2021年秋季高三数学（文）开学摸底考试卷02

班级____________ 姓名____________ 分数____________

（考试时间：120分钟 试卷满分：150分）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．复数z满足$z(2-i)=|3+4i|$，则$\overline{z}=$

A．$2+i$　　B．$2-i$　　C．$10+5i$　　D．$10-5i$

2．已知集合$A=\{x\in Z\,|\,x>-1\}$，集合$B=\{x\,|\,\log_2 x<2\}$，则$A\bigcap B=$

A．$\{x\,|-1<x<4\}$　　B．$\{x\,|\,0<x<4\}$　　C．$\{0，1，2，3\}$　　D．$\{1，2，3\}$

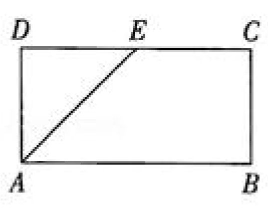
3．已知命题$p:\exists x\in R$，$\sin x<1$；命题$q:\forall x\in R$，$e^{|x|}$ 1，则下列命题中为真命题的是

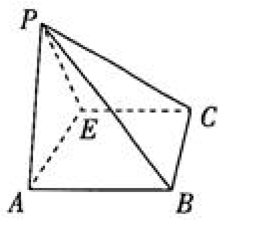
A．$p\wedge q$　　B．$\neg p\wedge q$　　C．$p\wedge\neg q$　　D．$\neg(p\vee q)$

4．设函数$f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，则下列函数中为奇函数的是

A．$f(x-1)-1$　　B．$f(x-1)+1$　　C．$f(x+1)-1$　　D．$f(x+1)+1$

5．矩形ABCD中，$AB=4$，$AD=2$，点E为CD中点，沿AE把ΔADE折起，点D到达点P，使得平面$PAE\perp$平面ABCE，则异面直线AB与PC所成角的余弦值为





A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

6．在一次53.5公里的自行车个人赛中，25名参赛选手的成绩（单位：分钟）的茎叶图如图所示，现将参赛选手按成绩由好到差编为$1\sim25$号，再用系统抽样方法从中选取5人，已知选手甲的成绩为85分钟，若甲被选取，则被选取的5名选手的成绩的平均数为

8	0	1	2	3	5	6	6	6	6	8	9
9	0	2	3	4	5	5	5	7	9		
10	0	0	5	6	7						

A．93.6　　B．94.6　　C．95.6　　D．97

7．把函数$y=f(x)$图像上所有点的横坐标缩短到原来的$\dfrac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个

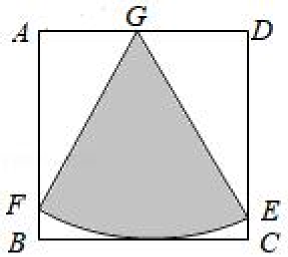
单位长度，得到函数 $y=\sin(x-\dfrac{\pi}{4})$ 的图像，则 $f(x)=$

A． $\sin(\dfrac{x}{2}-\dfrac{7\pi}{12})$　　B． $\sin(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{12})$　　C． $\sin(2x-\dfrac{7\pi}{12})$　　D． $\sin(2x+\dfrac{\pi}{12})$

8．若 $a=\dfrac{ln2}{2}$，$b=\dfrac{ln3}{3}$，$c=\dfrac{ln5}{5}$，则 a，b，c 的大小关系正确的是

A． $a<b<c$　　B． $c<a<b$　　C． $c<b<a$　　D． $b<a<c$

9. 如图，已知四边形 ABCD 为正方形，扇形 GEF 的弧 EF 与 BC 相切，点 G 为 AD 的中点，在正方形 ABCD 中随机取一点，则该点落在扇形 GEF 内部的概率为



A． $\dfrac{\pi}{6}$　　B． $\dfrac{\pi}{4}$　　C． $\dfrac{\pi}{8}$　　D． $\dfrac{\pi}{12}$

10．在 ΔABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，$A=2B$，角 C 的平分线交对边 AB 于 D，且 CD 将三角形的面积分成 3:4 两部分，则 $\cos B=$

A． $\dfrac{1}{3}$　　B． $\dfrac{1}{2}$　　C． $\dfrac{2}{3}$　　D． $\dfrac{3}{4}$

11．设 $P(x,y)$ 是椭圆 $x^2+4y^2=4$ 上的一个动点，定点 $M(1,0)$，则 $|PM|^2$ 的最大值是

A． $\dfrac{2}{3}$　　B．1　　C．3　　D．9

12．已知函数 $f(x)=ax^4+bx^2+c(abc\neq 0)$．记 $f(x)$ 零点个数为 p，极大值点个数为 q，若 $p=q$，则

A． $b<0$　　B． $b>0$　　C． $ac<0$　　D． $ac>0$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．曲线 $y=\dfrac{1}{3}x^3-2$ 在点 $(-1,-\dfrac{7}{3})$ 处的切线的倾斜角为____.

14．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{m}-y^2=1(m>0)$ 的一条渐近线为 $\sqrt{3}x+my=0$，则 C 的焦距为____.

15．已知向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为 $60°$，且 $|\overrightarrow{AB}|=2$，$|\overrightarrow{AC}|=1$，若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，且 $\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{AC}$，则实数 λ 的值是____.

16. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB\perp BD$，$2AB^2+BD^2=1$，将此平行四边形沿对角线 BD 折叠，使平面 $ABD\perp$ 平面 CBD，则三棱锥 $A-BCD$ 外接球的体积是 ____.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．（一）必考题：共 60 分．

17．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$2a_{n+1}=(1+\frac{1}{n})a_n(n\in N^*)$．

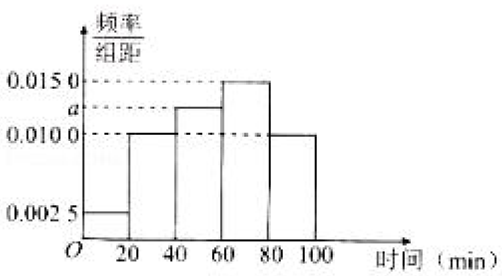
（1）求证：数列 $\{\frac{a_n}{n}\}$ 是等比数列，并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n．

18．4 月 23 日是世界读书日，其设立的目的是推动更多的人去阅读和写作，某市教育部门为了解全市中学生课外阅读的情况，从全市随机抽取 1000 名中学生进行调查，统计他们每日课外阅读的时长，如图是根据调查结果绘制的频率分布直方图．

（1）求频率分布直方图中 a 的值，并估计 1000 名学生每日的平均阅读时间（同一组中的数据用该组区间的中点值代表该组数据平均值）；

（2）若采用分层抽样的方法，从样本在 $[60，80)[80，100]$ 内的学生中共抽取 5 人来进一步了解阅读情况，再从中选取 2 人进行跟踪分析，求抽取的这 2 名学生来自不同组的概率．



19．如图，在四棱锥 $B-ACDE$ 中，正方形 $ACDE$ 所在的平面与正三角形 ABC 所在的平面垂直，点 M，N 分别为 BC，AE 的中点，点 F 在棱 CD 上．

（1）证明：$MN\parallel$ 平面 BDE；

（2）若 $AB=2$，点 M 到 AF 的距离为 $\frac{\sqrt{30}}{5}$，求 CF 的长．

20．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，点 $M(1,\frac{3}{2})$ 为椭圆 C 上一点．

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）过点 $F_1(-1,0)$ 作动直线 l 与椭圆交于 A，B 两点，过点 A 作直线 $x=-4$ 的垂线垂足为 N，求证：直线 BN 过定点．

21．已知 $x=0$ 为函数 $f(x)=e^x-kx$ 的极值点．

（Ⅰ）求 k 的值；

（Ⅱ）若 $\forall x \in (0,+\infty)$， $f(x) > -x^2 + (a-1)x + 1$，求实数 a 的取值范围．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

22．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\alpha \\ y = 2 + 2\sin\alpha \end{cases}$ （α 为参数），以原点 O 为极点，轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta + \dfrac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$ ．

（1）求曲线 C 的极坐标方程和直线 l 的直角坐标方程；

（2）设射线 $\theta = -\dfrac{\pi}{6}(\rho > 0)$ 与直线 l 交于点 A ，点 B 在曲线 C 上，且 $\angle AOB = \dfrac{\pi}{3}$ ，求 $|AB|$ ．

23．已知函数 $f(x) = |x - \dfrac{1}{2}| - \dfrac{x}{2}$， $g(x) = -|x + \dfrac{a}{2}| + \dfrac{3}{2}$ ．

（1）当 $a = -2$ 时，求不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集；

（2）设 $a > -1$，且当 $x \in [-\dfrac{a}{2}, \dfrac{1}{2})$ 时， $f(x)\ \ g(x)$，求 a 的取值范围．