2023—2024—1 月考 1

文科数学参考答案

一、选择题（共 12 小题，每小题 5 分，计 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	D	A	A	D	C	C	C	B	D	B

1．$\because A=\{x\in N^*|x(x-3)\le 0\}=\{x\in N^*|0\le x\le 3\}=\{1,2,3\}$，$B=\{x|x-1>0\}=\{x|x>1\}$，因此，$A\cap B=\{2,3\}$.

2．对于 A，函数 $f(x)=\sin x$ 为奇函数，但在定义域 R 上函数不单调，故 A 不符合；

对于 B，$f(x)=2^{|x|}$ 的定义域为 R，$f(-x)=2^{|-x|}=2^{|x|}=f(x)$，则 $f(x)=2^{|x|}$ 为偶函数，故 B 不符合；

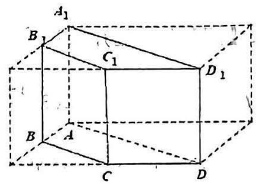
对于 C，$f(x)=x^3+x$ 的定义域为 R，$f(-x)=-x^3-x=-f(x)$，则 $f(x)=x^3+x$ 为奇函数，又函数 $y=x^3, y=x$ 在 R 上均为增函数，故 $f(x)=x^3+x$ 在 R 上为增函数，故 C 不符合；

对于 D，$f(x)=\frac{1}{2}(e^{-x}-e^x)$ 的定义域为 R，$f(-x)=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})=-f(x)$，则 $f(x)=\frac{1}{2}(e^{-x}-e^x)$ 为奇函数，又函数 $y=e^{-x}$ 在 R 上为减函数，$y=e^x$ 在 R 上为增函数，故 $f(x)=\frac{1}{2}(e^{-x}-e^x)$ 在 R 上为减函数，故 D 符合.

3．因为 $z=\sqrt{e^{\frac{i\pi}{2}}}=\left(e^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{i\pi}{2}}=e^{\frac{i\pi}{4}}=e^{\frac{\pi}{4}i}$，因为 $e^{\frac{\pi}{4}i}=\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$，所以 z 的虚部为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

4．由 $\ln p=-hk+\ln 760$，可化为 $p=760e^{-hk}$，由已知得 $700=760e^{-500k}$，所以

$$760e^{-1000k}=760\left(e^{-500k}\right)^2=760\times\left(\frac{700}{760}\right)^2=\frac{490000}{760}\approx 645\,\text{mmHg}.$$



5．几何体为如图所示的四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，其高为 1，底面为等腰梯形 $ABCD$，该等腰梯形的上底为 $\sqrt{2}$，下底为 $2\sqrt{2}$，腰长为 1，故梯形的高为 $\sqrt{1-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故 $V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1}=\frac{1}{2}\times(\sqrt{2}+2\sqrt{2})\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1=\frac{3}{2}$.

6．D 因为 $\vec{a}\perp\vec{b}$，所以有 $\sin\alpha+2\cos\alpha=0$，即 $\tan\alpha=-2$，所以 $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=\frac{-3}{-1}=3$.

7．设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，$\because S_{15}=15a_8=30$，则 $a_8=a_1+7d=2$，即 $a_1=2-7d$，

又 $\because S_{16}=S_{15}+a_{16}=30+a_8+8d=32+8d<0$，解得 $d<-4$，

对 A：$\because \{a_n\}$ 为等差数列，则可设 $S_n=An^2+Bn, A=\frac{d}{2}<0$，由二次函数可知 $|S_n|$ 不存在最大值，故 A 错误；

对 B：因为 $S_{16}=S_{15}+a_{16}=30+a_8+8d=32+8d$，则有：当 $d<-\frac{31}{4}$ 时，$S_{16}<-30$，故 $|S_{15}|<|S_{16}|$；

当 $d=-\frac{31}{4}$ 时，$S_{16}=-30$，故 $|S_{15}|=|S_{16}|$；当 $-\frac{31}{4}<d<-4$ 时，$-30<S_{16}<0$，$|S_{16}|<|S_{15}|$；故B错误；

对C、D：$\because d<-4<0$，则数列 $\{a_n\}$ 为递减数列，且 $a_8=2>0, a_9=a_8+d=2+d<2+(-4)=-2<0$，所以对

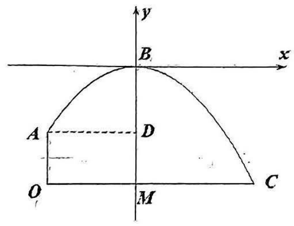
$\forall n\le 8, n\in N^*$，均有 $a_n>0$；对 $\forall n\ge 9, n\in N^*$，均有 $a_n<0$，所以 $\{S_n\}$ 中，S_8 最大，$\{S_n\}$ 无最小项，故C正确，D错误.

8．在三角形中，$\cos 2A<\cos 2B$ 等价为 $1-2\sin^2 A<1-2\sin^2 B$，即 $\sin A>\sin B$．若 $a>b$，由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，得 $\sin A>\sin B$．充分性成立．若 $\sin A>\sin B$，则正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，得 $a>b$，必要性成立．所以，“$a>b$”是“$\sin A>\sin B$”的充要条件．即 $a>b$ 是 $\cos 2A<\cos 2B$ 成立的充要条件，故选C.

9．对于A，由 $(0.005+x+0.035+0.030+0.010)\times 10=1$，可解得 $x=0.020$，故选项A正确；
对于B，得分在80分及以上的人数的频率为 $(0.030+0.010)\times 10=0.4$，
故人数为 $1000\times 0.4=400$，故选项B正确；
对于C，频率分布直方图无法看出这组数据的最大值和最小值，故选项C不正确；
对于D，这组数据的平均数的估计值为：$55\times 0.05+65\times 0.2+75\times 0.35+85\times 0.3+95\times 0.1=77$，故选项D正确.

10．以 B 为坐标原点建立平面直角坐标系如下图所示，记 $BM\perp OC$ 且垂足为 M，

A在 y 轴上的投影点为 D，设抛物线方程为 $x^2=-2py(p>0)$，



由题意可知：$AD=3, BM=4, OC=7$，

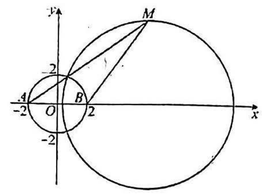
所以 $MC=OC-AD=7-3=4$，所以 $C(4,-4)$，代入抛物线方程可知 $16=8p$，

所以 $p=2$，所以抛物线方程为 $x^2=-4y$，

又因为 $x_A=-3$，所以 $y_A=y_D=-\frac{9}{4}$，所以 $BD=\frac{9}{4}$，

所以 $OA=DM=BM-BD=4-\frac{9}{4}=\frac{7}{4}$，所以 OA 的高度为 $\frac{7}{4}$m，

11．以 O 为原点，AB 所在直线为 x 轴，线段 AB 的垂直平分线为 y 轴，建立如图所示的平面直角坐标系，则 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，设 $M(x,y)$，



因为 $|MA|=\sqrt{2}|MB|$，所以 $\sqrt{(x+2)^2+(y-0)^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2}$，

整理得 $(x-6)^2+y^2=32$，所以点 M 在以 $(6,0)$ 为圆心，以 $4\sqrt{2}$ 为半径的圆上，

M 到直线 AB 的距离的最大值为 $4\sqrt{2}$，

因此 $\triangle ABM$ 的面积的最大值为 $\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$.

12．由题意得，$\frac{e^{x-1}}{\lambda x}-x+\ln(\lambda x)=\frac{e^{x-1}}{e^{\ln(\lambda x)}}-x+\ln(\lambda x)=e^{x-\ln(\lambda x)-1}-[x-\ln(\lambda x)]=0$，

令 $t=x-\ln(\lambda x)$，问题转化为 $e^{t-1}-t=0$ 有解，设 $h(t)=e^{t-1}-t$，则 $h'(t)=e^{t-1}-1$，

当 $t\in(-\infty,1)$ 时，$h'(t)<0$，$h(t)$ 单调递减；当 $t\in(1,+\infty)$ 时，$h'(t)>0$，$h(t)$ 单调递增，

又由 $h(1)=0$，所以 $h(t)$ 存在唯一零点 $t=1$，即 $1=x-\ln(\lambda x)$ 在 $(0,+\infty)$ 有解，

即$1+\ln\lambda=x-\ln x$，令$p(x)=x-\ln x$，则$p'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$，

当$x\in(0,1)$时，$p'(x)<0$；当$x\in(1,+\infty)$时，$p'(x)>0$，

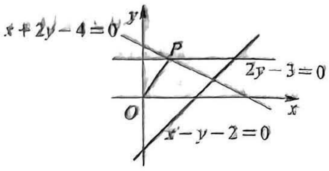
所以函数$p(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，所以$1+\ln\lambda\ge p(1)=1$，解得$\lambda\ge 1$，

故实数λ的取值范围为$[1,+\infty)$.

二、填空题（共4小题，每小题5分，计20分）

13．$\frac{3}{2}$/1.5　　14．$\frac{2}{5}$/0.4　　15．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　16．24

13.作出约束条件$\begin{cases}x-y-2\le 0\\x+2y-4>0\\2y-3\le 0\end{cases}$对应的可行域，如图中阴影部分所示，由



$\begin{cases}2y-3=0\\x+2y-4=0\end{cases}$可得$\begin{cases}y=\frac{3}{2}\\x=1\end{cases}$，所以$2y-3=0$与$x+2y-4=0$的交点$P$的坐标

为$\left(1,\frac{3}{2}\right)$，$\frac{y}{x}$表示可行域内的点与原点$O$之间连线的斜率，其最大值为直线$OP$的斜率，$k_{OP}=\frac{3}{2}$.

14.$\because$函数$f(x)=\frac{a^x}{2^x+1}$（$a>0$）是偶函数，

$\therefore f(-x)=f(x)\Rightarrow\frac{a^{-x}}{2^{-x}+1}=\frac{\left(\frac{2}{a}\right)^x}{2^x+1}=\frac{a^x}{2^x+1}\Rightarrow\frac{2}{a}=a\Rightarrow a=\sqrt{2}$，　$\therefore f(x)=\frac{(\sqrt{2})^x}{2^x+1}$，$\therefore f(2)=\frac{(\sqrt{2})^2}{2^2+1}=\frac{2}{5}$.

15.设$A\left(x_1,\frac{1}{2}\right),B\left(x_2,\frac{1}{2}\right)$，由$|AB|=\frac{\pi}{6}$可得$x_2-x_1=\frac{\pi}{6}$，由$\sin x=\frac{1}{2}$可知，$x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$或$x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$，$k\in Z$，

由图可知，$\omega x_2+\varphi-(\omega x_1+\varphi)=\frac{5}{6}\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$，即$\omega(x_2-x_1)=\frac{2\pi}{3}$，$\therefore\omega=4$.

因为$f\left(\frac{2}{3}\pi\right)=\sin\left(\frac{8\pi}{3}+\varphi\right)=0$，所以$\frac{8\pi}{3}+\varphi=k\pi$，即$\varphi=-\frac{8}{3}\pi+k\pi$，$k\in Z$.

所以$f(x)=\sin\left(4x-\frac{8}{3}\pi+k\pi\right)=\sin\left(4x-\frac{2}{3}\pi+k\pi\right)$，所以$f(x)=\sin\left(4x-\frac{2}{3}\pi\right)$或$f(x)=-\sin\left(4x-\frac{2}{3}\pi\right)$，

又因为$f(0)<0$，所以$f(x)=\sin\left(4x-\frac{2}{3}\pi\right)$，$\therefore f(\pi)=\sin\left(4\pi-\frac{2}{3}\pi\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$. 故答案为：$-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

16.不妨设正方形的边长为$2a$，由题意知三棱锥$P-CEF$中PC,PE,PF两两垂直，

所以其外接球半径$R=\frac{\sqrt{PC^2+PF^2+PE^2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a$，所以外接球的表面积为：$4\pi\left(\frac{\sqrt{6}}{2}a\right)^2=6a^2\pi$.

下面求内切球的半径r，

$V_{C-PEF}=\frac{1}{3}r\left(S_{\triangle PEF}+S_{\triangle PCF}+S_{\triangle PCE}+S_{\triangle CEF}\right)$，所以$a^3=\frac{1}{3}r\left(\frac{a^2}{2}+a^2+a^2+\frac{\sqrt{2}}{2}a\times\frac{3\sqrt{2}}{2}a\right)=4a^2r$，

所以$r=\frac{a}{4}$，所以内切求的表面积为：$4\pi\left(\frac{a}{4}\right)^2=\frac{a^2\pi}{4}$.故外接球与内切球的面积之比为：$\frac{6a^2\pi}{\frac{a^2\pi}{4}}=24$.

三、解答题（共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第17~21题为必考题，每个题目考生都必须作答.第22、23题为选考题，考生根据要求作答）

17.【解】（1）因为$36\le a\le 60$，且$a\in Z$，所以a的取值共有25种情况，　　…………………2分

y_i、z_i分别表示小明、小红第i天成功次数，

又当小明成功的总次数不少于小红成功的总次数时，在$\sum_{i=1}^{6}y_i+a\ge\sum_{i=1}^{7}z_i$，

即$16+20+20+25+30+36+a\ge 16+22+25+26+32+35+35$，得$a\ge 44$，

所以小明成功的总次数不少于小红成功的总次数时，a的取值共有17情况，　　…………………4分

所以这7天内小明成功的总次数不少于小红成功的总次数的概率为$\frac{17}{25}$；　　…………………5分

（2）由题设可知$\sum_{i=1}^{6}(x_iy_i)=1\times16+2\times20+3\times20+4\times25+5\times30+6\times36=582$，

$\bar{x}=\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=\frac{7}{2},\bar{y}=\frac{16+20+20+25+30+36}{6}=\frac{49}{2}$，　　…………………7分

所以$\hat{b}=\frac{582-6\times\frac{7}{2}\times\frac{49}{2}}{91-6\times\frac{49}{4}}=\frac{27}{7},\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=\frac{49}{2}-\frac{27}{7}\times\frac{7}{2}=11$，

所以y关于序号x的线性回旧方程为$\hat{y}=\frac{27}{7}x+11$.　　…………………10分

当$x=7$时，$\hat{y}=\frac{27}{7}\times7+11=38$，估计小明第7天成功次数$a$的值为38.　　…………………12分

18.【解】（1）已知函数$f(x)=2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\cos x-2\sqrt{3}\cos^2x+\sqrt{3}$，

则$f(x)=2\sin x\cos x-2\sqrt{3}\cdot\frac{1+\cos2x}{2}+\sqrt{3}=\sin2x-\sqrt{3}\cos2x=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，　　…………………2分

其中$\omega=2$，最小正周期$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{2}=\pi$，　　…………………3分

令$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le2x-\frac{\pi}{3}\le2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，则$k\pi-\frac{\pi}{12}\le x\le k\pi+\frac{5\pi}{12},k\in Z$，

因为$x\in[0,\pi]$，令$k=0$，则$-\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{5\pi}{12}$；令$k=1$，则$\frac{11\pi}{12}\le x\le\frac{17\pi}{12}$，　　…………………5分

即函数$f(x)$的单调递增区间为$\left[0,\frac{5\pi}{12}\right]$，$\left[\frac{11\pi}{12},\pi\right]$　　…………………6分

（2）已知$f\left(\frac{A}{2}\right)=\sqrt{3}$，即$2\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$，即$\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又$-\frac{\pi}{3}<A-\frac{\pi}{3}<\frac{2\pi}{3}$，则$A-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}$，即$A=\frac{2\pi}{3}$，　　…………………9分

2　　…………………10分

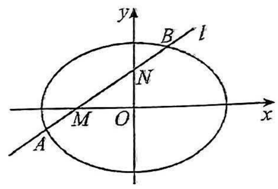
又 $a=\sqrt{3},c=1$，由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ 可得 $b^2+b-2=0$，

又 $b>0$，则 $b=1$，则 $B=\frac{\pi}{6}$，$\sin B=\frac{1}{2}$. ………………12 分

19.【解】(1) 设椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$

若选①有 $\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a^2=4\\ b^2=3\end{cases}$，所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；若选②有 $\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\\ \frac{2b^2}{a}=3\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a^2=4\\ b^2=3\end{cases}$，

所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；若选③有 $\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\\ 2a=4\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a^2=4\\ b^2=3\end{cases}$，所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. …4 分



(2) 由题意知，直线 l 的斜率存在且不为 0， ………………5 分

设 $l:y=kx+1(k\neq 0)$，设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

联立方程组 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\\ y=kx+1,\end{cases}$ 消去 y，得 $(3+4k^2)x^2+8kx-8=0$，

$\therefore \Delta=96(2k^2+1)>0, x_1+x_2=\frac{-8k}{3+4k^2}, x_1\cdot x_2=\frac{-8}{3+4k^2}$. ………………8 分

又 $N(0,1),M\left(-\frac{1}{k},0\right)$，$\therefore \overrightarrow{AM}=\left(-\frac{1}{k}-x_1,-y_1\right),\overrightarrow{NB}=(x_2,y_2-1)$.

$\because |AM|=|BN|$，且 A,M,N,B 四点共线，$\therefore \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{NB}$，$\therefore -\frac{1}{k}-x_1=x_2$，$\therefore x_1+x_2=-\frac{1}{k}$， ………………10 分

即 $\frac{-8k}{3+4k^2}=-\frac{1}{k}$，解得 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以直线 l 的方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x+1$ 或 $y=-\frac{\sqrt{3}}{2}x+1$. ………………12 分

20.【解】(1) $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}+\frac{\ln(x+1)}{2}$，则 $f'(x)=\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{2(x+1)}-\frac{\ln(x+1)}{x^2}$，

所以 $f'(2)=\frac{1}{3}-\frac{\ln 3}{4}$，故 $x=2$ 处的切线斜率为 $\frac{1}{3}-\frac{\ln 3}{4}$； ………………3 分

(2) 要证 $x>0$ 时 $f(x)=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{2}\right)\ln(x+1)>1$，即证 $\ln(x+1)>\frac{2x}{x+2}$， ………………5 分

令 $g(x)=\ln(x+1)-\frac{2x}{x+2}$ 且 $x>0$，则 $g'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{4}{(x+2)^2}=\frac{x^2}{(x+1)(x+2)^2}>0$， ………………8 分

所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增，则 $g(x)>g(0)=0$，即 $\ln(x+1)>\frac{2x}{x+2}$.

所以 $x>0$ 时 $f(x)>1$. ……………………10 分

（3）由（2）知：$x=\frac{1}{n}\in(0,1]$，则 $f(\frac{1}{n})=(n+\frac{1}{2})\ln(1+\frac{1}{n})>1$，

$\therefore \ln\frac{n+1}{n}>\frac{1}{n+\frac{1}{2}}$ $\therefore \ln(n+1)-\ln n>\frac{1}{n+\frac{1}{2}}$ 故原不等式得证. ……………………12 分

21.【解】（1）$\because 4(a-c)\sin A=4b\sin B-c\sin C$，$\therefore$ 由正弦定理，得 $4a^2-4ac=4b^2-c^2$，……………………2 分

$\therefore (2a-c)^2=4b^2, \therefore 2a-c=2b$，或 $2a-c=-2b$ ……………………4 分

若 $2a-c=-2b$，则 $a+b=\frac{c}{2}<c$，显然不可能，$\therefore 2a-c=2b$，即 $a-b=\frac{c}{2}$. ……………………5 分

（2）（方法一）$\because \triangle ABC$ 的面积为 $3, \therefore 3=\frac{1}{2}ab\sin C$，即 $ab=\frac{6}{\sin C}$， ……………………6 分

由余弦定理，得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=(a-b)^2+2ab(1-\cos C)=\frac{c^2}{4}+2ab(-\cos C)$， ……………………7 分

$\because ab=\frac{6}{\sin C}, \therefore c^2=\frac{c^2}{4}+\frac{12(1-\cos C)}{\sin C}$，$\because c=2\sqrt{2}, \therefore \sin C=2(1-\cos C)$

$\therefore \sin^2 C=4(1-\cos C)^2=1-\cos^2 C$，整理得 $(5\cos C-3)(\cos C-1)=0$；

$\because C\in(0,\pi), \therefore \cos C\neq 1$，且 $\sin C>0$，$\therefore \cos C=\frac{3}{5}$，且 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\frac{4}{5}$， ……………………9 分

$\because c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=(a+b)^2\frac{12(1+\cos C)}{\sin C}$，且 $c=2\sqrt{2}, \cos C=\frac{3}{5}, \sin C=\frac{4}{5}$，

$\therefore 8=(a+b)^2-24$，解得 $a+b=4\sqrt{2}$， ……………………10 分

设 $\triangle ABC$ 面积为 S，内切圆半径为 r，则 $r=\frac{2S}{a+b+c}=\frac{6}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore \triangle ABC$ 的内切圆面积为 $\pi r^2=\frac{\pi}{2}$. ……………………12 分

（方法二）以 AB 中点为坐标原点 O，射线 OA 为 x 轴正方向，AB 的垂直平分线为 y 轴建立平面直角坐标系，

设 $C(x,y), A(\sqrt{2},0), B(-\sqrt{2},0)$，由（1）可知 $a-b=\frac{c}{2}$，且 $c=2\sqrt{2}$，

$\therefore$ 点 C 在焦距为 $2\sqrt{2}$，实轴长为 $\sqrt{2}$ 的双曲线：$2x^2-\frac{2y^2}{3}=1$ 的右支上，…7 分.

$\because \triangle ABC$ 的面积为 $3, \therefore 3=\frac{1}{2}c\cdot|y|$，解得 $|y|=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

代入双曲线方程，解得 $x=\sqrt{2}, \therefore C\left(\sqrt{2},\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$，或 $C\left(\sqrt{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$，……………………8 分

易知 $CA\perp AB$，且 $b=\frac{3\sqrt{2}}{2}, \therefore a=\sqrt{b^2+c^2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$， ……………………10 分

设$\triangle ABC$面积为S，内切圆半径为r，则$r=\dfrac{2S}{a+b+c}=\dfrac{6}{6\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore\triangle ABC$的内切圆面积为$\pi r^2=\dfrac{\pi}{2}$.…12 分

22.【解】(1) 因为点A的极坐标为$\left(3,\dfrac{\pi}{2}\right)$，由$\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$，即$\begin{cases}x=3\cos\dfrac{\pi}{2}=0\\y=3\sin\dfrac{\pi}{2}=3\end{cases}$，即A的直角坐标为$A(0,3)$，

又点B的极坐标为$\left(6,\dfrac{\pi}{6}\right)$，由$\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$，即$\begin{cases}x=6\cos\dfrac{\pi}{6}=3\sqrt{3}\\y=6\sin\dfrac{\pi}{6}=3\end{cases}$，即B的直角坐标为$B\left(3\sqrt{3},3\right)$，

所以直线AB的方程为$y=3$，所以直线AB的极坐标方程是$\rho\sin\theta=3$，　…………………3 分

又曲线$C:(x-1)^2+y^2=1$，即$x^2-2x+y^2=0$，

由$\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\y=\rho\sin\theta\\x^2+y^2=\rho^2\end{cases}$，所以$\rho^2-2\rho\cos\theta=0$，即曲线C化为极坐标为$\rho=2\cos\theta$；　………………5 分

(2) 设射线$l:\theta=\alpha$，代入曲线C得$\rho_M=2\cos\alpha$，代入直线AB得$\rho_N=\dfrac{3}{\sin\alpha}$，

由$|OM|\cdot|ON|=2$，可得$\dfrac{3}{\sin\alpha}\cdot2\cos\alpha=2$，解得$\tan\alpha=3$．　…………………8 分

所以射线l所在直线的直角坐标方程为$y=3x$．　…………………10 分

23.【解】(1) 当$x\le0$时，$f(x)=2-x-3x=-4x+2$，解$f(x)\ge10$，即$-4x+2\ge10$，解得$x\le-2$；

当$0<x\le2$时，$f(x)=2-x+3x=2x+2$，解$f(x)\ge10$，即$2x+2\ge10$，解得$x\ge4$，无解；

当$x>2$时，$f(x)=x-2+3x=4x-2$，解$f(x)\ge10$，即$4x-2\ge10$，解得$x\ge3$．　…………………3 分

综上所述，不等式$f(x)\ge10$的解集为$(-\infty,-2]\cup[3,+\infty)$．　…………………5 分

(2) 由 (1) 可知，$f(x)=\begin{cases}2-4x,x\le0\\2+2x,0<x\le2\\4x-2,x>2\end{cases}$．

当$x\le0$时，$f(x)=-4x+2\ge2$；当$0<x\le2$时，$f(x)=2x+2>2$；当$x>2$时，$f(x)=4x-2>6$，

所以函数$f(x)$的最小值为2，所以$m=2$，所以$a+b+c=2$．　…………………7 分

由柯西不等式可得，$3\left(a^2+b^2+c^2\right)=(1+1+1)\left(a^2+b^2+c^2\right)\ge(a+b+c)^2=4$，

当且仅当$a=b=c=\dfrac{2}{3}$时，等号成立.所以$3\left(a^2+b^2+c^2\right)\ge4$，所以$a^2+b^2+c^2\ge\dfrac{4}{3}$．　…………………10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜
自主选拔在线