试卷类型:A

高三二轮检测

数 学 试 题

2021.04

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合$A=\{x|x>1\}$,$B=\{x|x^2-x-2<0\}$,则$(\complement_R A)\cap B=$

A. $\{x|x>-1\}$　　B. $\{x|-1<x\leqslant 1\}$　　C. $\{x|-1<x<1\}$　　D. $\{x|1<x<2\}$

2. 若复数z满足$(3+4i)z=|4-3i|$,则z的虚部为

A. $-\frac{3}{5}$　　B. $-\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

3. 已知圆锥的轴截面是边长为8的等边三角形,则该圆锥的侧面积是

A. 64π　　B. 48π　　C. 32π　　D. 16π

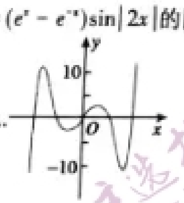
4. 已知$a=(\frac{1}{2})^{-0.8}$,$b=\log_{\frac{1}{2}}\frac{2}{3}$,$c=4^{0.3}$,则$a,b,c$的大小关系是

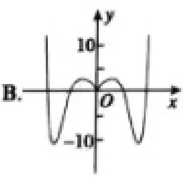
A. $a<c<b$　　B. $a<b<c$　　C. $c<b<a$　　D. $b<c<a$

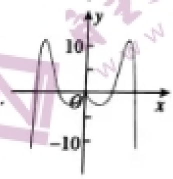
5. 已知抛物线$x^2=2py(p\neq 0)$的准线与圆$x^2+(y-2)^2=9$相切,则$p=$

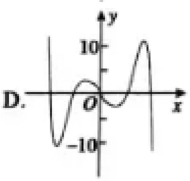
A. 2　　B. 6或-6　　C. -2或10　　D. 2或-10

6. 函数$y=(e^x-e^{-x})\sin|2x|$的图象可能是

A.


B.


C.


D.


7. $(\sqrt{2}x-y)^8$的展开式中x^2y^6的系数是

A. 28　　B. −28　　C. 56　　D. −56

8. 已知随机变量$\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，有下列四个命题：

甲：$P(\xi<a-1)>P(\xi>a+2)$　　乙：$P(\xi>a)=0.5$

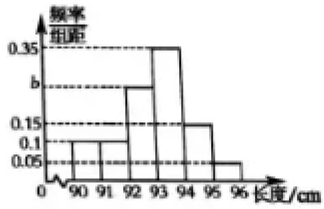
丙：$P(\xi\leqslant a)=0.5$　　丁：$P(a<\xi<a+1)<P(a+1<\xi<a+2)$

如果只有一个假命题，则该命题为

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分。

9. 某大学生暑假到工厂参加生产劳动，生产了100件产品，质检人员测量其长度(单位：cm)，将所得数据分成6组，[90,91)，[91,92)，[92,93)，[93,94)，[94,95)，[95,96]，得到如右所示的频率分布直方图，则对这100件产品，下列说法正确的是



A. $b=0.25$

B. 长度落在区间[93,94)内的个数为35

C. 长度的众数一定落在区间[93,94)内

D. 长度的中位数一定落在区间[93,94)内

10. 将函数$f(x)=\sin 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，得到函数$g(x)$的图象，则

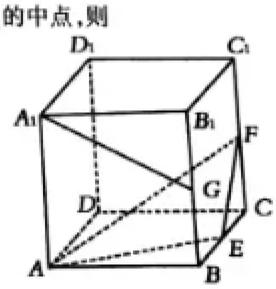
A. 函数$f(x)+g(x)$的图象的一个对称中心为$(\frac{\pi}{8},0)$

B. 函数$f(x)g(x)$是奇函数

C. 函数$f(x)+g(x)$在$(0,\pi)$上的单调递减区间是$[\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8}]$

D. 函数$f(x)g(x)$的图象的一条对称轴方程为$x=-\frac{\pi}{8}$

11. 如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E,F,G分别为BC,CC_1,BB_1的中点，则



A. $D_1D\perp AF$

B. A_1G∥平面AEF

C. $\overrightarrow{A_1C}\cdot(\overrightarrow{A_1B_1}-\overrightarrow{A_1A})=0$

D. 向量$\overrightarrow{A_1B}$与向量$\overrightarrow{AD_1}$的夹角是60°

高三数学试题 第2页　(共4页)

12. 已知函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1-x}, & x<1,\\ \ln x, & x\geq 1,\end{cases}$ $g(x)=kx-k$，则

A. $f(x)$在R上为增函数

B. 当$k=\dfrac{1}{4}$时，方程$f(x)=g(x)$有且只有3个不同实根

C. $f(x)$的值域为$(-1,+\infty)$

D. 若$(x-1)(f(x)-g(x))\leq 0$恒成立，则$k\in[1,+\infty)$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 设向量$\boldsymbol{a}=(1,m)$，$\boldsymbol{b}=(2,1)$，且$\boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=7$，则$m=$_______.

14. $\sin 20°\sin 80°-\cos 160°\sin 10°=$_______.

15. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$2S_n-na_n=n$，若$S_{20}=-360$，则$a_2=$_______.

16. 过曲线$C_1:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点$F_1$作曲线$C_2:x^2+y^2=a^2$的切线，设切点为$M$，直线$F_1M$交曲线$C_3:y^2=2px(p>0)$于点$N$，其中，$C_1$，$C_3$有一个共同的焦点．若$|MF_1|=|MN|$，则曲线$C_1$的离心率为_______.

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，数列$\{b_n\}$为等比数列，满足$a_1=b_2=2$，$S_5=30$，b_4+2是b_3与b_5的等差中项．

（1）求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

（2）从数列$\{a_n\}$中去掉数列$\{b_n\}$的项后余下的项按原来的顺序组成数列$\{c_n\}$，设数列$\{c_n\}$的前n项和为T_n，求T_{50}.

18.（12分）

在①$\sqrt{3}\sin C+\cos C=\dfrac{b+c}{a}$，②$\sin^2 B+\sin^2 C-\sin^2 A=\sin B\sin C$，③$2\cos A(c\cos B+b\cos C)=a$这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并作答．

问题：在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且_______.

（1）求角A；

（2）若O是$\triangle ABC$内一点，$\angle AOB=120°$，$\angle AOC=150°$，$b=1$，$c=3$，求$\tan\angle ABO$.

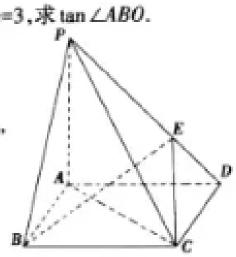
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

19.（12分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是边长为1的正方形，$PA\perp CD$，$PA=1$，$PD=\sqrt{2}$，E为PD上一点，且$PE=2ED$.

（1）求证：平面$PAC\perp$平面$ABCD$；

（2）求二面角$P-CE-B$的余弦值．



20.（12分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左，右焦点分别为$F_1,F_2$，过$F_1$的直线$l$与椭圆$C$交于$M,N$两点，圆$P$是$\triangle MNF_2$的内切圆．当直线$l$的倾斜角为45°时，直线$l$与椭圆$C$交于点$(-\frac{4}{3},-\frac{1}{3})$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)求圆P周长的最大值.

21.（12分）

某新型双轴承电动机需要装配两个轴承才能正常工作，且两个轴承互不影响．现计划购置甲，乙两个品牌的轴承，两个品牌轴承的使用寿命及价格情况如下表：

品牌	价格（元/件）	使用寿命（月）
甲	1000	7或8
乙	400	3或4

已知甲品牌使用7个月或8个月的概率均为$\frac{1}{2}$，乙品牌使用3个月或4个月的概率均为$\frac{1}{2}$.

(1)若从4件甲品牌和2件乙品牌共6件轴承中，任选2件装入电动机内，求电动机可工作时间不少于4个月的概率；

(2)现有两种购置方案，方案一：购置2件甲品牌；方案二：购置1件甲品牌和2件乙品牌（甲，乙两品牌轴承搭配使用）．试从性价比（即电动机正常工作时间与购置轴承的成本之比）的角度考虑，选择哪一种方案更实惠？

22.（12分）

已知函数$f(x)=m\ln x+kx+1\ (m>0)$.

(1)讨论$f(x)$的单调性；

(2)若存在实数k，使得$xf'(x)\le e^{mx}$恒成立的m值有且只有一个，求$k+m$的值.

高三二轮检测

数学试题参考答案及评分标准

2021.04

一、单项选择题：

题　号	1	2	3	4	5	6	7	8
答　案	B	B	C	D	D	A	C	D

二、多项选择题：

题　号	9	10	11	12
答　案	ABD	BCD	BC	BCD

三、填空题：

13. -1　　14. $\frac{1}{2}$　　15. -1　　16. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

四、解答题：

17.（10分）

解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，等比数列$\{b_n\}$的公比为q.

$\because a_1=2$

$\therefore S_5=10+\frac{5\times4}{2}d=30$

$\therefore d=2$

$\therefore a_n=2+2(n-1)=2n.$ ………………………………………… 3分

$\because b_4+2$是b_3与b_5的等差中项

$\therefore 2(b_4+2)=b_3+b_5$

又$b_2=2$

$\therefore 2(2q^2+2)=2q+2q^3$

解得$q=2$

$\therefore b_n=2^{n-1}.$ ………………………………………… 5分

(2) $\because a_{60}=120$

$\therefore$数列$\{a_n\}$前60项中与数列$\{b_n\}$的公共项共用6项，且最大公共项为$b_7=2^6=64.$

又$a_{66}=132, b_8=2^7=128$

$\therefore T_{60}=S_{67}-(2+2^2+\cdots+2^7)$ ………………………………………… 8分

$=134+\frac{67\times66}{2}\times2-\frac{2(1-2^7)}{1-2}$

$=4556-254$

$=4302$ ………………………………………… 10分

18.（12分）

解：方案一：选条件①

（1）$\because \sqrt{3}\sin C+\cos C=\frac{b+c}{a}=\frac{\sin B+\sin C}{\sin A}$

$\therefore \sqrt{3}\sin C\sin A+\cos C\sin A=\sin(A+C)+\sin C$

整理得$(\sqrt{3}\sin A-\cos A)\sin C=\sin C$ ………………………………… 3分

$\therefore \sqrt{3}\sin A-\cos A=1$

$\therefore \sin(A-30^\circ)=\frac{1}{2}$

又$0^\circ<A<180^\circ$

$\therefore A=60^\circ$ ………………………………………………………… 6分

（2）$\because \angle OAC+\angle OAB=60^\circ$，$\angle OAB+\angle ABO=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\therefore \angle OAC=\angle ABO$

在$\triangle ABO$中，$\frac{AO}{\sin\angle ABO}=\frac{3}{\sin 120^\circ}$

$\therefore AO=2\sqrt{3}\sin\angle ABO$ ………………………………………… 9分

在$\triangle ACO$中，$\frac{1}{\sin 150^\circ}=\frac{AO}{\sin\angle ACO}=\frac{AO}{\sin(30^\circ-\angle ABO)}$

$\therefore AO=2\sin(30^\circ-\angle ABO)$

$\therefore 2\sin(30^\circ-\angle ABO)=2\sqrt{3}\sin\angle ABO$

整理得$\cos\angle ABO=3\sqrt{3}\sin\angle ABO$

$\therefore \tan\angle ABO=\frac{\sqrt{3}}{9}$ ………………………………………… 12分

方案二：选条件②

（1）$\because \sin^2 B+\sin^2 C-\sin^2 A=\sin B\sin C$

$\therefore b^2+c^2-a^2=bc$ ………………………………………………… 3分

$\therefore \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$

又$0^\circ<A<180^\circ$

$\therefore A=60^\circ$ ………………………………………………………… 6分

（2）同方案一（2）

方案三：选条件③

（1）$\because 2\cos A(c\cos B+b\cos C)=a$

$\therefore 2\cos A(\sin C\cos B+\sin B\cos C)=\sin A$ ……………………………… 3分

$\therefore 2\cos A\sin A=\sin A$

$\therefore \cos A=\frac{1}{2}$

又$0^\circ<A<180^\circ$

$\therefore A=60^\circ$ ………………………………………………………… 6分

（2）同方案一（2）

高三数学试题参考答案 第2页 （共9页）

19.（12分）

（1）证明：在$\triangle PAD$中，$PA=AD=1$，$PD=\sqrt{2}$

$\therefore PD^2=PA^2+AD^2$

$\therefore PA\perp AD$ ······ 2分

又$PA\perp CD$，$CD\cap AD=D$，$CD,AD\subset$平面$ABCD$

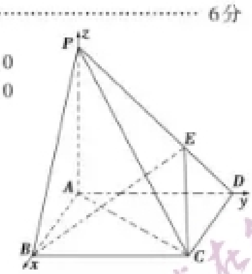
$\therefore PA\perp$平面$ABCD$

又$PA\subset$平面PAC

$\therefore$平面$PAC\perp$平面$ABCD$ ······ 4分

（2）以A为原点，AB,AD,AP所在直线分别为x轴，y轴，z轴，建立如图所示的空间直角坐标系，则$B(1,0,0)$，$C(1,1,0)$，$E(0,\frac{2}{3},\frac{1}{3})$，$P(0,0,1)$

$\therefore \overrightarrow{BC}=(0,1,0)$，$\overrightarrow{CE}=(-1,-\frac{1}{3},\frac{1}{3})$，$\overrightarrow{PC}=(1,1,-1)$ ······ 6分



设平面PCE的一个法向量为$\mathbf{m}=(x_1,y_1,z_1)$，则$\begin{cases}\mathbf{m}\cdot\overrightarrow{CE}=0\\ \mathbf{m}\cdot\overrightarrow{PC}=0\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}-x_1-\frac{y_1}{3}+\frac{z_1}{3}=0\\ x_1+y_1-z_1=0\end{cases}$

令$y_1=1$，解得$\begin{cases}x_1=0\\ z_1=1\end{cases}$

$\therefore \mathbf{m}=(0,1,1)$ ······ 8分

设平面BCE的一个法向量为$\mathbf{n}=(x_2,y_2,z_2)$，则$\begin{cases}\mathbf{n}\cdot\overrightarrow{CE}=0\\ \mathbf{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}-x_2-\frac{y_2}{3}+\frac{z_2}{3}=0\\ y_2=0\end{cases}$

令$x_2=1$，解得$\begin{cases}y_2=0\\ z_2=3\end{cases}$

$\therefore \mathbf{n}=(1,0,3)$ ······ 10分

$\therefore\cos\langle\mathbf{m},\mathbf{n}\rangle=\frac{\mathbf{m}\cdot\mathbf{n}}{|\mathbf{m}||\mathbf{n}|}=\frac{3}{\sqrt{2}\times\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$

$\therefore$二面角$P-CE-B$的余弦值为$\frac{3\sqrt{5}}{10}$. ······ 12分

20.（12分）

解：(1)设椭圆C的半焦距为$c(c>0)$，则$F_1(-c,0)$，

当直线l的倾斜角为45°时，直线l的方程为$y=x+c$，

又直线l与椭圆C交于点$(-\frac{4}{3},-\frac{1}{3})$

$\therefore c=1$

$\therefore a^2=b^2+1$ ………………………………………………………… 2分

将点$(-\frac{4}{3},-\frac{1}{3})$代入椭圆方程得 $\frac{16}{9(b^2+1)}+\frac{1}{9b^2}=1$

解得$b^2=1$ 或$b^2=-\frac{1}{9}$（舍）

$\therefore a^2=2$

$\therefore$椭圆C的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$ ………………………………………… 4分

(2)设圆P的半径为$r(r>0)$，当直线l的斜率不存在时，直线l的方程为$x=-1$，$|MN|=\sqrt{2}$

$S_{\triangle MNF_2}=S_{\triangle MPN}+S_{\triangle MPF_2}+S_{\triangle NPF_2}$

$=\frac{1}{2}(|MN|+|MF_2|+|NF_2|)r$

$=2\sqrt{2}r$

$=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{2}$

$\therefore r=\frac{1}{2}$ ……………………………………………………………… 6分

当直线l的斜率存在时，设为k，则直线l的方程为$y=kx+k$，设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$

由$\begin{cases} y=kx+k \\ \frac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$ 得$(2k^2+1)x^2+4k^2x+2k^2-2=0$

$\therefore x_1+x_2=-\frac{4k^2}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2k^2-2}{2k^2+1}$ ………………………………… 8分

$\therefore S_{\triangle MNF_2}=\frac{1}{2}|F_1F_2||y_1-y_2|$

$=|k||x_1-x_2|$

$=|k|\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=|k|\sqrt{\frac{16k^4}{(2k^2+1)^2}-\frac{8(k^2-1)}{2k^2+1}}$

$=\sqrt{\frac{8k^4+8k^2}{(2k^2+1)^2}}$

高三数学试题参考答案 第4页 （共9页）

$$=\sqrt{2}\sqrt{\frac{4k^4+4k^2}{(2k^2+1)^2}}$$

$$=\sqrt{2}\sqrt{1-\frac{1}{(2k^2+1)^2}}$$ …………………………………………………… 10分

又 $S_{\triangle MNF_2}=S_{\triangle MPN}+S_{\triangle MPF_2}+S_{\triangle NPF_2}=2\sqrt{2}r$

$\therefore 2\sqrt{2}r=\sqrt{2}\sqrt{1-\frac{1}{(2k^2+1)^2}}$

$\therefore r=\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{1}{(2k^2+1)^2}}<\frac{1}{2}$

综上,$0<r<\frac{1}{2}$

$\therefore$ 当 $r=\frac{1}{2}$ 时,圆 P 的周长取得最大值,最大值为 π. …………………………… 12分

21.(12分)

解:(1)电动机工作时间不少于4个月共有三种情况:

①装入两件甲品牌,概率为 $\frac{C_4^2}{C_6^2}=\frac{2}{5}$ …………………………………………………… 2分

②装入一件甲品牌,一件乙品牌,且乙品牌的使用寿命为4个月,

概率为 $\frac{C_4^1\times C_2^1}{C_6^2}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{15}$ …………………………………………………… 4分

③装入两件乙品牌,且两件的使用寿命均为4个月,概率为 $\frac{C_2^2}{C_6^2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{60}$

$\therefore$ 电动机可工作时间不少于4个月的概率为

$P=\frac{2}{5}+\frac{4}{15}+\frac{1}{60}=\frac{41}{60}$. …………………………………………………… 6分

(2)若采用方案一,设电动机可工作时间为 X(单位:月),则 X 的可能取值为7,8

$P(X=8)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(X=7)=1-P(X=8)=\frac{3}{4}$

所以,X 的分布列为

X	7	8
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

$\therefore E(X)=7\times\frac{3}{4}+8\times\frac{1}{4}=\frac{29}{4}$,它与购置轴承的成本之比为$\frac{E(X)}{1000+1000}=\frac{29}{8000}$.
…………………………………………………………………………………… 8分

若采用方案二,设两件乙品牌轴承的使用寿命之和为Y(单位:月),则Y的可能取值为6,7,8

$P(Y=6)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(Y=7)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$P(Y=8)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

设甲品牌轴承的使用寿命为M(单位:月),此时电动机可工作时间为Z(单位:月),则Z的可能取值为6,7,8 ……………………………………………………… 10分

$P(Z=6)=P(Y=6)=\frac{1}{4}$

$P(Z=7)=P(M=7,Y\geq 7)+P(M=8,Y=7)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{8}$

$P(Z=8)=P(M=Y=8)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

所以,Z的分布列为

Z	6	7	8
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$

$\therefore E(Z)=6\times\frac{1}{4}+7\times\frac{5}{8}+8\times\frac{1}{8}=\frac{55}{8}$,它与购置轴承的成本之比为

$\frac{E(Z)}{1000+400+400}=\frac{11}{2880}$

$\because \frac{29}{8000}<\frac{11}{2880}$

$\therefore$从性价比的角度考虑,方案二更实惠. ……………………………………… 12分

22.(12分)

解:(1)函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

$f'(x)=\frac{m}{x}+k=\frac{m+kx}{x}$

当$k\geq 0$时,$f'(x)>0$,$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. …………………………… 2分

当 $k<0$ 时，令 $f'(x)=0$，解得 $x=-\frac{m}{k}$.

当 $x\in(0,-\frac{m}{k})$ 时，$f'(x)>0$，当 $x\in(-\frac{m}{k},+\infty)$ 时，$f'(x)<0$.

$\therefore f(x)$ 在 $(0,-\frac{m}{k})$ 上单调递增，在 $(-\frac{m}{k},+\infty)$ 上单调递减. ………………… 4分

(2)方法一：

$xf'(x)\leqslant e^{mx}$ 恒成立，即 $e^{mx}-kx-m\geqslant 0$ 恒成立

令 $g(x)=e^{mx}-kx-m$，则 $g'(x)=me^{mx}-k$.

①当 $k\leqslant 0$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增，

要使 $g(x)\geqslant 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，只需 $g(0)=1-m\geqslant 0$，

$\therefore 0<m\leqslant 1$，此时 m 不唯一，不合题意. ………………………………………… 6分

②当 $0<k\leqslant m$ 时，令 $g'(x)=0$，解得 $x=\frac{\ln k-\ln m}{m}\leqslant 0$，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

要使 $g(x)\geqslant 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，只需 $g(0)=1-m\geqslant 0$，

$\therefore 0<m\leqslant 1$，此时 m 不唯一，不合题意 ………………………………………… 8分

③当 $k>m$ 时，令 $g'(x)=0$，解得 $x=\frac{\ln k-\ln m}{m}>0$，

当 $x\in(0,\frac{\ln k-\ln m}{m})$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减，

当 $x\in(\frac{\ln k-\ln m}{m},+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增，

$\therefore g(x)_{min}=g(\frac{\ln k-\ln m}{m})=e^{\ln k-\ln m}-\frac{k}{m}(\ln k-\ln m)-m$ ………………… 10分

要使 $g(x)\geqslant 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，且 m 值唯一，只需 $g(\frac{\ln k-\ln m}{m})=0$，

整理得 $\ln m-\ln k+1-\frac{m^2}{k}=0$，

令 $h(m)=\ln m-\ln k+1-\frac{m^2}{k}$，则 $h'(m)=\frac{k-2m^2}{mk}$.

令 $h'(m)=0$，解得 $m=\sqrt{\frac{k}{2}}$.

当 $m\in(0,\sqrt{\frac{k}{2}})$ 时，$h'(m)>0$，$h(m)$ 单调递增，

当 $m\in(\sqrt{\frac{k}{2}},+\infty)$ 时，$h'(m)<0$，$h(m)$ 单调递减.

$\therefore h(m)_{max}=h(\sqrt{\frac{k}{2}})=\ln\sqrt{\frac{1}{2k}}+\frac{1}{2}$

要使 m 值唯一，只需 $h(m)_{\min}=\ln\sqrt{\dfrac{1}{2k}}+\dfrac{1}{2}=0$

解得 $k=\dfrac{e}{2}$，$m=\dfrac{\sqrt{e}}{2}$.

$\therefore k+m=\dfrac{e+\sqrt{e}}{2}$. ………………………………………… 12分

方法二：

$xf'(x)\leqslant e^{mx}$ 恒成立等价于 $1-\dfrac{kx+m}{e^{mx}}\geqslant 0$ 恒成立.

令 $\varphi(x)=1-\dfrac{kx+m}{e^{mx}}$，则 $\varphi'(x)=\dfrac{mkx+m^2-k}{e^{mx}}$.

①当 $k=0$ 时，$\varphi'(x)=\dfrac{m^2}{e^{mx}}>0$，$\varphi(x)$ 单调递增.

要使 $\varphi(x)\geqslant 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，只需 $\varphi(0)=1-m\geqslant 0$，

$\therefore 0<m\leqslant 1$，此时 m 不唯一，不合题意. ………………………………… 6分

②当 $k<0$ 时，令 $\varphi'(x)=0$，解得 $x=\dfrac{k-m^2}{mk}>0$，

当 $x\in(0,\dfrac{k-m^2}{mk})$ 时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$ 单调递增，

当 $x\in(\dfrac{k-m^2}{mk},+\infty)$ 时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$ 单调递减.

$\therefore \varphi(x)_{\max}=\varphi(\dfrac{k-m^2}{mk})=1-\dfrac{k}{me^{1-\frac{m^2}{k}}}>0$，

且当 $x>\dfrac{k-m^2}{mk}$ 时，$kx+m<\dfrac{k}{m}<0$，$\varphi(x)=1-\dfrac{kx+m}{e^{mx}}>1$.

若 $0<m\leqslant 1$，则 $\varphi(0)=1-m\geqslant 0$，满足 $\varphi(x)>0$，此时 m 不唯一，不合题意.

若 $m>1$，则 $\varphi(0)=1-m<0$，$\exists x_0\in(0,\dfrac{k-m^2}{mk})$，使得 $\varphi(x_0)=0$.

$\therefore$ 当 $x\in(0,x_0)$ 时，$\varphi(x)<0$，不合题意. ………………………………… 8分

③当 $0<k\leqslant m^2$ 时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$ 单调递增.

要使 $\varphi(x)\geqslant 0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，只需 $\varphi(0)=1-m\geqslant 0$，

$\therefore 0<m\leqslant 1$，此时 m 不唯一，不合题意.

④当 $k>m^2$ 时，令 $\varphi'(x)=0$，解得 $x=\dfrac{k-m^2}{mk}>0$

当 $x\in(0,\dfrac{k-m^2}{mk})$ 时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$ 单调递减，当 $x\in(\dfrac{k-m^2}{mk},+\infty)$ 时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$ 单调递增.

$\therefore \varphi(x)_{\min} = \varphi(\frac{k-m^2}{mk})$ ………………………………………………………… 10分

要使$\varphi(x) \geq 0$在$(0,+\infty)$上恒成立，且m值唯一，只需$\varphi(\frac{k-m^2}{mk}) = 1 - \frac{k}{me^{1-\frac{m^2}{k}}} = 0$

$\therefore 1 - \frac{m^2}{k} = \ln\frac{k}{m} = \ln k - \ln m$，即$\ln m - \ln k + 1 - \frac{m^2}{k} = 0$，

令$h(m) = \ln m - \ln k + 1 - \frac{m^2}{k}$，则$h'(m) = \frac{k-2m^2}{mk}$。

令$h'(m) = 0$，解得$m = \sqrt{\frac{k}{2}}$。

当$m \in (0, \sqrt{\frac{k}{2}})$时，$h'(m) > 0$，$h(m)$单调递增，

当$m \in (\sqrt{\frac{k}{2}}, +\infty)$时，$h'(m) < 0$，$h(m)$单调递减。

$\therefore h(m)_{\max} = h(\sqrt{\frac{k}{2}}) = \ln\sqrt{\frac{1}{2k}} + \frac{1}{2}$

要使m值唯一，只需$h(m)_{\max} = \ln\sqrt{\frac{1}{2k}} + \frac{1}{2} = 0$

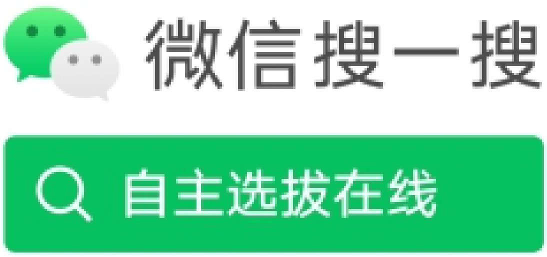
解得$k = \frac{e}{2}$，$m = \frac{\sqrt{e}}{2}$。

$\therefore k + m = \frac{e+\sqrt{e}}{2}$。………………………………………………………… 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》