2022年秋期高中三年级期终质量评估

数学试题（文）参考答案

一、1—5 ACBAC 6—10 BBDCA 11—12 BA

12、$c=\cos1.25=\sin(\frac{\pi}{2}-1.25)=\sin0.32<\sin\frac{1}{3}<\frac{1}{3}=b$

$a=\ln1.5, b=\frac{1}{3}=\frac{0.5}{1.5}=\frac{1.5-1}{1.5}$

令 $f(x)=\ln x$，$g(x)=\frac{x-1}{x}=1-\frac{1}{x}$，易证 $f(x)\geq g(x)$（当且仅当 $x=1$ 时等号成立）

$\therefore f(1.5)\geq g(1.5)$，即 $a>b$ $\therefore a>b>c$

二、13. -1 14. $\frac{1}{5}$ 15. $y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}$ 或 $y=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$ 16. $\frac{28\pi}{3}$

三、17. 解：(1) 由题意得列联表如下：

	不太了解	比较了解	总计
男性	125	165	290
女性	75	135	210
总计	200	300	500

计算得 $K^2=\frac{500\times(125\times135-165\times75)^2}{200\times300\times290\times210}\approx2.771$ ……………………………………5 分

因为 $2.771>2.706$，

所以有 90%的把握认为“居民对垃圾分类的了解程度”与“性别”有关；……………6 分

(2) 由题意可知，抽到的女性有 $5\times\frac{30}{75}=2$ 人，抽到的男性有 $5\times\frac{45}{75}=3$ 人，………8 分

记抽到的男性为 a, b, c，抽到的女性为 d, e，则基本事件分别为 (a,b,c)、(a,b,d)、$(a、b、e)$、$(a、c、d)$、$(a、c、e)$、$(a、d、e)$、$(b、c、d)$、$(b、c、e)$、$(b、d、e)$、$(c、d、e)$，共 10 种，抽取的 3 人恰好是两男一女共有 6 种，

所以抽取的 3 人恰好是两男一女的概率是 $\frac{3}{5}$。…………………………………………12 分

18、解：(1) 当 $n=1$ 时，$S_1=a_1=\frac{(a_1-1)(a_1+2)}{2}$，解得：$a_1=2$ 或 $a_1=-1$，…2 分

因为 $a_n>0$，故 $a_1=2$．……………………………………………………………3 分

方法一：因为 $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{n(a_n+2)}{2}$，所以 $\frac{n(a_n+2)}{2}=\frac{(a_n-1)(a_n+2)}{2}$，

又 $a_n>0$，即可得 $a_n=n+1$．……………………………………………………6 分

方法二：当 $n=2$ 时，$S_2=2+a_2=\frac{(a_2-1)(a_2+2)}{2}$，易得：$a_2=3$．

因为数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，故 $a_n=n+1$．……………………………………6 分

（2）由(1)知，$b_n=(n+1)\cdot(\frac{8}{9})^n$，故 $b_{n+1}=(n+2)\cdot(\frac{8}{9})^{n+1}$．

$\because b_{n+1}-b_n=(\frac{8}{9})^n\times\frac{7-n}{9}$，……………………………………………………8 分

当 $n<7$ 时，$b_{n+1}>b_n$；

当 $n=7$ 时，$b_{n+1}=b_n$；

当 $n>7$ 时，$b_{n+1}<b_n$：……………………………………………………………11 分

故数列 $\{b_n\}$ 的最大项为 $b_7=b_8=\frac{8^8}{9^7}$．……………………………………………12 分

19、证明：（1）由题意可知

$BC//AD$，$BC\not\subset$ 平面PAD，$AD\subseteq$ 面PAD，

故，$BC//$ 平面PAD ……………………………………………2 分

又 $\because BC\subseteq$ 面PBC 且面$PBC\cap$面$PAD=l$

$\therefore BC//l$ ……………………………………………5 分

（2）因为 PB⊥底面 ABCD，所以 PB⊥BC．

又底面 ABCD 为直角梯形，且 $\angle ABC=\angle BAD=\frac{\pi}{2}$ 所以 AB⊥BC．

且$PB\cap AB=B$ $\therefore BC\perp$ 面PAB ……………………………………………7 分

又$BC//l$ $\therefore l\perp$ 面PAB ……………………………………………8 分

(3) 易求得，$BD=\sqrt{2}$，$PD=\sqrt{3}$，$DC=\sqrt{2}$，$PC=\sqrt{5}$.

因为 $PC^2=PD^2+DC^2$，ΔPDC 所以为直角三角形.

设 B 到平面 PCD 的距离为 h，

因为 $V_{B-PCD}=V_{P-BCD}$，……………………………………………10 分

所以 $\frac{1}{3}h\cdot S_{\Delta PCD}=\frac{1}{3}PB\cdot S_{\Delta BCD}$，

故可得，$h=\frac{\sqrt{6}}{3}$.……………………………………12 分

20、解：(1) 由题意知：$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，即 $a=2c$ 且 $a-c=1$

可得：$a=2, b=\sqrt{3}, c=1$.

椭圆 C: 的方程为：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ ……………………………………………4 分

(2) 方法一：不妨设直线 MN 交 x 轴于 Q 点，

由 $\overrightarrow{F_1M}=2\overrightarrow{F_2N}$，易得，$\overrightarrow{F_1Q}=2\overrightarrow{F_2Q}$，故 $Q(3,0)$.

设直线 MN 的方程为 $x=my+3$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ ……………………………6 分

显然，$y_1>0$，$y_2>0$.

由 $\begin{cases} x=my+3 \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 得，$(3m^2+4)y^2+18my+15=0$，

$\therefore y_1+y_2=-\frac{18m}{3m^2+4}$ ①　　$y_1y_2=\frac{15}{3m^2+4}$ ②……………………………8 分

又 $\because \overrightarrow{F_1M}=2\overrightarrow{F_2N}$，得 $y_1=2y_2$ ③

由①②③得，$m=-\frac{2\sqrt{5}}{3}$. ……………………………………………10 分

所以，直线 MN 的方程为：

$x=-\frac{2\sqrt{5}}{3}y+3$，即 $y=-\frac{3\sqrt{5}}{10}x+\frac{9\sqrt{5}}{10}$ ……………………………………12 分

方法二：延长F_1M交椭圆于点P，根据椭圆的对称性可知，

由$\overrightarrow{F_1M}=2\overrightarrow{F_2N}$，可得$\overrightarrow{F_1M}=2\overrightarrow{PF_1}$.

设$M(x_1,y_1)$，$P(x_2,y_2)$，则$N(-x_2,-y_2)$. 显然，$y_1>0$. ……………………………6 分

设直线PM的方程为$x=my-1$，联立

$$\begin{cases}x=my-1\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$$ 得，$(3m^2+4)y^2-6my-9=0$，

$\therefore y_1+y_2=\dfrac{6m}{3m^2+4}$ ① $\qquad y_1y_2=-\dfrac{9}{3m^2+4}$ ②……………………………8 分

又$\because \overrightarrow{F_1M}=2\overrightarrow{PF_1}$，得$y_1=-2y_2$ ③

由①②③得，$m=\dfrac{2\sqrt5}{5}$.

故$y_1+y_2=\dfrac{3\sqrt5}{8}$，则$x_1+x_2=m(y_1+y_2)-2=-\dfrac{5}{4}$，

因此，直线MN的斜率$k=\dfrac{y_1-(-y_2)}{x_1-(-x_2)}=\dfrac{y_1+y_2}{x_1+x_2}=-\dfrac{3\sqrt5}{10}$. ………………………10 分

不妨设直线MN交x轴于Q点，

由$\overrightarrow{F_1M}=2\overrightarrow{F_2N}$，易得，$\overrightarrow{F_1Q}=2\overrightarrow{F_2Q}$，故$Q(3,0)$，

所以，直线MN的方程为：$y=-\dfrac{3\sqrt5}{10}x+\dfrac{9\sqrt5}{10}$. ……………………………………12 分

21 解：(1) $f'(x)=\dfrac{1}{x}-2x+1=\dfrac{-2x^2+x+1}{x}=\dfrac{(-2x-1)(x-1)}{x}$ ……………………2 分

故$f(x)$在$(0,1)$上是单调增加的，在$(1,+\infty)$上是单调减少的. ……………………3 分

所以$f(x)_{\max}=f(1)=0$，即$f(x)\le 0$……………………………………………………4 分

(2)当$a=0$时，$f(x)=-x^2$，不存在零点 ……………………………………………5 分

当$a\neq 0$时，由$f(x)=0$得$\dfrac{1}{a}=\dfrac{\ln x+x}{x^2}$，$x\in(0,+\infty)$……………………………7 分

设$g(x)=\dfrac{\ln x+x}{x^2}$，则$g'(x)=\dfrac{1-2\ln x-x}{x^3}$ ……………………………………………8 分

令$h(x)=1-2\ln x-x$，

易知$h(x)$在$(0,+\infty)$上是单调减少的，且$h(1)=0$.

故$g(x)$在$(0,1)$上是单调增加的，在$(1,+\infty)$上是单调减少的. ……………………9 分

由于$g(\dfrac{1}{e})=\dfrac{-1+\dfrac{1}{e}}{(\dfrac{1}{e})^2}<0$，$g(1)=1$，且当$x>1$时，$g(x)>0$ …………………10 分

故若函数$f(x)$有且只有一个零点，则只须$\dfrac{1}{a}=1$或$\dfrac{1}{a}<0$ ………………………11 分

即当$a\in(-\infty,0)\cup\{1\}$时，函数$f(x)$有且只有一个零点. …………………………12 分

22．解：

（1）因为$\begin{cases}x=2\cos\varphi\\ y=\sin\varphi\end{cases}$，

所以曲线C的直角坐标方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

因为$x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，

所以，曲线C的极坐标方程为：$\rho^2=\dfrac{4}{3\sin^2\theta+1}$ ……………………………5 分

（2）由于$OA\perp OB$，故可设$A(\rho_1,\theta)$，$B\left(\rho_2,\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\rho_1^{\ 2}=\dfrac{4}{3\sin^2\theta+1}$，$\rho_2^{\ 2}=\dfrac{4}{3\cos^2\theta+1}$，

所以$\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OB|^2}=\dfrac{1}{\rho_1^2}+\dfrac{1}{\rho_2^2}$

$=\dfrac{(3\cos^2\theta+1)+(3\sin^2\theta+1)}{4}=\dfrac{5}{4}$.

即$\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OB|^2}$为定值$\dfrac{5}{4}$ ……………………………………………………10 分

23. 解：

(1)由题知：$|x+a|-|x-2b|\le|(x+a)-(x-2b)|=|a+2b|=a+2b$，

因为存在 $x_0\in R$，使得 $|x_0+a|-|x_0-2b|\ge 4$，所以只需 $a+2b\ge 4$，

即 $a+2b$ 的取值范围是 $[4,+\infty)$．……………………………………………………5 分

（2）方法一：

由（1）知 $a+2b\ge 4$，因为 $a,b\in R_+$，不妨设 $t=a^2+b^2$，

当 $b\ge 2$ 时，$t=a^2+b^2>4$，

当 $0<b<2$ 时，有 $t-b^2=a^2\ge(4-2b)^2$，

整理得，$t\ge 5b^2-16b+16=5(b-\frac{8}{5})^2+\frac{16}{5}$，此时 t 的最小值为 $\frac{16}{5}$；

综上：a^2+b^2 的最小值为 $\frac{16}{5}$……………………………………………………10 分

方法二：

令 $t^2=a^2+b^2$，不妨设 $a=t\cos\theta, b=t\sin\theta$，

因为 $a+2b\ge 4$，所以 $|t|\ge\frac{4}{|\cos\theta+2\sin\theta|}\ge\frac{4}{\sqrt{5}}$，所以：$t^2\ge\frac{16}{5}$，

即 a^2+b^2 的最小值为 $\frac{16}{5}$……………………………………………………10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。