

7. 甲、乙两人投篮，每次由其中一人投篮，规则如下：若命中则此人继续投篮，若未命中则换为对方投篮. 无论之前投篮情况如何，甲每次投篮的命中率均为 0.6，乙每次投篮的命中率均为 0.8. 由抽签确定第 1 次投篮的人选，第 1 次投篮的人是甲、乙的概率各为 0.5. 则在第 2 次投篮的人是乙的情况下第一次是甲投篮的概率为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{5}$

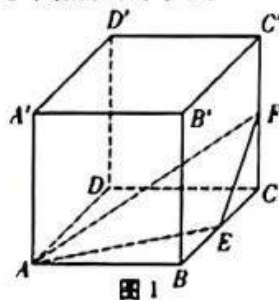
8. 定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足：当 $x \in [0, 1)$ 时， $f(x) = 2^{-x}$ ，且对任意的实数 x ，均有 $f(x) + f(x+1) = 1$ ，记 $a = \log_2 3$ ，则 $f(a) + f(2a) + f(3a) =$

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{17}{16}$ D. $-\frac{17}{16}$

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 如图 1，正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 棱 CC' 上一动点 F ，点 E 为棱 BC 的中点，则平面 AEF 截得正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的几何图形可以是

- A. 等腰梯形
B. 矩形
C. 菱形
D. 六边形



10. 已知点 F 为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左焦点，点 P 为 C 上的任意一点，点 A 的坐标为

$(1, 3)$ ，则下列正确的是

- A. $PA+PF$ 的最小值为 $\sqrt{13}$ B. $PA+PF$ 的最大值为 7
C. $PF-PA$ 的最小值为 $\sqrt{13}$ D. $PF-PA$ 的最大值为 1

11. 若 $a > 0, b > 0$ 且 $a+b=1$ ，则

- A. $\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值为 9 B. $\frac{4}{a+1} + \frac{1}{b+2}$ 的最小值为 $\frac{9}{4}$
C. $\frac{1}{9b^2} - 6a$ 的最小值为 -3 D. $\frac{6}{a} + \frac{8}{b^2}$ 的最小值为 36

12. 已知 $f(x), g(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的函数，且对任意的 x, y 满足： $f(x-y) = f(x)g(y) - g(x)f(y)$ ，且 $f(1) \neq 0$ ，则下面说法正确的是

- A. $f(0) = 0$
B. $g(0) = 0$
C. $f(x)$ 为奇函数
D. 若 $f(2) + f(1) = 0$ ，则 3 是 $f(x)$ 的一个周期

三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 已知向量 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$, $|\vec{a}+2\vec{b}|=2$, 则 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ _____.
14. 正多面体又称柏拉图多面体, 被喻为最有规律的立体结构, 其所有面都只由一种正多边形构成. 正多面体共有五种, 它们分别是正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体和正二十面体, 连接边长为2的正方体的六个面的中心, 即可得到一个正八面体, 则该正八面体的内切球的表面积为 _____.
15. 某班级为了了解本班学生的身高情况, 根据男、女学生所在的比例, 采用样本量按比例分配的分层随机抽样分别抽取了男生5名和女生3名, 测量它们的身高所得的数据(单位: cm)如下表所示, 根据表中数据, 可计算出该校高中学生身高的总样本平均数 $\bar{\omega} =$ _____; 总样本方差 s^2 为 _____. (第一空2分, 第二空3分)

性别	人数	平均数	方差
男生	5	172	18
女生	3	164	30

16. 已知点 P 在函数 $f(x) = xe^x + 1$ 的图象上, 点 Q 在函数 $g(x) = \frac{\ln x}{x}$ 的图象上, 则 $|PQ|$ 的最小值为 _____.

四、解答题（共70分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤）

17. (本小题满分10分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $b\cos A + a\cos B - 2c\cos A = 0$.

- (1) 求角 A 的大小;
- (2) D 是边 BC 上的一点, 且 $BD = 2CD$, AD 平分 $\angle BAC$, 且 $AD = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, $a_n = 2a_{n-1} + 1 (n \geq 2)$.

- (1) 证明: $\{a_n + 1\}$ 是等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

- (2) 令 $b_n = \frac{(-1)^n(3n+2)}{n(n+1)(a_{n+1}+1)}$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (本小题满分 12 分)

某校高三举办“三环杯”排球比赛活动，现甲、乙两班进入最后的决赛，决赛采用三局两胜的赛制，决出最后的冠军，甲班在第一局获胜的概率为 $\frac{1}{2}$ ，从第二局开始，甲班每局获胜的概率受上局比赛结果的影响，若上局获胜，则该局甲班获胜的概率增加 $p(0 < p < 1)$ ，若上局未获胜，则该局甲班获胜的概率减小 $p(0 < p < 1)$ ，且甲班前两局连胜两场获胜的概率为 $\frac{5}{16}$ （每局比赛没有平局）。

- (1) 求甲班 2 : 1 获胜的概率；
- (2) 若冠军奖品为 16 个排球，且在甲班第一局获胜的情况下，由于不可抗拒力的原因，比赛被迫取消，请问：你认为甲、乙如何分配奖品比较合理。

20. (本小题满分 12 分)

如图 2，已知在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中，平面 $ABC \perp$ 平面 $ACC'A'$ ，且平面 $ABC \perp$ 平面 $ABB'A'$ 。

- (1) 证明： $AA' \perp$ 平面 ABC ；
- (2) 若 $AB = AC = 3$ ， $AA' = 2$ ， $BC = 3\sqrt{2}$ ， E, F 分别为 $A'C', A'B'$ 的中点， $MC = 2MB$ ， $B'N = 2NC'$ ，求平面 AEF 与平面 AMN 所成锐二面角的余弦值。

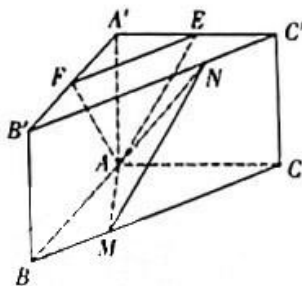


图 2

21. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = a(x - \ln x)$ ， $g(x) = \frac{e^x}{x} + 2e^3$ 。

- (1) 当 $a = 1$ 时，求 $f(x)$ 的最小值；
- (2) 若 $g(x) \geq f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立，求 a 的取值范围。

22. (本小题满分 12 分)

已知 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点，若点 P 为 C 上的一

点，且 $PF_1 \perp PF_2$ ， $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 3，双曲线的离心率为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$ 。

- (1) 求曲线 C 的方程；
- (2) 过曲线 C 左焦点 F_1 的两条相互垂直的直线分别交双曲线 C 于 A, B 和 D, E ， M, N 分别是 AB, DE 的中点，求证：直线 MN 过定点，并求出该定点的坐标。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

