

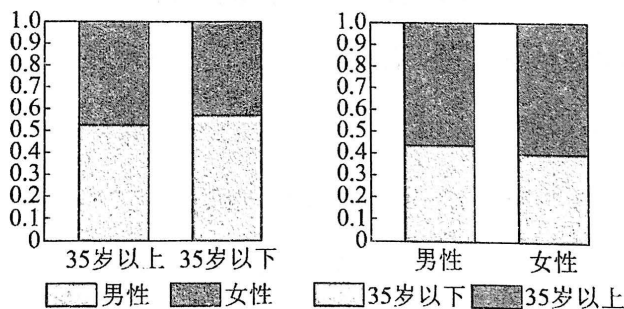
华中师大一附中2022—2023学年度下学期高一期末检测

数 学 试 题

时限：120 分钟 满分：150 分 命题人：周龙虎 王艺璇 审题人：钟涛

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 已知 i 为虚数单位，则 $(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ) = ()$
A. -1 B. 1 C. $-i$ D. i
2. 如果一组数据的中位数比平均数小很多，下列叙述中一定错误的是 $()$
A. 数据中可能有异常值
B. 数据中可能有极端大的值
C. 这组数据是近似对称的
D. 数据中众数可能和中位数相同
3. 有 2 个人在一座 8 层大楼的底层进入电梯，假设每一个人从第二层开始在每一层离开电梯是等可能的，则这两人在不同层离开电梯的概率为 $()$
A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{6}{7}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{7}{16}$
4. 已知点 A 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$ ，将 $\overline{OA}$ 绕坐标原点 O 逆时针旋转 90° ，得到 $\overline{OB}$ ，则点 B 的横坐标为 $()$
A. $-\sqrt{3}$ B. -1 C. $\sqrt{3}$ D. 1
5. 某调查机构抽取了部分关注某地地铁建设的市民作为样本，分析其年龄和性别结构，并制作出如下等高条形图。根据图中的信息（35 岁以上含 35 岁），关于该样本的结论不一定正确的是 $()$



- A. 男性比女性更关注地铁建设
 - B. 关注地铁建设的女性多数是 35 岁以上
 - C. 35 岁以下的男性人数比 35 岁以上的女性人数多
 - D. 35 岁以上的人对地铁建设关注度更高
6. 已知 l, m, n 是三条不同的直线， α, β, γ 是三个不同的平面，给出下列命题，其中真命题是 $()$
A. 若 $l \perp \alpha, l \perp m$ ，则 $m \parallel \alpha$.
B. 若 $\alpha \cap \beta = l, \beta \cap \gamma = m, \gamma \cap \alpha = n, l \parallel m$ ，则 $m \parallel n$.
C. 若 $\alpha \perp \beta, l \subset \alpha, m \subset \beta$ ，则 $l \perp m$.
D. $l \subset \alpha, l \perp m, l \perp n, m \parallel \beta, n \parallel \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$

7. 设平面向量 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影向量为 $\vec{c}$, 则 ()

- A. $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{b}$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} > \vec{a} \cdot \vec{c}$
C. $|\vec{a} \cdot \vec{c}| \leq 2$ D. $\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}|$

8. 已知锐角 α, β 满足 $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{5}$, $\tan \alpha + \tan \beta + \sqrt{3} \tan \alpha \tan \beta = \sqrt{3}$, 则 α 与 β 的大小关系为 ()

- A. $\alpha < \frac{\pi}{4} < \beta$ B. $\beta < \frac{\pi}{4} < \alpha$ C. $\frac{\pi}{4} < \alpha < \beta$ D. $\frac{\pi}{4} < \beta < \alpha$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. (在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.)

9. 下列关于复数 $z = \frac{2}{1-i}$ 的四个命题, 其中为真命题的是 ()

- A. 在复平面内 z 对应的点 z 在第一象限
B. $z^2 = 2i$
C. z 的共轭复数为 $-1+i$
D. z 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 的一个根

10. 对于一个事件 E , 用 $n(E)$ 表示事件 E 中样本点的个数. 在一个古典概型的样本空间 Ω 和事件 A, B, C, D 中, $n(\Omega) = 100$, $n(A) = 60$, $n(B) = 40$, $n(C) = 20$, $n(D) = 10$, $n(A \cup B) = 100$, $n(A \cap C) = 12$, $n(A \cup D) = 70$, 则 ()

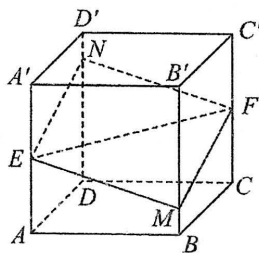
- A. A 与 D 不互斥 B. A 与 B 互为对立
C. A 与 C 相互独立 D. B 与 C 相互独立

11. 在一次党建活动中, 甲、乙、丙、丁四个兴趣小组举行党史知识竞赛, 每个小组各派 10 名同学参赛, 记录每名同学失分 (均为整数) 情况. 若该组每名同学失分都不超过 7 分, 则该组为“优秀小组”. 已知甲、乙、丙、丁四个小组成员失分数据信息如下, 则一定为“优秀小组”的是 ()

- A. 甲组中位数为 2, 极差为 5
B. 乙组平均数为 2, 众数为 2
C. 丙组平均数为 1, 方差大于 0
D. 丁组平均数为 2, 方差为 3

12. 如图所示, 正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1, E, F 分别是棱 AA', CC' 的中点, 过直线 EF 的平面分别与棱 BB', DD' 交于点 M, N , 以下四个命题中正确的是 ()

- A. 四边形 $EMFN$ 一定为菱形
B. 平面 $EMFN \perp$ 平面 $DBB'D'$
C. 四棱锥 $A-MENF$ 体积为 $\frac{1}{6}$
D. 四边形 $EMFN$ 的周长最小值为 $2\sqrt{5}$



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ ($x \in \mathbb{R}$) 的图象关于点 $(\frac{2}{3}\pi, 0)$ 中心对称, 则 $|\varphi|$ 的最小值为 _____.

14. 如图所示, 直线 PA 垂直于圆 O 所在的平面, $\triangle ABC$ 内接于圆 O , 且 AB 为圆 O 的直径, $PA=AB=2$. 现有以下命题:

- ① $BC \perp PC$;
② 当点 C 在圆周上由 B 点逐步向 A 点移动过程中, 二面角 $B-PC-A$ 会逐步增大;
③ 当点 C 在圆周上由 B 点逐步向 A 点移动过程中, 三棱锥 $B-PAC$ 的体积的最大值为 $\frac{2}{3}$.

其中正确的命题序号为_____.

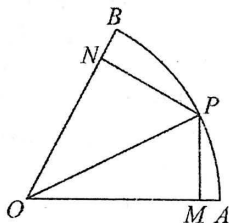
15. 在某次模拟测试中, 30 名男生的平均分数是 70 分, 样本方差是 10; 20 名女生的平均分数是 80 分, 样本方差是 15, 则该次模拟考试中这 50 名同学成绩的平均分为_____, 方差为_____.

16. 在三棱锥 $V-ABC$ 中, AB, AC, AV 两两垂直, $AB=AV=4, AC=2$, P 为棱 AB 上一点, $AH \perp VP$ 于点 H , 则当 $\triangle VHC$ 的面积取最大值时, 三棱锥 $A-VCP$ 的外接球表面积为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 如图, 已知扇形 OAB 的半径为 1, $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$, P 是圆弧上一点 (不与 A, B 重合), 过 P 作 $PM \perp OA, PN \perp OB$, M, N 为垂足.

- (1) 若 $PM = \frac{1}{2}$, 求 PN 的长;
(2) 设 $\angle AOP = \theta$, PM, PN 的线段之和为 y , 求 y 的取值范围.



18. 柜子里有 3 双不同的鞋, 记第 1 双鞋左右脚编号为 a_1, a_2 , 记第 2 双鞋左右脚编号为 b_1, b_2 , 记第 3 双鞋左右脚编号为 c_1, c_2 . 如果从中随机取出 4 只, 那么

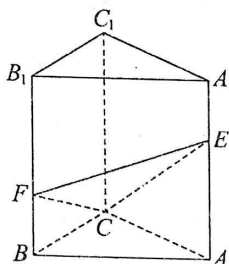
- (1) 写出试验的样本空间 Ω , 并求恰好取到两双鞋的概率; (若取到 a_1, b_1, c_1, c_2 , 则样本点记为 $a_1 b_1 c_1 c_2$, 其余同理记之.)
(2) 求事件 M “取出的鞋子中至少有两只左脚, 且不能凑两双鞋” 的概率.

19. 如图, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, E, F 分别是棱 AA_1, BB_1 上的点, $A_1E = BF = \frac{1}{3}AA_1$.

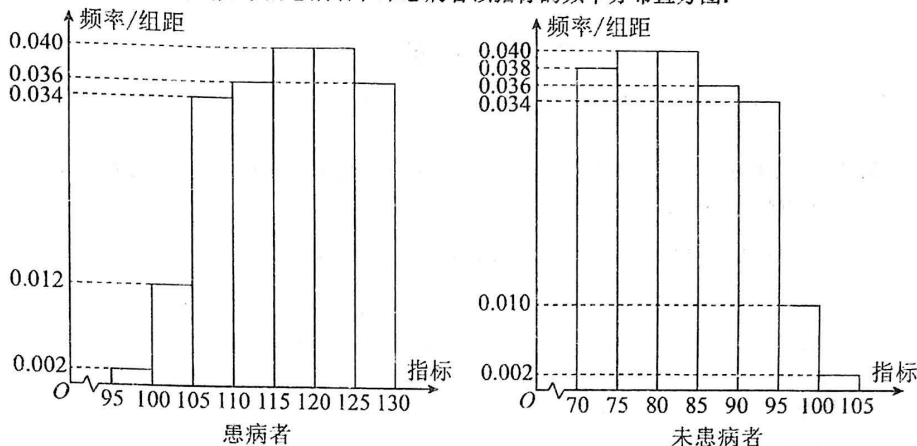
- (1) 证明: 平面 $CEF \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;
(2) 若 $AC = AE = 2$, 求二面角 C_1-CF-E 的正弦值.

20. 在平面凸四边形 (每个内角都小于 180°) $ABCD$ 中, $\angle A + \angle C = 180^\circ$, $AB = AD = 2$, $BC = \sqrt{2}$, $CD = \sqrt{6}$.

- (1) 求四边形 $ABCD$ 的面积;
(2) 若 M, N 为边 AB, CD 的中点, 求 $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \cdot \overrightarrow{MN}$ 的值.



21. 某研究小组经过研究发现某种疾病的患者与未患病者的某项医学指标有明显差异, 经过大量调查, 得到如下的患者和未患者该指标的频率分布直方图:



利用该指标制定一个检测标准, 需要确定临界值 c , 将该指标大于 c 的人判定为阳性, 小于或等于 c 的人判定为阴性. 此检测标准的漏诊率是将患者判定为阴性的概率, 记为 $p(c)$; 误诊率是将未患者判定为阳性的概率, 记为 $q(c)$. 假设数据在组内均匀分布, 以事件发生的频率作为相应事件发生的概率.

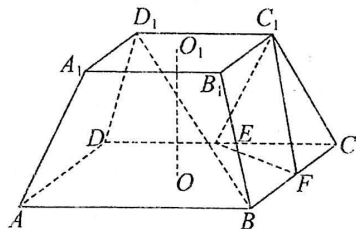
(1) 当漏诊率 $p(c) = 0.5\%$ 时, 求临界值 c 和误诊率 $q(c)$;

(2) 设函数 $f(c) = p(c) + q(c)$, 当 $c \in [95, 105]$ 时, 求 $f(c)$ 的解析式, 并求 $f(c)$ 在区间 $[95, 105]$ 的最小值.

22. 如图, 四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 上、下底面均是正方形, 且侧面是全等的等腰梯形, $AB = 2A_1B_1 = 4$, E, F 分别为 DC, BC 的中点, 上下底面中心的连线 O_1O 垂直于上下底面, 且 O_1O 与侧棱所在直线所成的角为 45° .

(1) 求证: $BD_1 \parallel$ 平面 C_1EF ;

(2) 线段 BF 上是否存在点 M , 使得直线 A_1M 与平面 C_1EF 所成的角的正弦值为 $\frac{3\sqrt{22}}{22}$, 若存在, 求出线段 BM 的长; 若不存在, 请说明理由.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线