2022年高考适应性练习（一）

数　学

注意事项：

1. 本试题满分150分，考试时间为120分钟。
2. 答卷前，务必将姓名和准考证号填涂在答题纸上。
3. 使用答题纸时，必须使用0.5毫米的黑色签字笔书写，要字迹工整，笔迹清晰；超出答题区书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. 已知集合 $A=\{-2,-1,1,2\}$，$B=\{x\mid 2^x<1\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-2,-1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{-2,-1,1\}$　　D. $\{-2,-1,2\}$

2. 复数 z 满足 $(1-\mathrm{i})z=2+3\mathrm{i}$，则 z 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 若圆锥的母线长为2，侧面积为 2π，则其体积为

A. $\sqrt{6}\pi$　　B. $\sqrt{3}\pi$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

4. 二进制在计算机技术中应用广泛. 二进制数以2为基数，通常用0和1两个数码来表示，进位规则是从最右面的数位依次向左满二进一，如二进制数101对应的十进制数为 $1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0=5$. 那么，十进制数22对应的二进制数为

A. 10011　　B. 10101　　C. 10110　　D. 11010

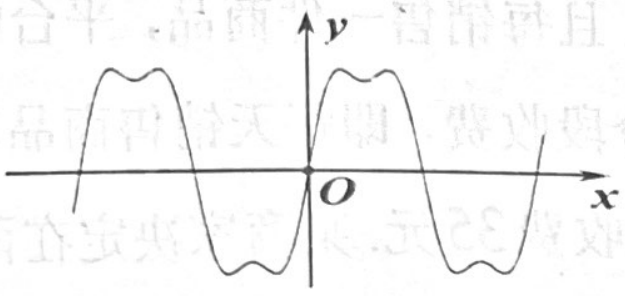
5. 曲线 $y=x^3+bx^2+c$ 在点 $M(1,0)$ 处的切线与直线 $x-y-2=0$ 垂直，则 c 的值为

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

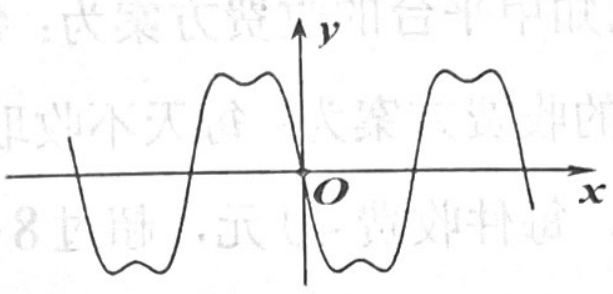
6. 在 $(x^2-2x+y)^6$ 的展开式中，含 x^5y^2 项的系数为

A. -480　　B. 480　　C. -240　　D. 240

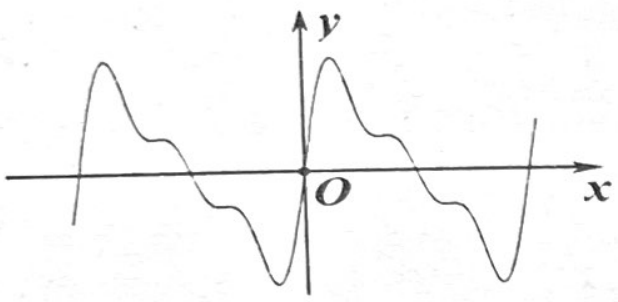
7. 声音是由物体振动产生的. 我们平时听到的声音几乎都是复合音. 复合音的产生是由于发音体不仅全段在振动，它的各部分如二分之一、三分之一、四分之一等也同时在振动. 不同的振动的混合作用决定了声音的音色，人们以此分辨不同的声音. 已知刻画某声音的函数为 $y=\sin x+\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{3}\sin 3x$，则其部分图象大致为



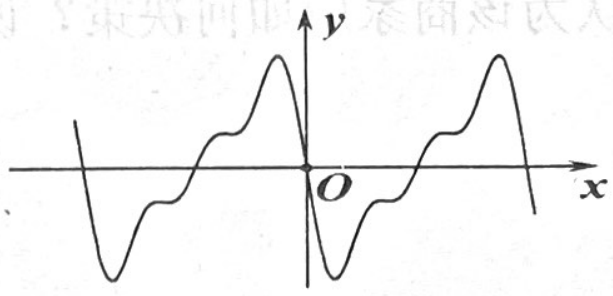
A.



B.



C.



D.

8. 已知点 F_1,F_2 分别为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，点 P 为直线 $x=\dfrac{a^2}{b}$ 上一个动点 若 $\tan\angle F_1PF_2$ 的最大值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则椭圆 C 的离心率为

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列结论正确的有

A. 若随机变量 ξ,η 满足 $\eta=2\xi+1$，则 $D(\eta)=2D(\xi)+1$

B. 若随机变量 $\xi\sim N(3,\sigma^2)$，且 $P(\xi<6)=0.84$，则 $P(3<\xi<6)=0.34$

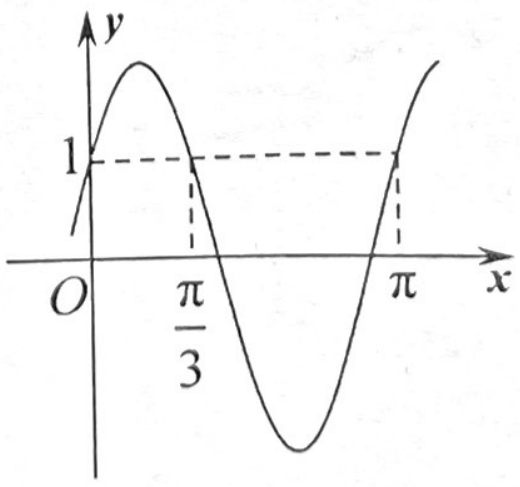
C. 若样本数据 (x_i,y_i)（$i=1,2,3,\cdots,n$）线性相关，则用最小二乘估计得到的经验回归直线经过该组数据的中心点 $(\overline{x},\overline{y})$

D. 根据分类变量 X 与 Y 的成对样本数据，计算得到 $\chi^2=4.712$. 依据 $\alpha=0.05$ 的独立性检验（$x_{0.05}=3.841$），可判断 X 与 Y 有关且犯错误的概率不超过 0.05

10. 已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)$（$\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，则

A. $\omega=2$

B. $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$



C. 点$(-\frac{\pi}{12},0)$是$f(x)$图象的一个对称中心

D. 函数$f(x)$在$[\frac{7\pi}{4},2\pi]$上的最小值为-2

11. 已知$a,b\in(0,1)$，且$a+b=1$，则

A. $a^2+b^2\geq\frac{1}{2}$　　B. $\ln a+\ln b\leq -2\ln 2$

C. $\ln a\ln b\geq \ln^2 2$　　D. $a+\ln b<0$

12. 给出构造数列的一种方法：在数列的每相邻两项之间插入此两项的和，形成新的数列，再把所得数列按照同样的方法不断构造出新的数列. 现自$1,1$起进行构造，第1次得到数列$1,2,1$，第2次得到数列$1,3,2,3,1$，$\cdots$，第$n(n\in\mathbf{N}^*)$次得到数列$1,x_1,x_2,\cdots,x_k,1$，记$a_n=1+x_1+x_2+\cdots+x_k+1$，数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则

A. $a_4=81$　　B. $a_n=3a_{n-1}-1$　　C. $a_n=3^n+1$　　D. $S_n=\frac{1}{2}\times 3^{n+1}+n-\frac{3}{2}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知α为锐角，且$\sin\alpha=\frac{3}{4}$，则$\cos(\pi-\alpha)$的值为

14. 已知函数$f(x+1)$为偶函数，当$x\in(0,1)$时，$f(x)=2^{-x}$，则$f(\log_2 3)$的值为

15. 已知$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$均为单位向量，且夹角为$\frac{\pi}{3}$，若向量$\boldsymbol{c}$满足$(\boldsymbol{c}-2\boldsymbol{a})\cdot(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b})=0$，则$|\boldsymbol{c}|$的最大值为

16. 鲁班锁是我国传统的智力玩具，起源于中国古代建筑中的榫卯结构，其内部的凹凸部分啮合十分精巧. 图1是一种鲁班锁玩具，图2是其直观图. 它的表面山八个正三角形和六个正八边形构成，其中每条棱长均为2. 若该玩具可以在一个正方体内任意转动（忽略摩擦），则此正方体表面积的最小值为

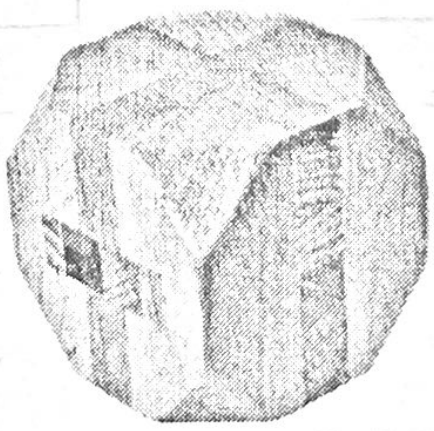


图1

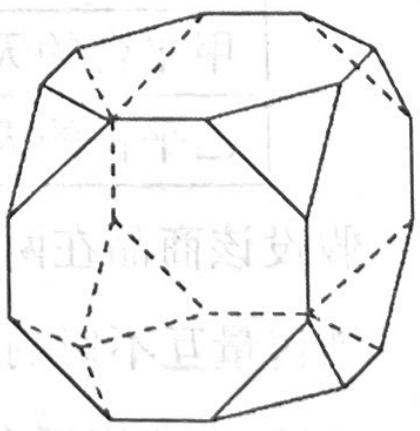


图2

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10分）已知正项数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$4, a_n+1, S_n$成等比数列，其中$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=\dfrac{4S_n}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

18.（12分）在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$a\cos C+\sqrt{3}a\sin C=b+c$.

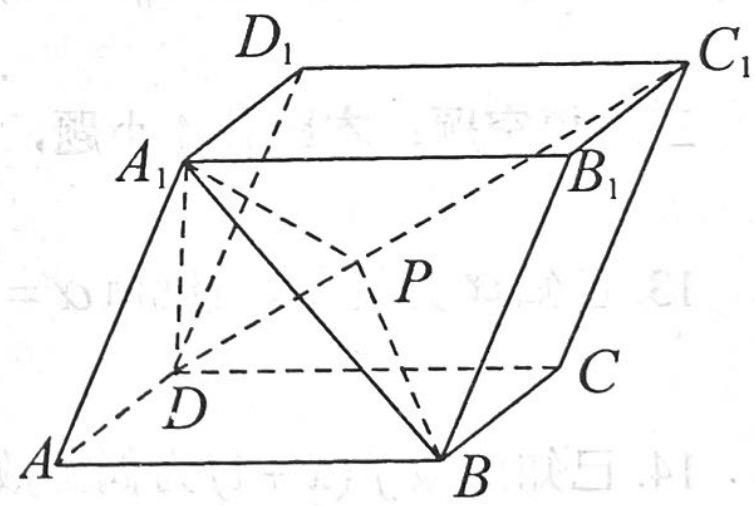
（1）求A；

（2）若$b=3$，$c=2$，角A的平分线交BC于M，求AM的长.

19.（12分）如图，在平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$A_1D\perp$底面$ABCD$，$AB=AA_1=2AD=2$，$\angle DAB=60^\circ$.

（1）证明：$AD\perp A_1B$；

（2）设点P为线段DC_1上一点（异于D,C_1），当DP为何值时，面A_1PB与面AA_1D_1D夹角的余弦值最大？



20.（12分）2020年以来，新冠疫情对商品线下零售影响很大.某商家决定借助线上平台开展销售活动.现有甲、乙两个平台供选择，且当每件商品的售价为a（$300\le a\le 500$）元时，从该商品在两个平台所有销售数据中各随机抽取100天的日销售量统计如下：

商品日销售量（单位：件）	6	7	8	9	10
甲平台的天数	14	26	26	24	10
乙平台的天数	10	25	35	20	10

假设该商品在两个平台日销售量的概率与表格中相应日销售量的频率相等，且每天的销售量互不影响.

（1）求“甲平台日销售量不低于8件”的概率，并计算“从甲平台所有销售数据中随机抽取3天的日销售量，其中至少有2天日销售量不低于8件”的概率；

（2）已知甲平台的收费方案为：每天佣金60元，且每销售一件商品，平台收费30元；乙平台的收费方案为：每天不收取佣金，但采用分段收费，即每天销售商品不超过8件的部分，每件收费40元，超过8件的部分，每件收费35元. 某商家决定在两个平台中选择一个长期合作，从日销售收入（单价×日销售量－平台费用）的期望值较大的角度，你认为该商家应如何决策？说明理由.

21.（12分）已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）的实轴长为2，点$(\sqrt{7},-1)$是抛物线$E:x^2=2py$的准线与$C$的一个交点.

（1）求双曲线C和抛物线E的方程；

（2）过双曲线C上一点P作抛物线E的切线，切点分别为A,B. 求ΔPAB面积的取值范围.

22.（12分）已知函数$f(x)=a\mathrm{e}^{2x}-x^2$，$a\in\mathbf{R}$.

（1）设$f(x)$的导函数为$g(x)$，讨论$g(x)$零点的个数；

（2）设$f(x)$的极值点为x_1,x_2 $(x_1<x_2)$，若$\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}-2}x_1+x_2\geq\lambda x_1x_2$恒成立，求实数$\lambda$的取值范围.