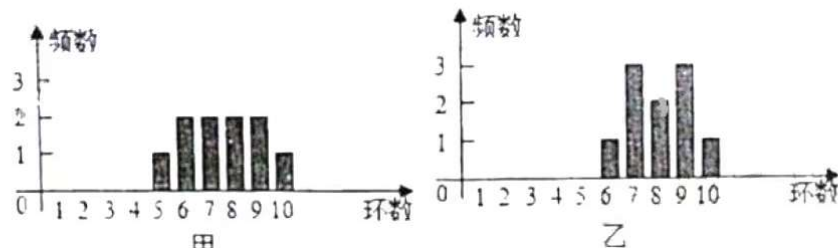


成都外国语学校高 2024 届 2022-2023 学年度 12 月月考

理科数学

一、单项选择题：本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

- 命题“ $\exists x_0 > 2, x_0^3 - 2x_0^2 < 0$ ”的否定为 ( )  
 A.  $\forall x > 2, x^3 - 2x^2 \geq 0$  B.  $\forall x > 2, x^3 - 2x^2 > 0$   
 C.  $\exists x_0 < 2, x_0^3 - 2x_0^2 \geq 0$  D.  $\exists x_0 < 2, x_0^3 - 2x_0^2 > 0$
- 同时掷 3 枚硬币，那么互为对立事件的是 ( )  
 A. 至少有 1 枚正面和最多有 1 枚正面 B. 最多 1 枚正面和恰有 2 枚正面  
 C. 至多 1 枚正面和至少有 2 枚正面 D. 至少有 2 枚正面和恰有 1 枚正面
- 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率  $e = \frac{5}{3}$ ，且其虚轴长为 8，则双曲线  $C$  的方程为 ( )  
 A.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$  B.  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$  C.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  D.  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$
- 已知在一次射击预选赛，甲、乙两人各射击 10 次，两人成绩的条形统计图如图所示，则下列四个选项中判断不正确的是  

 A. 甲的成绩的平均数小于乙的成绩的平均数  
 B. 甲的成绩的中位数小于乙的成绩的中位数  
 C. 甲的成绩的方差大于乙的成绩的方差  
 D. 甲的成绩的极差小于乙的成绩的极差
- 已知  $\triangle ABC$  的三个顶点分别为  $A(5, 3, 2)$ ， $B(1, -1, 3)$ ， $C(-1, -3, 5)$ ，则  $BC$  边上的中线长为 ( )  
 A.  $2\sqrt{6}$  B.  $3\sqrt{6}$  C.  $3\sqrt{5}$  D.  $2\sqrt{5}$
- 现从某学校 450 名同学中用随机数表法随机抽取 30 人参加一项活动.将这 450 名同学编号为 001、002、

449、450，要求从下表第2行第5列的数字开始向右读，则第5个被抽到的编号为（ ）

16 22 77 94 39 49 54 43 54 82 17 37 93 23 78 87 35 20 96 43 84 26 34 91 64

84 42 17 53 31 57 24 55 06 88 77 04 74 47 67 21 76 33 50 25 83 92 12 06 76

63 01 63 78 59 16 95 55 67 19 98 10 50 71 75 12 86 73 58 07 44 39 52 38 79

A. 074                      B. 447                      C. 474                      D. 476

7. 已知  $m$  为实数，直线  $l_1: mx + y - 1 = 0$ ， $l_2: (3m - 2)x + my - 2 = 0$ ，则“ $m = 1$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的

A. 充要条件                      B. 充分不必要条件  
C. 必要不充分条件                      D. 既不充分也不必要条件

8. 已知一组数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的平均数为  $\bar{x}$ ，标准差为  $s$ ，则数据  $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$  的平均数和方差分别为（ ）

A.  $2\bar{x} + 1$ ， $2s + 1$                       B.  $2\bar{x}$ ， $2s$   
C.  $2\bar{x} + 1$ ， $4s^2$                       D.  $2\bar{x}$ ， $4s^2$

9. 柜子里有红、白、黑三双不同的手套，从中随机选2只，则取出的手套成双的概率为（ ）

A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{1}{10}$

10. 已知点  $P$  是圆  $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$  的动点，直线  $l: x - y - 3 = 0$  上存在两点  $A, B$ ，使得

$\angle APB \geq \frac{\pi}{2}$  恒成立，则线段  $AB$  长度的最小值是（ ）

A.  $6\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $4\sqrt{2}$                       D.  $4\sqrt{21}$

11. 甲、乙两艘轮船都要在某个泊位停靠6个小时，假定它们在一昼夜的时间中随机到达，若两船有一艘在停泊位时，另一艘船就必须等待，则这两艘轮船停靠泊位时都不需要等待的概率为（ ）

A.  $\frac{11}{16}$                       B.  $\frac{9}{16}$                       C.  $\frac{7}{16}$                       D.  $\frac{5}{16}$

12.  $F_1, F_2$  是椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点，点  $M$  为椭圆  $E$  上一点，点  $N$  在  $x$  轴上，满足

$\angle F_1MN = \angle F_2MN = 60^\circ$ ，若  $3\overrightarrow{MF_1} + 5\overrightarrow{MF_2} = \lambda\overrightarrow{MN}$ ，则椭圆  $E$  的离心率为（ ）

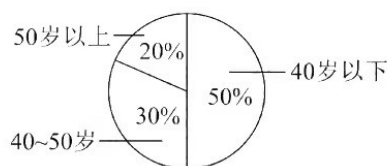
A.  $\frac{8}{9}$                       B.  $\frac{5}{6}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{7}{8}$

二、填空题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分。

13. 2020年是新冠疫苗接种高峰期，接种重点人群是年龄在18-59岁的健康人员。某单位300名职工的年龄分

布情况如图所示，现要从中抽取 30 名职工作为样本了解新冠疫苗的接种情况，则 40 岁以下年龄段应抽取

\_\_\_\_\_人.



14. 已知抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 上一点  $M(1, m)$  ( $m > 0$ ) 到其焦点的距离为 5，则实数  $m$  的值是\_\_\_\_\_

15. 已知点  $P(-2, 2)$ ，直线  $l: (\lambda + 2)x - (\lambda + 1)y - 4\lambda - 6 = 0$ ，则点  $P$  到直线  $l$  的距离的取值范围为\_\_\_\_\_.

16. 阿波罗尼斯是古希腊著名数学家，与欧几里得、阿基米德被称为亚历山大时期数学三巨匠，他对圆锥曲线有深刻而系统的研究，主要研究成果在他的代表作《圆锥曲线》一书，阿波罗尼斯圆是他的研究成果之一，指的是：已知动点  $M$  与两个定点  $A, B$  的距离之比为  $\lambda$  ( $\lambda > 0, \lambda \neq 1$ )，那么点  $M$  的轨迹就是阿波罗尼斯圆.

若已知圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  和点  $A(-\frac{1}{2}, 0)$ ，点  $B(4, 2)$ ， $M$  为圆  $O$  上的动点，则  $2|MA| + |MB|$  的最小值为\_\_\_\_\_

三、解答题：本大题共 6 个小题，第一题 10 分，其余各题 12 分

17. 已知命题  $p$ : 方程  $\frac{x^2}{2m} + \frac{y^2}{1-m} = 1$  表示焦点在  $y$  轴上的椭圆，命题  $q$ : 双曲线  $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{m} = 1$  的离心率

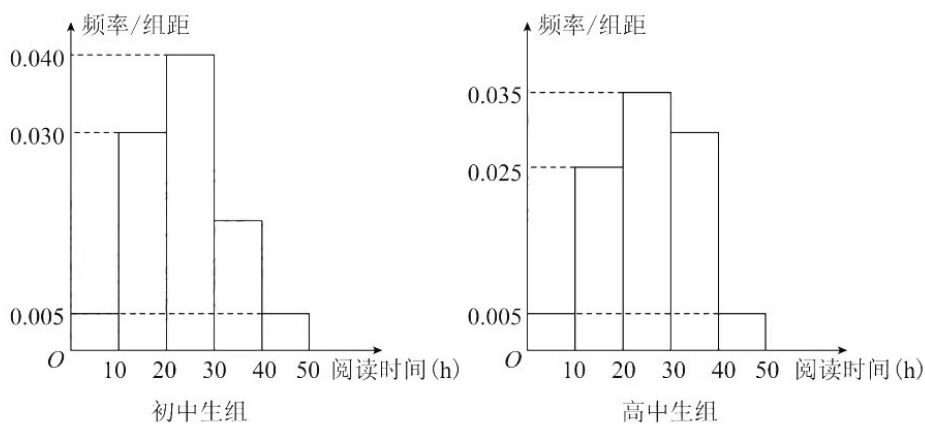
$e \in (1, 2)$ ，若“ $p \wedge q$ ”为假命题，“ $p \vee q$ ”为真命题，求  $m$  的取值范围.

18. 双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一条渐近线为  $y = \sqrt{3}x$ ，且一个焦点到渐近线的距离为  $\sqrt{3}$ .

(1) 求双曲线方程;

(2) 过点  $(0, 1)$  的直线  $l$  与双曲线交于异支两点  $P, Q$ ， $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ ，求点  $M$  的轨迹方程.

19. 某中学有初中学生 1800 人，高中学生 1200 人，为了解全校学生本学期开学以来 (60 天) 的课外阅读时间，学校采用分层抽样方法，从中抽取了 100 名学生进行问卷调查. 将样本中的“初中学生”和“高中学生”按学生的课外阅读时间 (单位: 小时) 各分为 5 组:  $[0, 10)$ ,  $[10, 20)$ ,  $[20, 30)$ ,  $[30, 40)$ ,  $[40, 50]$ ，得其频率分布直方图如图所示.



- (1) 估计全校学生中课外阅读时间在 $[30, 40)$ 小时内的总人数是多少;
- (2) 从课外阅读时间不足10个小时的样本学生中随机抽取3人, 求至少有2个初中生的概率;
- (3) 国家规定: 初中学生平均每人每天课外阅读时间不小于半小时, 若该校初中学生课外阅读时间小于国家标准, 则学校应当增加课外阅读时间. 根据以上抽样调查数据, 该校是否需要增加初中学生课外阅读时间?

20. 现代物流成为继劳动力、自然资源外影响企业生产成本及利润的重要因素. 某企业去年前八个月的物流成本和企业利润的数据(单位: 万元)如表所示:

| 月份       | 1   | 2    | 3   | 4    | 5   | 6    | 7   | 8    |
|----------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| 物流成本 $x$ | 83  | 83.5 | 80  | 86.5 | 89  | 84.5 | 79  | 86.5 |
| 利润 $y$   | 114 | 116  | 106 | 122  | 132 | 114  | $m$ | 132  |

根据最小二乘法公式求得线性回归方程为 $\hat{y} = 3.2x - 151.8$ .

- (1) 若9月份物流成本是90万元, 预测9月份利润;
- (2) 经再次核实后发现8月份真正利润应该为116万元, 重新预测9月份的利润.

附:  $\sum_{i=1}^8 x_i y_i = 78880$ ,  $\sum_{i=1}^8 x_i^2 = 56528$ ,  $\bar{x} = 84$ ,  $\sum_{i=1}^8 (y_i - \bar{y})^2 = 904$ .

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

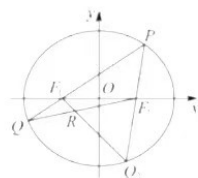
21. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 $F$ , 过点 $P(0, 2)$ 的动直线 $l$ 与抛物线相交于 $A, B$ 两点. 当 $l$ 经过点 $F$ 时, 点 $A$ 恰好为线段 $PF$ 中点.

(1) 求  $p$  的值;

(2) 是否存在定点  $T$ , 使得  $\overrightarrow{TA} \cdot \overrightarrow{TB}$  为常数? 若存在, 求出点  $T$  的坐标及该常数; 若不存在, 说明理由.

22. 已知椭圆  $\Gamma: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 设  $P$  是第一象限内椭圆  $\Gamma$  上一点,  $PF_1, PF_2$  的延

长线分别交椭圆  $\Gamma$  于点  $Q_1, Q_2$ , 直线  $Q_1F_2$  与  $Q_2F_1$  交于点  $R$ .



(1) 当  $PF_2$  垂直于  $x$  轴时, 求直线  $Q_1Q_2$  的方程;

(2) 记  $F_1Q_1R$  与  $F_2Q_2R$  的面积分别为  $S_1, S_2$ , 求  $S_2 - S_1$  的最大值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线