

2023 年海南省屯昌县高三二模统考 (A)
数学 2023·2

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

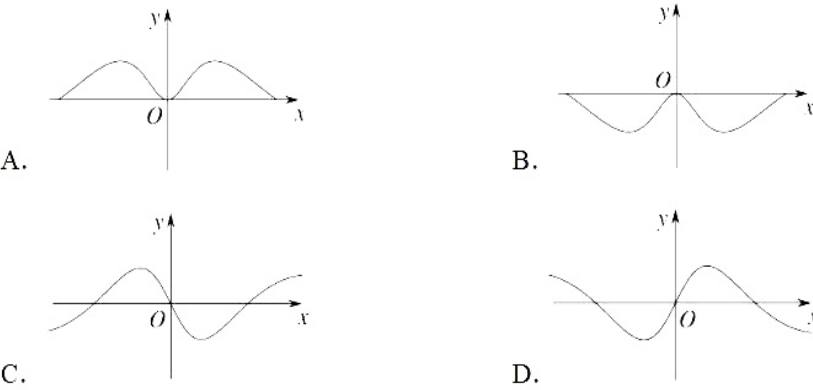
1. 已知 $U = \mathbf{R}, A = \{x | -1 < x < 3\}, B = \{x | x \leq 2\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()

- A. $(-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$
C. $[3, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

2. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 = 1$ ”的否定形式是 ()

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x \neq 1$ 或 $x \neq -1$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, x \neq 1$ 且 $x \neq -1$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, x \neq 1$ 或 $x \neq -1$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x \neq 1$ 且 $x \neq -1$

3. 函数 $f(x) = \frac{2x \cos x}{x^2 + 1}$ 的图象大致为 ()



4. 将函数 $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{1}{4}$ 个周期后, 所得图象对应的函数

为 ()

- A. $y = 2\sin\left(2x + \frac{5\pi}{12}\right)$ B. $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
C. $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right)$ D. $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

5. 仰望星空, 探索宇宙一直是人类的梦想, “神舟十五号”载人飞船于北京时间 11 月 29 日 23 时 08 分发射, 约 10 分钟后, “神舟十五号”载人飞船与火箭成功分离. 早在 1903 年, 科学家康斯坦丁·齐奥尔科夫斯基就提出单级火箭在不考虑空气阻力和地球引力的理想情况下的最大速度 v 满足公式 $v = v_0 \ln \frac{m_1 + m_2}{m_1}$, 其中 m_1, m_2 分别为火箭结构质量和推进剂的质量, v_0 是发动机的喷气速度. 已知某单级火箭结构质量是推进剂质量的 2 倍, 火箭的最大速度为 8km/s , 则火箭发动机的喷气速度为 () (参考数据: $\ln 2 \approx 0.7, \ln 3 \approx 1.1, \ln 4 \approx 1.4$)

- A. 10km/s B. 20km/s
C. $\frac{80}{3}\text{km/s}$ D. 40km/s

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ, AC = 2, AB = 3$, 设点 P, Q 满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AQ} = (1 - \lambda) \overrightarrow{AC}, \lambda \in \mathbf{R}$. 若 $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = -6$, 则 $\lambda =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{5}$
D. $\frac{5}{6}$

7. 某学校为了丰富同学们的寒假生活, 寒假期间给同学们安排了 6 场线上讲座, 其中讲座 A 只能安排在第一或最后一场, 讲座 B 和 C 必须相邻, 问不同的安排方法共有 ()

- A. 34 种 B. 56 种 C. 96 种 D. 144 种

8. 已知 $a = \frac{2}{e}, b = \ln 2, c = \log_8 6$, 则 ()

- A. $a > c > b$ B. $b > a > c$
C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选

项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 $F(4, 0)$, P 为 C 上的一动点,

$A(5, 1)$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $p = 4$ B. 当 $PF \perp x$ 轴时, 点 P 的纵坐标为 8
C. $|PF|$ 的最小值为 4 D. $|PA| + |PF|$ 的最小值为 9

10. 下列说法正确的是 ()

- A. 若 $a > b, n$ 为正整数, 则 $a^n > b^n$
B. 若 $b > a > 0, m > 0$, 则 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$
C. $\frac{2^a + 2^b}{2} \geq 2^{\frac{a+b}{2}}$
D. 若 $0 < \alpha < \pi$, 则 $0 < \sin \alpha < 1$

11. 已知 P 为圆锥的顶点, O 为圆锥底面圆的圆心, M 为线段 PO 的中点, AD 为底面圆的直径, $\triangle ABC$ 是底面圆的内接正三角形, $AP = AB = 2\sqrt{3}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $BD \parallel OC$
B. $AM \perp$ 平面 MBC
C. 在圆锥侧面上, 点 A 到 PB 中点的最短距离为 3
D. 圆锥内切球的表面积为 $16(2 - \sqrt{3})\pi$

12. 若对 $\forall x \in \left(e^{\frac{1}{2}}, 1\right], (ax - 2)\ln x < \ln a$ 恒成立, 则 a 的取值可以为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{e}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

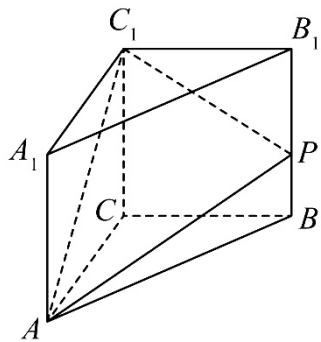
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $8a_2 + a_5 = 0$, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 $\frac{S_5}{S_2} =$ _____.

14. 设 $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, 若 $\tan \alpha = 2$, $\tan(2\alpha + \beta) = 3$, 则 $\tan \beta$ 的值为_____.

15. $\left(x^2 - \frac{1}{x} + 2\right)^6$ 中常数项是_____。(写出数字)

16. 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC$, $AC = \sqrt{7}$, $BC = 3$, 点 P 在棱 BB_1 上, 且 $PA \perp PC_1$, 当 $\triangle APC_1$ 的面积取最小值时, 三棱锥 $P - ABC$ 的外接球的表面积为_____.



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》.

17. 已知函数 $f(x) = \sin x - \cos x (x \in \mathbf{R})$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 求函数 $y = f^2(x) + \sqrt{3} \cos 2x - 1, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 的最大值与最小值.

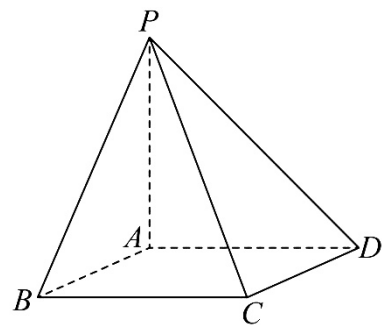
18. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列

$$\{b_n\}, a_1 = 2, b_1 = 1, a_2 + a_3 = 10, b_2 b_3 = -a_4.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{c_n\}$ 满足: $c_n = a_n + b_n$, 求和: $c_1 + c_3 + c_5 + \cdots + c_{2n-1}$.

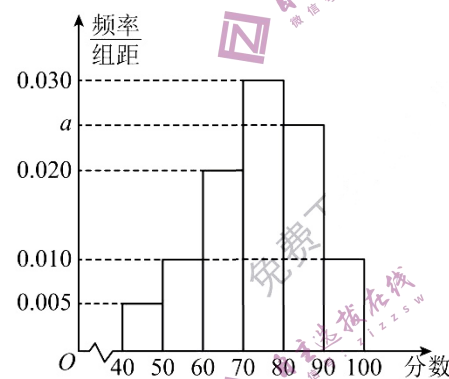
19. 如图, 四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, $PA \perp$ 面 $ABCD$, $AB \perp PC$, $BC = AP = \sqrt{2}AB = 2$.



(1) 求点 A 到平面 PBC 的距离;

(2) 求二面角 $C - PD - A$ 的正弦值.

20. 在高考结束后, 程浩同学回初中母校看望数学老师, 顺便帮老师整理初三年级学生期中考试的数学成绩, 并进行统计分析, 在整个年级中随机抽取了 200 名学生的数学成绩, 将成绩分为 $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$, 共 6 组, 得到如图所示的频率分布直方图, 记分数不低于 90 分为优秀.



(1) 从样本中随机选取一名学生, 已知这名学生的分数不低于 70 分, 问这名学生数学成绩为优秀的概率;

(2) 在样本中, 采取分层抽样的方法从成绩在 $[70, 100]$ 内的学生中抽取 13 名, 再从这 13 名学生中随机抽取 3 名, 记这 3 名学生中成绩为优秀的人数为 X , 求 X 的分布列与数学期望.

21. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 双曲线 C 上一点 $P(3, 1)$ 关于原点的对称点为 Q , 满足 $\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FQ} = 6$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 直线 l 与坐标轴不垂直, 且不过点 P 及点 Q , 设 l 与 C 交于 A 、 B 两点, 点 B 关于原点的对称点为 D , 若 $PA \perp PD$, 证明: 直线 l 的斜率为定值.

22. 函数 $f(x) = a \ln x + bx + 3 (a, b \in \mathbf{R})$, 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = 2x + 2$.

(1) 求 $f(x)$;

(2) $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 证明: $2x \sin x + \pi > f(x)$