2023年葫芦岛市普通高中高三年级第一次模拟考试
数学

第I卷（选择题，共60分）

一、选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1．已知集合 $A=\{x|-1<x-3\le 2\}$，$B=\{x|3\le x<4\}$，则 $\complement_A B$（　　）

A．$(2,3)\cup(4,5)$　　B．$(2,3]\cup(4,5]$　　C．$(2,3)\cup[4,5]$　　D．$(2,3]\cup[4,5]$

2．i是虚数单位，则 $\left|\dfrac{5-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right|$ 的值为（　　）

A．13　　B．$\sqrt{13}$　　C．5　　D．$\sqrt{5}$

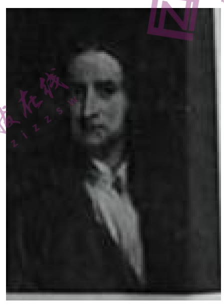
3．若 a，b，c 为实数，且 $a<b$，$c>0$ 则下列不等关系一定成立的是（　　）

A．$a+c<b+c$　　B．$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　C．$ac>bc$　　D．$b-a>c$

4．已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 为平面向量，$\vec{a}=(4,3)$，$2\vec{a}+\vec{b}=(3,18)$，则 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 夹角的余弦值等于（　　）

A．$\dfrac{8}{65}$　　B．$-\dfrac{8}{65}$　　C．$\dfrac{16}{65}$　　D．$-\dfrac{16}{65}$

5．艾萨克•牛顿，英国皇家学会会长，英国著名的物理学家，著有《自燃哲学的数学原理》、《光学》为太阳中心说提供了强有力的理论支持，推动了科学革命．牛顿曾经提出了常温环境下的温度冷却模型：$\theta=\left(\theta_1-\theta_0\right)\mathrm{e}^{-kt}+\theta_0$，其中 t 为时间（单位：min），θ_0 为环境温度，θ_1 为物体初始温度，θ 为冷却后温度），假设在室内温度为20℃的情况下，一桶咖啡由100℃降低到60℃需要20min，则 k 的值为（　　）



A．$\dfrac{\ln 2}{20}$　　B．$\dfrac{\ln 3}{20}$　　C．$-\dfrac{\ln 2}{10}$　　D．$-\dfrac{\ln 3}{10}$

6．$(x+y)(x-2y)^6$ 的展开式中 x^4y^3 的系数为（　　）

A．－80　　B．－100　　C．100　　D．80

7．定义在区间 $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上的函数 $y=2\cos x$ 的图象与 $y=3\tan x$ 的图各的交点为 P，过点 P 作 $P_1P\perp x$ 轴于点 P_1，直线 P_1P 与 $y=\sin x$ 的图象交于点 P_2，则线段 P_1P_2 的长为（　　）

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{2}{3}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{3}{5}$

8．已知函数 $y=\sin(x-1)+1$，$y=\dfrac{x+2}{x-1}$ 在 $[-a+1,a+1](a\in Z$，且 $a>2022)$ 上有 m 个

交点(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_m,y_m)则$(x_1+y_1)+(x_2+y_2)+\cdots+(x_m+y_m)=$（　　）

A．0　　　　　　B．m　　　　　　C．$2m$　　　　　　D．2017

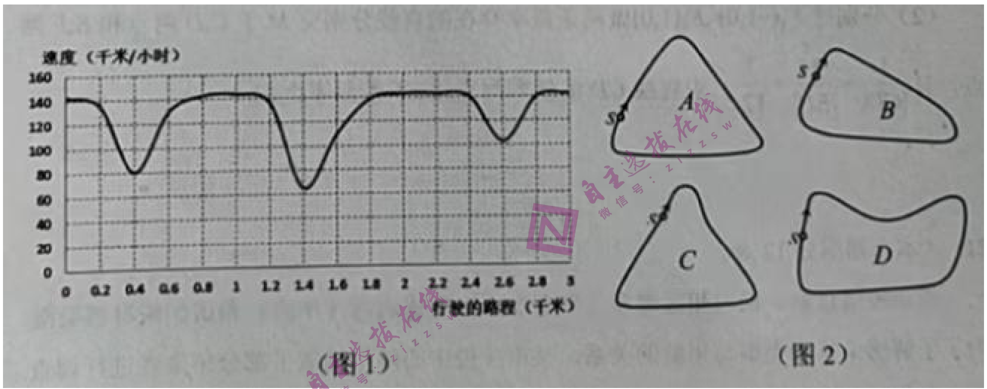
二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错得 0 分．）

9．已知 a，b 为空间中两条不同直线，α，β 为空间中两个不同的平面，则下列命题一定成立的是（　　）

A．$\alpha /\!/ \beta$，$a\subset\alpha$，$b\perp\beta \Rightarrow a\perp b$　　　　B．$\alpha /\!/ \beta$，$a\perp\alpha$，$b\perp\beta \Rightarrow a /\!/ b$

C．$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=a$，$b /\!/ \beta = a /\!/ b$　　　　D．$\alpha\perp\beta$，$a\perp\alpha$，$b\perp\beta \Rightarrow a\perp b$

10．一辆赛车在一个周长为 3km 的封闭跑道上行驶，跑道由几段直道和弯道组成，图 1 反映了赛车在“计时赛”整个第二圈的行驶速度与行驶路程之间的关系．



（图1）　　　　（图2）

结合图 1 图 2，以下四个说法正确的是（　　）

A．在这第二圈的 2.6km 到 2.8km 之间，赛车速度逐渐增加；

B．在整个跑道中，最长的直线路程不超过 0.6km；

C．大约在这第二圈的 0.4km 到 0.6km 之间，赛车开始了那段最长直线路程的行驶；

D．在图 2 的四条曲线（注：S 为初始记录数据位置）中，曲线 B 最能符合赛车的运动轨迹

11．有 3 台车床加工同一型号的零件．第 1 台加工的次品率为 6%，第 2，3 台加工的次品率均为 5%，加工出来的零件混放在一起，已知第 1，2，3 台车床的零件数分别占总数的 25%，30%，45%，则下列选项正确的有（　　）

A．任取一个零件是第 1 台生产出来的次品概率为 0.015

B．任取一个零件是次品的概率为 0.0525

C．如果取到的零件是次品，则是第 2 台车床加工的概率为$\dfrac{2}{7}$

D．如果取到的零件是次品，则是第 3 台车床加工的概率为$\dfrac{2}{7}$

12．设定义在 R 上的函数 $f(x)$，$g(x)$ 满足：①$g(0)=1$；②对任意实数 x_1，x_2 满足 $g(x_1-x_2)=f(x_1)f(x_2)+g(x_1)g(x_2)$；③存在大于零的常数 m，使得 $f(m)=1$，且当 $x\in(0,m)$ 时，$f(x)>0$，$g(x)>0$．则（　　）

A．$g(m)=f(0)=0$　　　　　　B．当 $x\in(0,m)$ 时，$f(x)+g(x)>1$

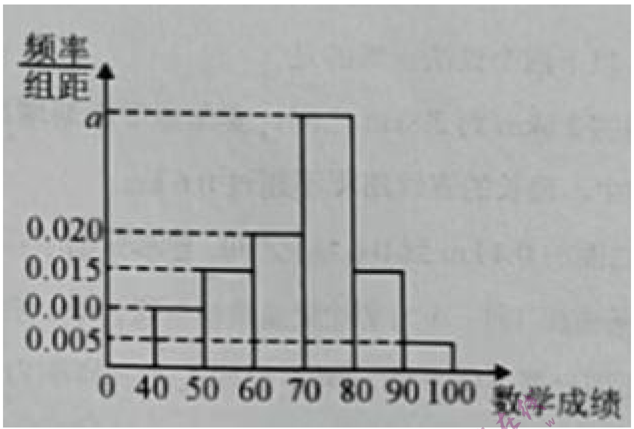
C．函数 $f(x)\,g(x)$ 在 R 上没有最值　　　　D．任取 $x\in R$，$f(m-x)=g(x)$

第 II 卷（非选择题，共 90 分）

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．两空题，第一空 2 分，第二空 3 分）

13．请估计函数 $f\left(x\right)=\frac{6}{x}-\log_2 x$ 零点所在的一个区间______.

14．某校进行了物理学业质量监测考试，将考试成绩进行统计并制成如下频率分布直方图，a 的值为______；考试成绩的中位数为______.



15．设 P 为直线 $3x+4y+3=0$ 上的动点，过点 P 作圆 $C:(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 的两条切线，切点分别为 A，B，则四边形 $PACB$ 的面积的最小值为______.

16．已知双曲线 $M:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，P 为双曲线右支上的一点，Q 为 $\triangle F_1F_2P$ 的内心，且 $2\overrightarrow{QF_1}+3\overrightarrow{QF_2}=4\overrightarrow{PQ}$，则 M 的离心率为______.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分 10 分）

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前项和为 S_n，已知 $a_1+a_2+a_3=9$，$a_2\cdot a_4=21$，等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_2+b_3=\frac{3}{4}$，$b_2b_3b_4=\frac{1}{64}$.

（1）求 S_n；

（2）设 $c_n=\sqrt{S_n}b_n$，求证：$c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n<4$.

18.（本小题满分 12 分）

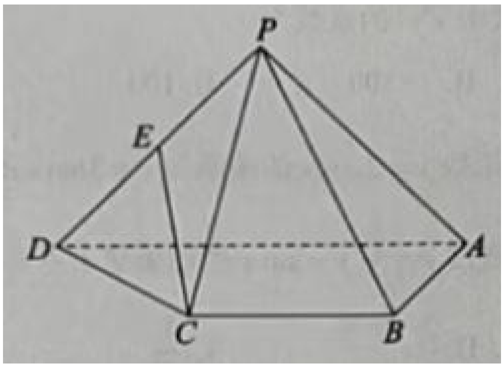
在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．sin（A－B）=sin（A+B）－sin（A+C），角 A 的角平分线交 BC 于点 D，且 b=3，c=6.

（1）求角 A 的大小；

（2）求线段 AD 的长.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB\perp AD$，$PA=PD$，$AB\perp PA$，$AD=4$，$AB=BC=2$．E 为 PD 的中点.



（1）求证：CE // 平面 PAB；

（2）再从条件①，条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：点 D 到平面 PAB 的距离.

条件①：四棱锥 $V_{P-ABCD}=4$；

条件②：直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成的角正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

20.（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系中，已知点 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，直线 PA 与直线 PB 的斜吏乘积为 $-\dfrac{3}{4}$，点 P 的轨迹为 M.

（1）求 M 的方程；

（2）分别过 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$ 做两条斜率存在的直线分别交 M 于 C，D 两点和 E，F 两点，且 $\dfrac{1}{|CD|}+\dfrac{1}{|EF|}=\dfrac{7}{12}$，求直线 CD 的斜软与直线 EF 的斜率之积.

21.（本小题满分 12 分）

新冠疫情过后，国内相继爆发了甲型 H1N1 流感病毒（甲流）和诺如病毒感染潮，为了了解感染病毒类型与年龄的关系，某市疾控中心随机抽取了部分感染者进行调查.

据统计，甲流患者数是诺如病毒感染者人数的 2 倍，在诺如病毒感染者中 60 岁以上患者占 $\dfrac{2}{3}$，在甲流患者中 60 岁以上的人数是其他人数的一半.

（1）若根据卡方检验，有超过 99．5%的把握认为“感染病毒的类型与年龄有关”，则抽取的诺如病毒感染者至少有多少人？

（2）研究发现，针对以上两种病毒比较有效的药物是奥司他韦和抗病毒口服液，并且发现奥司他韦治疗以上两种病毒有效的概率是抗病毒口服液的 2 倍. 现对两种药物进行临床试验，对抗病毒口服液共进行两轮试验，每轮试验中若连续 2 次有效或试验 3 次时，本轮试验结束；对奥司他韦先进行 3 次试验，若至少 2 次有效，则试验结束，否则再进行 3 次试验后方可结束，假定两种药物每次试验是否有效均互相独立，且两种药物的每次试验费用相同. 请结合以上针对两种药物的临床试验方案，估计哪种药物的试验费用较低？

附：$K^2=\dfrac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(a+c\right)\left(c+d\right)\left(b+d\right)}$（其中 $n=a+b+c+d$）

$p\left(K^2\geq k_0\right)$	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

22．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x$， $g(x)=x-1$.

（1） $h(x)=(x+1)f(x)-2g(x)$， $x\in[1,+\infty)$，求 $h(x)$ 的最小值；

（2）设 $\varphi(x)=x^{2}f(x)$

①证明： $\varphi(x)\geq g(x)$；

②若方程 $\varphi(x)=m(m\in R)$ 有两个不同的实数解 x_1， x_2，证明： $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}>\frac{e+1}{1-|x_1-x_2|}$.