 1)$

三、填空题 (每题 5 分, 共 20 分)

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_4 + a_8 = 16$, 则该数列前 11 项的和 S_{11} 等于_____

14. 设点 $A(2, -3), B(-3, -2)$, 直线 m 过 $P(1, 1)$ 且与线段 AB 相交, 则直线 m 的斜率 k 的取值范围是_____

15. 设 F_1, F_2 是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点, P 为直线 $x = \frac{3a}{2}$ 上一点, $\triangle F_2PF_1$ 是底角为 30° 的等腰三角形, 则 E 的离心率为_____



16. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 椭圆 C 上的两点 A, B 关于原点对称, 且满足 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = 0$, $|FB| \leq |FA| \leq 2|FB|$, 则椭圆 C 的离心率的取值范围是_____

四、解答题 (本大题共 6 小题, 17 题 10 分, 其他题 12 分, 共 70 分)

请写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17 (10 分)、设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 4$, $a_3 - a_1 = 8$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 S_n 为数列 $\{\log_3 a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_m + S_{m+1} = S_{m+3}$, 求 m .

18. (12 分) 已知点 $A(5, 1)$ 关于 x 轴的对称点为 $B(x_1, y_1)$, 关于原点的对称点为 $C(x_2, y_2)$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 中过 AB, BC 边上中点的直线方程; (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19 (12 分)、已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3n^2 + 8n$, $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $a_n = b_n + b_{n+1}$.

(I) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 令 $c_n = \frac{(a_n + 1)^{n+1}}{(b_n + 2)^n}$. 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20 (12分). 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过点 F_1 的直线交椭圆 E 于

$$A, B \text{ 两点, } |AF_1| = 3|BF_1|$$

(I) 若 $|AB| = 4, \triangle ABF_2$ 的周长为 16, 求 $|AF_2|$;

(II) 若 $\cos \angle AF_2B = \frac{3}{5}$, 求椭圆 E 的离心率.

21 (12分). 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(0,3)$,

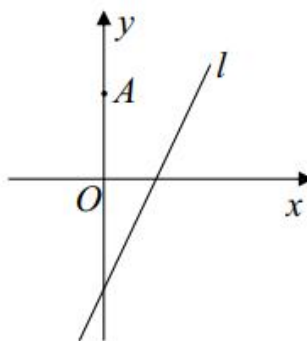
直线 $l: y = 2x - 4$. 设圆 C 的半径为 1, 圆心在 l 上.

(1) 若圆心 C 也在直线 $y = x - 1$ 上, 过点 A 作圆 C 的

切线, 求切线的方程;

(2) 若圆 C 上存在点 M , 使 $|MA| = 2|MO|$,

求圆心 C 的横坐标 a 的取值范围.



22. (12分) 已知椭圆 C 的中心在坐标原点, 焦点在 x 轴, 长轴长为 $2\sqrt{3}$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

1) 求椭圆 C 的方程

2) 经过椭圆的左焦点 F_1 做直线 l , 且直线 l 交椭圆 C 于 P, Q 两点, 问 x 轴上是否存在一点 M , 使得

$\overline{MP} \cdot \overline{MQ}$ 为常数, 若存在, 求出 M 坐标及该常数,

若不存在, 说明理由

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线