

秘密 ★ 启用前

阳泉市 2022 ~ 2023 学年度第一学期期末
教学质量监测试题

高三数学

注意事项:

1. 本试题分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 第 I 卷 1 至 3 页, 第 II 卷 4 至 6 页.
2. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题答题卡相应的位置.
3. 全部答案在答题卡上完成, 答在本试题上无效.
4. 考试结束后, 将本试题的答题卡交回.
5. 试题满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

参考公式:

柱体体积公式

$$V=Sh$$

其中 S 为底面面积, h 为高

锥体体积公式

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

其中 S 为底面面积, h 为高

球的表面积、体积公式

$$S=4\pi R^2, V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 为球的半径

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求.

(1) 已知集合 $A=\{x \in \mathbb{N}^+ \mid \frac{x}{x-3} \leq 0\}$, 则集合 A 的子集个数为

A. 3

B. 4

C. 7

D. 8

高三数学试题 第 1 页 (共 6 页)

$$\frac{-1(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-1+i}{1-1} = \frac{-1+i}{0} \quad \frac{50\sqrt{2}}{20} = \frac{5\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

(2) 已知复数 $z = \frac{-1-i}{1+i}$, 则复数 z 的虚部是

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

(3) 已知 $\theta \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, 且 $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, 则 $\tan\theta = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\theta + \cos\theta)}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\theta - \cos\theta)} = \frac{\frac{3\sqrt{10}}{10}}{\frac{1}{10}} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{20}}{10} = \frac{6\sqrt{5}}{10} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

A. $\frac{14}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 3

(4) 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = (\frac{1}{4})^x + 3x + m$ (m 为常数),

则 $f(3) =$

A. 56

B. -56

C. 54

D. -54

(5) 《算数书》竹简于上世纪八十年代在湖北省江陵县张家山出土, 这是我国现存最早的有系统的数学典籍, 其中记载有求“囷盖”的术: 置如其周, 令相乘也. 又以高乘之, 三十六成一. 该术相当于给出了由圆锥底面周长 L 与高 h 计算其体积 V 的近似公式 $V = \frac{1}{36} Lh$,

一个圆锥的侧面展开图扇形的中心角为 $\frac{8\pi}{5}$, 半径为 5, 按上述公式计算该几何体的体积为 (计算时圆周率近似取 3)

A. 48

B. 49

C. 52

D. 54

(6) 将函数 $y = \cos(x - \frac{\pi}{6})$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 ω 倍, 纵坐标不变, 得到

$$y' = \cos(\frac{1}{\omega}x - \frac{\pi}{6})$$

图象恰好与函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ 的图象重合, 则

A. $\omega = \frac{1}{2}$

B. $\varphi = \frac{\pi}{3}$

C. 直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称轴

D. 点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称中心

(7) 已知点 P 为抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上一动点, 点 Q 为圆 $C: (x+1)^2 + (y-4)^2 = 1$ 上一动点, 点 F 为抛物线的焦点, 点 P 到 y 轴的距离为 d , 若 $|PQ| + d$ 的最小值为 2, 则 $p =$

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 3

D. 4

(8) 已知函数 $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$ 在区间 $[a, b]$ 上的最小值为 $3a$, 最大值为 $3b$, 则 $a+b =$

A. -4

B. $\frac{1}{6}$

C. 2

D. $\frac{13}{6}$

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,完全选对得满分,漏选得 2 分,错选得 0 分.

(9) 已知 $a > 0, ab = 1$, 则

A. $a+b \geq 1$

B. $a^2+b^2 < (a-b)^2$

C. $\lg a \cdot \lg b > 0$

D. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{4}{a+b}$

10) 某校组织“喜庆二十大, 永远跟党走, 奋进新征程”学生书画作品比赛, 经评审, 评出一、二、三等奖若干(一、二等奖作品数相等), 其中男生作品分别占一、二、三等奖的 40%, 60%, 60%, 现从获奖作品中任取一件, 记“取出一等奖作品”为事件 A, “取出男生作品”为事件 B. 若 $P(AB) = 0.12$, 则下列说法正确的是

A. $P(B|A) = 0.4$

B. 一等奖和三等奖的作品数之比为 3:4

C. $P(A|B) = 0.25$

D. $P(B) = 0.54$

(11) 2022 年卡塔尔世界杯会徽(如图)的正视图可以近似看成双纽线, 在平面直角坐标系中, 把到定点 $F_1(-a, 0)$ 和 $F_2(a, 0)$ 距离之积等于 $a^2(a > 0)$ 的点的轨迹称为双纽线, 已知点 $P(x_0, y_0)$ 是双纽线 C 上一点, 则下列说法正确的是

A. 若 $\angle F_1PF_2 = \theta$, 则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积为 $\frac{a}{2} \sin \theta$

B. $-\frac{a}{2} \leq y_0 \leq \frac{a}{2}$

C. 双纽线 C 关于原点 O 对称

D. 双纽线上 C 满足 $|PF_1| = |PF_2|$ 的点 P 有三个



(12) 已知函数 $f(x) = e^x - \frac{2}{3}ax^3$ 有三个不同的极值点 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 则下列结论正确的是

A. $a > \frac{e^2}{8}$

B. $x_1 < -1$

C. x_2 为函数 $f(x)$ 的极大值点

D. $f(x_3) < \frac{e^2}{3}$

4)

$$) + /X = -\pi.$$

第 II 卷 (选择题共 90 分)

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.)

(13)请写出一个焦点在 y 轴上,且与直线 $y=2x$ 没有交点的双曲线的标准方程:_____

(14)已知向量 $\mathbf{m}=(2,1)$ 和向量 $\mathbf{n}=(-3,4)$,则 $\mathbf{m}$ 在 $\mathbf{n}$ 上的投影向量的坐标为:_____

(15)已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $4a_1+7a_3=2a_2+a_4$,若 $a_1=1$,则 $S_5=$ _____

(16)已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ |\log_2 x|, & x > 0 \end{cases}$,则函数 $g(x)=3-f[f(x)]$ 的所有零点之积等于_____

四、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

(17)(本小题满分 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2, a_{n+1}=2a_n+n^2-4n+1$

(I)求证:数列 $\{b_n\}$ 为等比数列;

(II)对于大于 2 的正整数 x, y (其中 $x < y$),若 $5b_x, b_y, b_x$ 三个数经适当排序后能构成等差数列,求所有符合条件的数 x 和 y .

(18)(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 对应的边分别为 a, b, c ,其外接圆半径 $R=2$. 已知

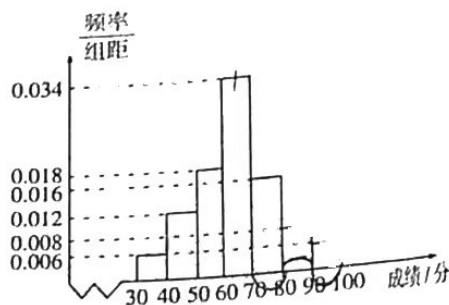
$$4(\sin^2 A - \sin^2 B) = (\sqrt{3} a - b) \sin B, \text{ 且 } S_{\triangle ABC} = \frac{c}{2}(a - b).$$

(I)求 $\frac{a}{b}$ 的值;

(II)求 $\sin A + \sin B$ 的值.

(19)(本小题满分 12 分)

某市为了传承发展中华优秀传统文化，组织该市中中学生进行了一次文化知识有奖竞赛，竞赛奖励规则如下：得分在 $[70, 80)$ 内的学生获三等奖，得分在 $[80, 90)$ 内的学生获二等奖，得分在 $[90, 100)$ 内的学生获得一等奖，



其他学生不得奖，为了解学生对相关知识的掌握情况，随机抽取 100 名学生的竞赛成绩，并以此为样本绘制了样本频率分布直方图，如图所示。

(I) 现从该样本中随机抽取两名学生的竞赛成绩，求这两名学生中恰有一名学生获奖的概率；

II) 若该市所有参赛学生的成绩 X 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 $\sigma \approx 15$ ， μ 为样本平均数的估计值，利用所得正态分布模型解决以下问题：

(i) 若该市共有 10000 名学生参加了竞赛，试估计参赛学生中成绩超过 79 分的学生数(结果四舍五入到整数)；

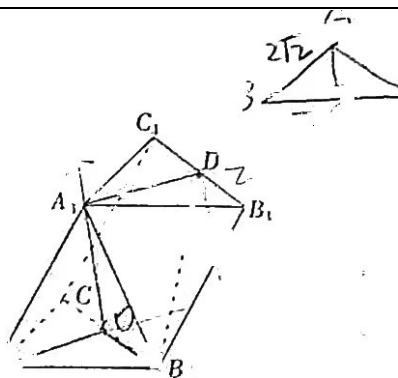
(ii) 若从所有参赛学生中(参赛学生数大于 10000)随机取 3 名学生进行访谈，设其中竞赛成绩在 64 分以上的学生数为 ξ ，求随机变量 ξ 的分布列和期望。

附参考数据，若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$ ，

$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$ ， $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$ 。

(20)(本小题满分 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=AC=AA_1=2\sqrt{2}$,
 $AB \perp AC$, $\angle A_1AB = \angle A_1AC$, D 是 B_1C_1 的中点.



(I) 证明: $BC \perp$ 平面 A_1AD ;

(II) 若三棱柱的体积是 8, 求平面 A_1BD 与平面 CC_1B_1B 的夹角 θ 的大小.

(21)(本小题满分 12 分)

已知过点 $H(8,0)$ 的直线交抛物线 $E: y=8x$ 于 A, B 两点, O 为坐标原点.

(I) 证明: $OA \perp OB$;

(II) 设 F 为抛物线的焦点, 直线 AB 与直线 $x=-4$ 交于点 M , 直线 MF 交抛物线于 C, D 两点(A, C 在 x 轴的同侧), 求直线 AC 与直线 BD 交点的轨迹方程.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^x+(a-e+1)x$, $g(x)=ax^2+1$, $a \in \mathbb{R}$.

(I) 若 $a=e-2$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若方程 $f(x)=g(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上有且只有 1 个实数根, 求 a 的取值范围.

$$(1) f(x) = e^x + (e-2-e+1)x \\ = e^x$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线