

昆明市第一中学 2023 届高中新课标高三第八次考前适应性训练 数学试卷

命题人：昆一中数学命题小组

审题人：杨昆华 彭力 顾先成 莫利琴 孙思应 梁云虹 丁茵 张远雄 崔锦 秦绍卫

本试卷共 4 页，22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{y | y = 2^x, x \in A\}$, 则 $\complement_B(A \cap B) =$
 A. $\{-1, 0\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{\frac{1}{2}, 4\}$ D. \emptyset
2. 若复数 z 满足 $z^2 + 4 = 0$, 则 $\frac{|z|}{1-i} =$
 A. $1+i$ B. $-1+i$ C. $1-i$ D. $-1-i$
3. 某班一个课外调查小组调查了该班同学对物理和历史两门学科的兴趣爱好情况，其中该班同学对物理或历史感兴趣的同学占 90%，对物理感兴趣的占 56%，对历史感兴趣的占 74%，则既对物理感兴趣又对历史感兴趣的同学占该班学生总数的比例是
 A. 70% B. 56% C. 40% D. 30%
4. 在 $(x^2 - x + y)^6$ 的展开式中，项 x^7y 的系数为
 A. 60 B. 30 C. 20 D. -60
5. 小王经营了一家小型餐馆，自去年疫情管控宣布结束后的第 1 天开始，经营状况逐步有了好转，该店第一周的营业收入数据(单位：百元)统计如下：

天数序号 x	1	2	3	4	5	6	7
营业收入 y	11	13	18	※	28	※	35

其中第 4 天和第 6 天的数据由于某种原因造成模糊，但知道 7 天的营业收入平均值是 23，已知营业收入 y 与天数序号 x 可以用经验回归直线方程 $y = \hat{b}x + \hat{a}$ 拟合，且第 7 天的残差是 -0.6，则 $\hat{a} + \hat{b}$ 的值是
 A. 10.4 B. 6.2 C. 4.2 D. 2

数学·第 1 页(共 4 页)

6. 将函数 $y = \sin(x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到函数 $y = f(x)$, 若函数 $y = f(x)$ 为奇函数, 则 φ 的值为

- A. $-\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$

7. 抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点是 F , 点 A 是该抛物线上一点, O 是坐标原点, $\triangle AOF$ 的外接圆的圆心在 C 上, 且该圆周长等于 6π , 则 p 的值是

- A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

8. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中, 底面 ABC 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形, 点 P 在底面上的射影为底面的中心, 且三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为 18π , 则二面角 $P-AB-C$ 的平面角的余弦值为

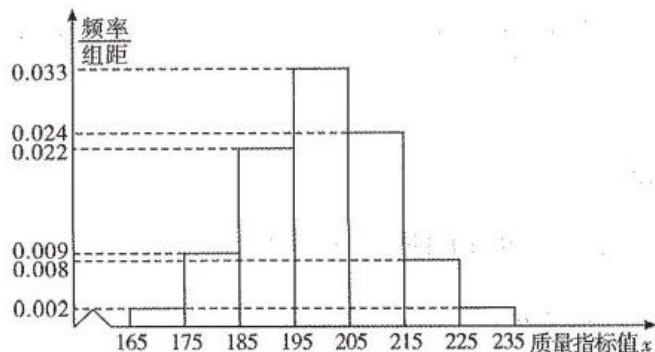
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 从某加工厂生产的产品中抽取 200 件作为样本, 将它们进行某项质量指标值测量, 并把测量结果 x 用频率分布直方图进行统计 (如右图)。

若同一组中数据用该组区间的中点值作代表, 则关于该样本的下列统计量的叙述正确的是

- A. 指标值在区间 $[205, 215)$ 的产品约有 48 件
B. 指标值的平均数的估计值是 200
C. 指标值的第 60 百分位数是 200
D. 指标值的方差估计值是 150



10. 已知 \vec{AB} , \vec{AC} 是两个非零向量, 则下列说法正确的是

- A. 若 $\vec{AB} = (x, 4)$, $\vec{AC} = (-1, 2)$, 且 $\vec{AB} \parallel \vec{AC}$, 则 $x = -2$
B. $\angle BAC$ 为锐角的充要条件是 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} > 0$
C. 若 O 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 且 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA}$, 则 O 为 $\triangle ABC$ 的重心
D. 若 $(\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot \vec{BC} = 0$, 且 $\frac{|\vec{AB}|}{|\vec{AC}|} = \frac{1}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 为等边三角形

11. 已知函数 $f(x) = (x+1)e^x$ 的导函数为 $f'(x)$, 则

- A. 函数 $f(x)$ 的极小值点为 $-\frac{1}{e^2}$
B. $f'(-2) = 0$
C. 函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty, -2)$
D. 若函数 $g(x) = f(x) - a$ 有两个不同的零点, 则 $a \in \left(-\frac{1}{e^2}, 0\right)$

12. 若 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a + 2b = 1$, 则下列不等式中一定成立的是

- A. $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{5}$ B. $\frac{2b+1}{a+1} \leq \frac{1}{2}$ C. $\frac{b}{a+b} + \frac{1}{b} > 3$ D. $b > e^{a-1}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \sin \theta = \frac{8}{5}$ ，则 $\sin 2\theta$ 的值是_____。
14. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\vec{AB} = 2\vec{DC}$ ， $AP \perp BD$ ，且 $AP = DP = DC = BC = BD = 2\sqrt{2}$ ，则 $PB =$ _____。
15. 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的准线 l 过椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点，且 l 与 C 的一个交点为 $A(2, m)$ ，则椭圆 C 的长轴长为_____。
16. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{4}\sin 2x - (a-1)\cos x + \frac{3}{2}x$ 在 \mathbf{R} 上单调递增，则实数 a 的取值范围是_____。

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

设 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，公比 $q > 1$ ，且 $a_2 + a_3 + a_4 = 39$ ， $a_3 + 6$ 是 a_2 与 a_4 的等差中项。

(1) 求 S_n ；

(2) 是否存在常数 λ ，使得数列 $\{S_n + \lambda\}$ 为等比数列？若存在，求 λ 的值；若不存在，请说明理由。

18. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c ，且 $\frac{\cos A}{1 + \sin A} = \frac{1 - \cos 2B}{\sin 2B}$ 。

(1) 若 $B = \frac{\pi}{6}$ ，求角 C 的大小；

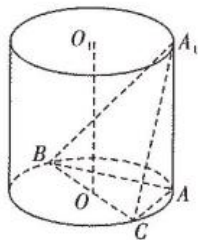
(2) 若 $\frac{c^2}{a^2 + b^2} \leq m$ ，求实数 m 的最小值。

19. (12 分)

如图，线段 AA_1 是圆柱 OO_1 的母线， BC 是圆柱下底面 $\odot O$ 的直径。

(1) 弦 AB 上是否存在点 D ，使得 $O_1D \parallel$ 平面 A_1AC ，请说明理由；

(2) 若 $BC = 2$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，点 A_1, A, B, C 都在半径为 $\sqrt{2}$ 的球面上，求二面角 $C-A_1B-A$ 夹角的余弦值。

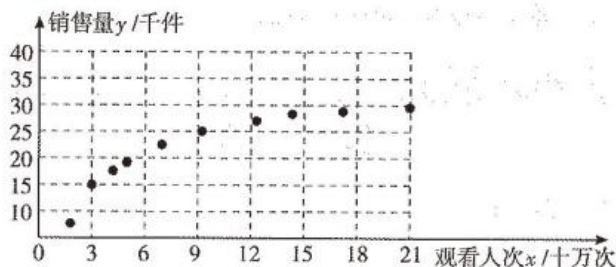


20. (12 分)

《中共中央国务院关于全面推进乡村振兴加快农业农村现代化的意见》，这是 21 世纪以来第 18 个指导“三农”工作的中央一号文件。文件指出，民族要复兴，乡村必振兴，要大力推进数字乡村建设，推进智慧农业发展。某乡村合作社借助互联网直播平台进行农产品销售，众多网红主播参与

数学 · 第 3 页 (共 4 页)

到直播当中，在众多网红直播中，统计了10名网红直播的观看人次 x_i 和农产品销售量 y_i ($i=1, 2, 3, \dots, 10$)的数据，得到如图所示的散点图。



(1) 利用散点图判断， $y = a + bx$ 和 $y = c + d \ln x$ 哪一个更适合作为观看人次 x 和销售量 y 的回归方程类型；（只要给出判断即可，不必说明理由）

(2) 对数据作出如下处理：得到相关统计量的值如表：

\bar{x}	\bar{y}	$\bar{\omega}$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^{10} (\omega_i - \bar{\omega})^2$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^{10} (\omega_i - \bar{\omega})(y_i - \bar{y})$
9.4	30.3	2	366	6.6	439.2	66

其中令 $\omega_i = \ln x_i$, $\bar{\omega} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \omega_i$.

根据(1)的判断结果及表中数据，求 y 关于 x 的回归方程，并预测当观看人次为280万人时的销售量；(3)规定：观看人次大于等于120万人次的主播为优秀主播，从这10名主播中随机抽取3名，记其中优秀主播的人数为 X ，求 X 的分布列和数学期望。

参考数据和公式： $\ln 2 \approx 0.69$, $\ln 7 \approx 1.95$ 附：对于一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$,

其回归线 $\hat{v} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为： $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$, $\hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta}\bar{u}$.

21. (12分)

直线 $l: y = \sqrt{2}x + \sqrt{6}$ 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点，且直线 l 与双曲线 C 的一条渐近线垂直。

(1) 求双曲线 C 的方程；

(2) 过点 $N(\sqrt{5}, 0)$ 作一条斜率为 k 的直线 l' ，若直线 l' 上存在点 P ，使得过点 P 总能作 C 的两条切线互相垂直，求直线 k 的取值范围。

22. (12分)

设函数 $f(x) = e^x - 1 - ax$.

(1) 若 $x \geq 0$, $f(x) \geq 0$, 求 a 的取值范围；

(2) 若 $x > 0$ 且 $m \geq 1$, 证明: $f(x) \geq \frac{x^2}{\ln(x+m)} - ax$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

