

文科数学

注意事项:

1. 本试卷共 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答卷前, 考生务必在答题卡上相应的位置准确填写自己的姓名、准考证号, 并将条形码粘贴在指定位置.
3. 选择题选出答案后, 用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号按要求涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 非选择题用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内.

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x < 0\}$, $B = \{x | x - 1 \geq 0\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $\{x | x > 0\}$ B. $\{x | x \geq 1\}$ C. $\{x | 0 < x \leq 1\}$ D. $\{x | x < 2\}$

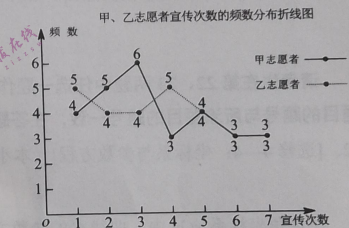
2. 已知复数 $z = \frac{1}{1-i} + 1$, 则复数 z 的虚部为

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}i$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}i$

3. “说文明话、做文明事、做文明人, 树立城市新风尚! 创建文明城市, 你我共同参与!” 为宣传创文精神, 华强实验中学高一(2)班组织了甲乙两名志愿者, 利用一周的时间在街道对市民进行宣传, 将每天宣传的次数绘制成如下频数分布折线图, 则以下说法

不正确的为

- A. 甲的众数小于乙的众数
B. 乙的极差小于甲的极差
C. 甲的方差大于乙的方差
D. 乙的平均数大于甲的平均数



4. 已知向量 $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 记向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 θ , 则 $\cos 2\theta =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

5. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y \leq 0 \\ x - 1 \leq 0 \\ x + y - 1 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = y - x$ 的最小值是

- A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -1

6. 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 -2, 前 n 项为 S_n , 若数列 $\{S_n\}$ 的最大项是第 20 项和第 21 项, 则 $a_{10} =$

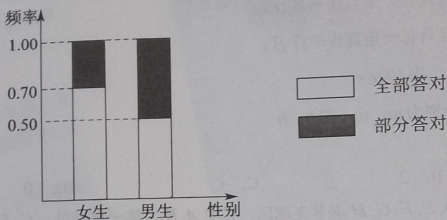
- A. 18 B. 20 C. 22 D. 24

7. 已知 $\sin \alpha - 2 \cos \alpha = 0$, 则 $\frac{\cos 2\alpha}{\sqrt{2} \sin \alpha \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})} =$
- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$
8. 已知平面 α, β, γ , 其中 $\alpha // \beta, \gamma \perp \beta$, 点 A 在平面 γ 内, 有以下四个命题:
- ① 在 γ 内过点 A , 有且只有一条直线垂直 α ;
 ② 在 γ 内过点 A , 有且只有一条直线平行 β ;
 ③ 过点 A 作 γ 的垂线 l , 则 $l // \alpha$;
 ④ γ 与 α, β 的交线分别为 m, n , 则 $m // n$.
- 则真命题的个数为
- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
9. 某足球比赛有 A, B, C, D, E, F, G, H 共 8 支球队, 其中 A, B 为第一档球队, C, D 为第二档球队, E, F 为第三档球队, G, H 为第四档球队, 现将上述 8 支球队分成 2 个小组, 每个小组 4 支球队, 若同一档位的球队不能出现在同一个小组中, 则 A, D, F 被分在同一个小组的概率为
- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{4}$
10. 已知函数 $f(x) = -x + \lg \frac{2-x}{2+x}$, 且 $f(m) + f(2m-1) > 0$, 则实数 m 的取值范围是
- A. $(-\infty, \frac{1}{3})$ B. $(\frac{1}{3}, +\infty)$ C. $(\frac{1}{3}, \frac{3}{2})$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$
11. 已知 A, B 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右顶点, F 是 C 的焦点, 点 P 为 C 的右支上位于第一象限的点, 且 $PF \perp x$ 轴. 若直线 PB 与直线 PA 的斜率之比为 3, 则 C 的离心率为
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3
12. 若 $a = \ln 3 - \ln 2, b = \frac{\ln 2}{\ln 3}, c = \ln 3 \times \ln 2$, 则
- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $b < a < c$
- 二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)
13. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{x}, & x > 0 \\ x - \frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$, 则满足条件“方程 $f(x) = a$ 有三个实数解”的实数 a 的一个值为_____.
14. 曲线 $y = e^x - ax$ 在 $x = 0$ 处的切线与曲线 $y = -x^2$ 只有一个交点, 则 $a =$ _____.
15. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x \cdot \cos 2x + \cos^2 2x - \frac{1}{2}$, 则函数 $f(x)$ 在区间 $(\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3})$ 上共有_____个零点.
16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_{2n}^2 = a_{2n-1} \cdot a_{2n+1}$, $2a_{2n+1} = a_{2n} + a_{2n+2}$, 若 $a_2 = 2a_1 = 2$, 则数列 $\{\frac{1}{a_{2n}}\}$ 的前 50 项和为_____.

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

二十四节气起源于黄河流域, 是古代中国劳动人民长期经验的积累和智慧的结晶. 其中“立冬小雪十一月, 大雪冬至迎新年”就是描述二十四节气农历 11 月和 12 月的节气口诀. 某中学为调查本校学生对二十四节气的了解情况, 组织测试活动, 按照性别分层抽样抽取了 150 名学生进行答题, 其中男生占 60%, 记录其性别和是否全部答对的情况, 得到如图的等高条形图.



- (1) 若该校有 3000 人, 试估计该校对二十四节气的测试活动全部答对的学生人数;
 (2) 完成下面的 2×2 列联表, 判断能否有 95% 的把握认为“是否全部答对”与性别有关?

	完全答对	部分答对	合计
男			
女			
合计			

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.010	0.005
k_0	2.072	2.706	3.841	6.635	7.879

18. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , 满足 $\sin(B-C)=1$, 且 $(b \cos C - c \cos B) \tan A = \sqrt{2}a$.

(1) 求 A 的大小;

(2) 若 $a = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

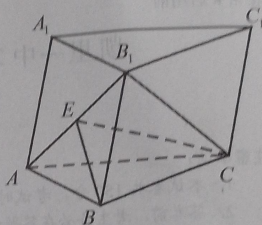
19. (本小题满分 12 分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=BC, AB_1=B_1C$.

(1) 证明: $AC \perp B_1B$;

(2) 若 $AB=BB_1=2, AB_1=\sqrt{6}, \angle ABC=120^\circ$, 点 E 为 AB_1

的中点, 求三棱锥 $C-BB_1E$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长为 4, 上顶点 P 到直线 $l: x+2y-6=0$ 的距离为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 E 的方程;

(2) 直线 $y=kx+\frac{1}{2} (k > 0)$ 与 E 交于 A, B 两点, 直线 PA, PB 分别交直线 l 于 C, D 两点, 求 $|CD|$ 的

最小值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2}x^2 - 2x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 证明: $f(x_1) + f(x_2) + 3 > 0$.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号与所涂题目的题号一致, 在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(t + \frac{1}{t}), \\ y = t^2 + \frac{1}{t^2} - 10 \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

(1) 求 C 的普通方程;

(2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l_1 的极坐标方程为 $\sin \theta - 2 \cos \theta = 0$

直线 l_2 的极坐标方程为 $\rho \sin \theta + 9 \rho \cos \theta + 3 = 0$, 求以 C 与 l_1 、 C 与 l_2 的交点为顶点的多边形的面积.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = 3 - 2|x-1| - |2x+4|$, $g(x) = |x| - 5$.

(1) 求不等式 $f(x) + 5 \geq 0$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \leq g(x+a)$, 求实数 a 的取值范围.