承德市2022～2023学年高二年级第二学期期末考试
数学试卷参考答案

1. C　$|r|$越接近0，成对样本数据的线性相关程度越弱．$|r|$越接近1，成对样本数据的线性相关程度越强．$r>0$，成对样本数据正相关．$r<0$，成对样本数据负相关．

2. D　因为$X\sim B(4,\frac{1}{2})$，所以$E(3X-2)=3E(X)-2=3\times4\times\frac{1}{2}-2=4$．

3. D　根据分步乘法计数原理知，不同的选法有$5\times4=20$种．

4. B　$\frac{b}{a}-\frac{b+c}{a+c}=\frac{(b-a)c}{a(a+c)}<0$，A不正确．$\frac{a}{b}-\frac{a+c}{b+c}=\frac{(a-b)c}{b(b+c)}>0$，B正确．$a^2c-ac^2=ac(a-c)$，$b^2c-bc^2=bc(b-c)$符号不确定，C，D不正确．

5. A　因为$f(x)=-f'(1)x-4\ln x$，所以$f'(x)=-f'(1)-\frac{4}{x}$，则$f'(1)=-f'(1)-4$，解得$f'(1)=-2$，则$f'(x)=2-\frac{4}{x}=\frac{2x-4}{x}$．当$x\in(0,2)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；当$x\in(2,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增．故$f(x)$的最小值为$4-4\ln 2$，无最大值．

6. A　$(x^2+\frac{1}{x^2}-2)^6=(x-\frac{1}{x})^{12}$，展开式的通项$T_{r+1}=C_{12}^r x^{12-r}(-\frac{1}{x})^r=(-1)^rC_{12}^r x^{12-2r}$．由$12-2r=0$，得$r=6$，则$(x^2+\frac{1}{x^2}-2)^6$展开式的常数项为$(-1)^6\times C_{12}^6=924$．

7. C　由图可知，当$x\in(-\infty,-4)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(-4,0)$时，$f'(x)>0$；当$x\in(0,4)$时，$f'(x)>0$；当$x\in(4,+\infty)$时，$f'(x)<0$．故$f(x)$极值点的个数为2．

8. B　两次取球编号不同的条件下，第二次取到1号球的概率$P_1=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$；

两次取球编号不同的条件下，第二次取到2号球的概率$P_2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$；

两次取球编号不同的条件下，第二次取到3号球的概率$P_3=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$．故两次取球编号不同的条件下，第二次取到2号球的概率最大．

9. ABD　由$P_n=P_0(1+k)^n(k>-1)$，得当$-1<k<0$时，P_n单调递减，当$k=0$时，P_n不变，当$k>0$时，P_n单调递增．故选ABD．

10. BCD　令$x=0$，则$a_0=(-1)^{21}=-1$．令$x=1$，则$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{21}=0$，则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{21}=-a_0=1$．令$x=-1$，则$a_0-a_1+a_2-\cdots-a_{21}=(-2)^{21}=-2^{21}$，则$2(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{21})=2^{21}$，则$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{21}=2^{20}$，$a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{20}=-2^{20}$，从而$a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{20}=1-2^{20}$．故选BCD．

11. BC　因为$a>0$，$b>0$，且$2a+b=2$，所以$2\sqrt{2ab}\leqslant2$，所以$ab\leqslant\frac{1}{2}$，当且仅当$2a=b=1$时，等

1
官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

号成立，则 A 错误. 由题意可得$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\frac{1}{2}(2a+b)(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})=\frac{1}{2}(\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}+4)\geqslant\frac{1}{2}\times(4+4)=4$，当且仅当 $2a=b=1$ 时，等号成立，则 B 正确. 因为 $ab\leqslant\frac{1}{2}$，所以$\frac{1}{a^2}+\frac{4}{b^2}\geqslant\frac{4}{ab}\geqslant8$，当且仅当 $2a=b=1$ 时，等号成立，则 C 正确. 由题意可得$\frac{(2a+1)(b+1)}{\sqrt{ab}}=\frac{2ab+3}{\sqrt{ab}}=2\sqrt{ab}+\frac{3}{\sqrt{ab}}\geqslant2\sqrt{6}$，此时，$2ab=3$. 因为 $2a+b=2$，所以不存在 a,b，使得$\begin{cases}2ab=3,\\2a+b=2,\end{cases}$则 D 错误.

12. CD　令 $f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2-\ln(x+e)$，$f'(x)=e^x-x-\frac{1}{x+e}$. 令 $g(x)=e^x-x-\frac{1}{x+e}$，则 $g'(x)=e^x-1+\frac{1}{(x+e)^2}$. 显然当 $x>0$ 时，$g'(x)>0$ 恒成立，故 $g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. 因为 $g(0)=1-\frac{1}{e}>0$，所以 $g(x)>0$，即 $f'(x)>0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，故当 $x>0$ 时，$f(x)>f(0)=0$. 从而 $e^a=\frac{1}{2}b^2+\ln(b+e)>\frac{1}{2}a^2+\ln(a+e)$. 令 $\varphi(x)=\frac{1}{2}x^2+\ln(x+e)$，$x>0$，易得 $\varphi(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，则 $b>a$. 故选 CD.

13. $y=x+2$　因为 $f(x)=x^2+\sin x+2$，所以 $f'(x)=2x+\cos x$. 由 $f(0)=2$，$f'(0)=1$，得 $f(x)$的图象在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=x+2$.

14. $2x+3$　设 $f(x)=kx+b$，则 $f(x-1)=kx-k+b$，$f(f(x-1))=k(kx-k+b)+b=k^2x-k^2+kb+b=4x+5$，则$\begin{cases}k^2=4,\\-k^2+kb+b=5.\end{cases}$ 又 $f(x)$在 **R** 上单调递增，所以 $k=2$，$b=3$，故 $f(x)=2x+3$.

15. 360　若 6 支救援队按 1，1，4 分成 3 组，则不同的安排方法种数是$\frac{C_6^1C_5^1}{A_2^2}\cdot A_3^3=30$，若 6 支救援队按 1，2，3 分成 3 组，则不同的安排方法种数是 $C_6^1C_5^2C_3^3A_3^3=240$，若 6 支救援队按 2，2，2 分成 3 组，则不同的安排方法种数是$\frac{C_6^2C_4^2}{A_3^3}\cdot A_3^3=90$，故不同的安排方法种数是 360.

16. 1；$(0,\frac{1}{3})$　因为 $f(x)$是奇函数，所以 $f(-x)=\frac{x^2}{-x+1}+\frac{ax^2}{-x-1}=-f(x)=-\frac{x^2}{x+1}-\frac{ax^2}{x-1}$，则 $a=1$. $f(x)=\frac{x^2}{x+1}+\frac{x^2}{x-1}=\frac{2x^3}{x^2-1}$，则 $f'(x)=\frac{6x^2(x^2-1)-4x^4}{(x^2-1)^2}=\frac{2x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$. 因为 $x\in(-1,1)$，所以 $x^2-3<0$，$f'(x)<0$，则 $f(x)$在$(-1,1)$上单调递减. 由 $f(m)+f(2m-1)>0$，得 $f(m)>-f(2m-1)=f(1-2m)$，则$-1<m<1-2m<1$，解得 $0<m<\frac{1}{3}$.

17. 解：(1)由题可知$\begin{cases}\frac{280+q}{400+p+q}=\frac{4}{7},\\\frac{p}{p+120}=\frac{3}{5},\end{cases}$ ………………………………… 2 分

官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

解得 $p=180,q=120$. ·· 5 分

(2)零假设为 H_0:学生的性别与喜欢体育锻炼之间无关联. ······························ 6 分

根据列联表及(1)中数据,经计算得到 $\chi^2=\frac{700\times(280\times120-180\times120)^2}{460\times240\times400\times300}\approx7.609<10.828$

$=x_{0.001}$. ··· 8 分

根据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验,我们推断 H_0 成立,即学生的性别与喜欢体育锻炼之间无关联. ·· 10 分

18. 解:(1) $f(8)=\log_2 2+\log_{\frac{1}{2}}(a-8)=1-\log_2(a-8)=-1$, ························ 1 分

则 $\log_2(a-8)=2$,解得 $a=12$, ·· 3 分

则 $f(x)=\log_2(x-6)-\log_2(12-x)$,

则 $\begin{cases}x-6>0,\\12-x>0,\end{cases}$ 解得 $6<x<12$, ·· 5 分

故 $f(x)$ 的定义域为 $(6,12)$. ·· 6 分

(2)由(1)知,$f(x)=\log_2(x-6)-\log_2(12-x)=\log_2\frac{x-6}{12-x}=\log_2(\frac{6}{12-x}-1)$. ········· 7 分

因为函数 $y=\frac{6}{12-x}-1$ 在 $(6,12)$ 上单调递增,所以 $f(x)$ 在 $(6,12)$ 上单调递增. ········· 9 分

又 $f(8)=-1$,所以 $f(2x-1)\geqslant-1$ 等价于 $8\leqslant2x-1<12$,解得 $\frac{9}{2}\leqslant x<\frac{13}{2}$, ········· 11 分

则不等式 $f(2x-1)\geqslant-1$ 的解集为 $[\frac{9}{2},\frac{13}{2})$. ·· 12 分

19. 解:(1)从 1,2,3,4,5 这五个数中,任取三个数组成的三位递增数共有 $C_5^3=10$ 个, ······ 2 分

若这个数能被 5 整除,则个位数为 5,共有 $C_4^2=6$ 个, ·· 4 分

故所求的概率 $P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. ·· 5 分

(2) X 的可能取值为 0,1,2.

所有的三位递增数共有 $C_9^3=84$ 个. ·· 6 分

若 $X=0$,则该三位递增数中不能含有数字 3,5,6,9,满足条件的三位递增数有 $C_5^3=10$ 个,

故 $P(X=0)=\frac{10}{84}=\frac{5}{42}$. ·· 7 分

若 $X=1$,则该三位递增数中有数字 5 且没有数字 3,6,9 或至少有数字 3,6,9 中的 1 个且没有数字 5,满足条件的三位递增数有 $C_5^2+C_3^1C_5^2+C_3^2C_5^1+C_3^3=56$ 个,故 $P(X=1)=\frac{56}{84}=\frac{2}{3}$.

·· 8 分

若 $X=2$,则该三位递增数中有数字 5 且至少有数字 3,6,9 中的 1 个,满足条件的三位递增数有 $C_3^1C_5^1+C_3^2=18$ 个,故 $P(X=2)=\frac{18}{84}=\frac{3}{14}$. ·· 9 分

3 官方微信公众号:zizzsw 咨询热线:010-5601 9830
官方网站:www.zizzs.com 微信客服:zizzs2018

X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{5}{42}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{14}$

…………………………………………………………………………………… 10 分

$E(X)=0\times\frac{5}{42}+1\times\frac{2}{3}+2\times\frac{3}{14}=\frac{23}{21}$. ………………………………………… 12 分

20. 解:(1)因为 $a=1$,所以 $f(x)=x^2e^x-\frac{1}{3}x^3-x^2$,$f'(x)=(x^2+2x)(e^x-1)$. ………… 1 分

令 $f'(x)=0$,得 $x=-2$ 或 $x=0$,且当 $x\in(-\infty,-2)$时,$f'(x)<0$,当 $x\in(-2,0)\cup(0,+\infty)$时,$f'(x)>0$,故 $f(x)$的单调递减区间为$(-\infty,-2)$,单调递增区间为$(-2,+\infty)$.
…………………………………………………………………………………… 3 分

从而 $f(x)$的极小值为 $f(-2)=\frac{4}{e^2}-\frac{4}{3}$,无极大值. ………………………………… 5 分

(2)因为 $f(x)=x^2e^x-\frac{1}{3}x^3-ax^2$,所以 $f'(x)=(x^2+2x)e^x-x^2-2ax$. ……………… 6 分

因为 $f(x)$在$(0,+\infty)$上恰有 1 个极值点,所以 $f'(x)$在$(0,+\infty)$上恰有一个变号零点. ……………………………………………………………………………………… 7 分

令 $g(x)=(x+2)e^x-x-2a$,则 $g'(x)=(x+3)e^x-1$, ………………………………… 8 分

显然 $g'(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增,且 $g'(0)=2>0$,所以 $g'(x)>0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立,

则 $g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. ……………………………………………………… 10 分

要使 $f'(x)$在$(0,+\infty)$上恰有一个变号零点,则 $g(0)=2-2a<0$, …………………… 11 分

即 $a>1$,故 a 的取值范围为$(1,+\infty)$. …………………………………………………… 12 分

21. 解:(1)由题意可知这 100 人中得分不低于 90 分的人数为 $100\times0.15=15$,则 X 的所有可能取值为 0,1,2,

$P(X=0)=\frac{C_{85}^2}{C_{100}^2}=\frac{119}{165}$,$P(X=1)=\frac{C_{85}^1C_{15}^1}{C_{100}^2}=\frac{17}{66}$,$P(X=2)=\frac{C_{15}^2}{C_{100}^2}=\frac{7}{330}$.

X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{119}{165}$	$\frac{17}{66}$	$\frac{7}{330}$

…………………………………………………………………………………… 4 分

故 $E(X)=0\times\frac{119}{165}+1\times\frac{17}{66}+2\times\frac{7}{330}=\frac{3}{10}$. ……………………………………… 6 分

(2)由题可得 $\mu=\overline{Y}=76$, …………………………………………………………… 7 分

$\sigma^2=s^2=135$, ……………………………………………………………………… 8 分

则 $P(Y\geqslant 87.61)=P(Y\geqslant\mu+\sigma)=\dfrac{1-P(\mu-\sigma\leqslant Y\leqslant\mu+\sigma)}{2}=0.15865$. ……………… 10 分

故该校这次竞赛分数不低于 87.61 分的教职工人数为 $1000\times 0.15865=158.65\approx 159$.

……………………………………………………………………………… 12 分

22. (1)解：因为 $a=1$，所以 $f(x)=(2x-2)e^x-x^2+2$，$f'(x)=2x(e^x-1)\geqslant 0$ 恒成立， … 2 分

所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. ………………………………………………………… 3 分

又 $f(0)=0$，所以不等式 $f(x)>0$ 的解集为 $(0,+\infty)$. ………………………………… 5 分

(2)证明：$f(x)=(2x-2)e^x-ax^2+2a^2$，则 $f'(x)=2x(e^x-a)$.

令 $f'(x)=0$，得 $x=0$ 或 $x=\ln a$. ………………………………………………………… 6 分

因为 $0<a<1$，所以 $\ln a<0$.

当 $x\in(-\infty,\ln a)\cup(0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$；当 $x\in(\ln a,0)$ 时，$f'(x)<0$.

故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,\ln a)$ 和 $(0,+\infty)$，单调递减区间为 $(\ln a,0)$.

$f(0)=2a^2-2<0$，$f(\ln a)=-a[(\ln a)^2-2\ln a-2a+2]$. ……………………………… 7 分

令 $g(x)=(\ln x)^2-2\ln x-2x+2$，则 $g'(x)=\dfrac{2\ln x}{x}-\dfrac{2}{x}-2$，显然当 $x\in(0,1)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减，则 $g(a)>g(1)$，即 $(\ln a)^2-2\ln a-2a+2>0$，从而 $f(\ln a)<0$. 故 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上不存在零点. ……………………………………………………………… 9 分

当 $x>1$ 时，易证得 $e^x>x^2$，从而 $(2x-2)e^x-ax^2+2a^2>(2x-2)x^2-ax^2=x^2(2x-2-a)$，

则 $f(\frac{a}{2}+1)>0$， …………………………………………………………………… 11 分

故 $f(x)$ 有且只有一个零点 x_0，且 $0<x_0<\frac{a}{2}+1$，则 $ax_0<\frac{a^2}{2}+a<\frac{3}{2}$. ……………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。