



## 2023 届贵州省六校联盟高考实用性联考卷（三） 文科数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	D	B	B	A	C	B	C	D	B	C

**【解析】**

1. 由  $A = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$  得  $A \cap B = \{x | -1 \leq x \leq 1\} \cap \{x | x > 0\} = \{x | 0 < x \leq 1\}$ , 故选 D.

**【考查目标】** 本题主要考查集合的交集运算, 考查学生数学运算的核心素养.

2.  $z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i} = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ , 故  $\bar{z} = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ , 故选 A.

**【考查目标】** 本题主要考查复数的四则运算和几何意义, 考查学生数学运算的核心素养.

3. 对于 A: 甲同学的体温的极差为  $36.6 - 36.1 = 0.5^\circ\text{C}$ , 故 A 选项正确; 对于 B: 甲同学的体温从低到高依次为  $36.1^\circ\text{C}$ ,  $36.1^\circ\text{C}$ ,  $36.3^\circ\text{C}$ ,  $36.3^\circ\text{C}$ ,  $36.3^\circ\text{C}$ ,  $36.5^\circ\text{C}$ ,  $36.6^\circ\text{C}$ , 故众数为  $36.3^\circ\text{C}$ , 故 B 选项正确; 对于 C: 从折线图上可以看出, 乙同学的体温比甲同学的体温稳定, 故 C 选项正确; 对于 D: 乙同学的体温从低到高依次为  $36.2^\circ\text{C}$ ,  $36.3^\circ\text{C}$ ,  $36.3^\circ\text{C}$ ,  $36.4^\circ\text{C}$ ,  $36.5^\circ\text{C}$ ,  $36.5^\circ\text{C}$ ,  $36.6^\circ\text{C}$ , 故中位数为  $36.4^\circ\text{C}$ , 而平均数也是  $36.4^\circ\text{C}$ , D 选项错误, 故选 D.

**【考查目标】** 本题主要考查统计图形中的样本数字特征, 考查学生逻辑推理和数据分析的核心素养.

4. 假设先执行若干次循环:  $S = 0, k = 1; S = \frac{1}{1 \times 3}, k = 3; S = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5}, k = 5; \dots$ ,

$$S = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9}, k = 9; S = \frac{1}{1 \times 3} + \dots + \frac{1}{9 \times 11} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) = \frac{5}{11}, k = 11, \text{ 结束循环, 再分析选项, 只有 B 符合题意, 故选 B.}$$

**【考查目标】** 本题主要考查程序框图与数列裂项求和, 考查学生数学运算的核心素养.

5. 设圆柱的高为  $h$ , 因为忽略杯壁厚度, 所以酒杯内壁表面积为半球的表面积与圆柱侧面的表面积之和, 即  $\frac{1}{2} \times 4\pi R^2 + 2\pi R \cdot h = 6\pi R^2$ , 解得  $h = 2R$ , 所以圆柱的高和球的半径的比为  $2:1$ , 故选 B.

□ □ ■ □ ■ ■ ■

【考查目标】本题主要考查空间立体几何圆柱与球，考查学生数学抽象与数学运算的核心素养。

6. 当  $n=1$  时,  $a_1=2$ , 当  $n \geq 2$  时,  $\because a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=n^2+n$  ①,  $\because a_1+a_2+a_3+\dots+a_{n-1}=(n-1)^2+n-1=n^2-n$  ②, ①-②得:  $a_n=2n$ , 当  $n=1$  时也成立, 故  $a_2, a_4, a_6, \dots, a_{2n}$  构成首项是  $a_2=4$ , 公差  $d=4$  的等差数列, 所以  $a_2+a_4+a_6+\dots+a_{2n}=4n+\frac{n(n-1)}{2} \times 4=2n^2+2n$ , 故选 A.

【考查目标】本题主要考查等差数列基本量的运算, 考查学生逻辑推理与数学运算的核心素养。

7.  $\because$  函数  $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)$  ( $\omega>0$ ) 的最小正周期为  $\frac{2}{3}\pi$ ,  $\therefore \omega=\frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi}=3$ , 将函数

$f(x)=\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$  的图象向左平移  $\varphi$  ( $\varphi>0$ ) 个单位长度后得到的图象对应的解析式为

$y=\sin\left[3(x+\varphi)+\frac{\pi}{4}\right]$ . 因为其图象经过原点, 所以  $\sin\left(3\varphi+\frac{\pi}{4}\right)=0$ , 所以  $3\varphi+\frac{\pi}{4}=k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ,

解得  $\varphi=\frac{k\pi}{3}-\frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}$ . 又  $\varphi>0$ , 所以  $\varphi$  的最小值为  $\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}$ , 故选 C.

【考查目标】本题主要考查三角函数图象的变换, 考查学生逻辑推理、数学运算的核心素养。

8. 如图 1,  $\sin \angle ADE = \frac{AE}{AD} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ,  $\cos \angle ADE = \frac{DE}{AD} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ , 不妨

设  $AD=4$ , 则  $AE=\sqrt{6}-\sqrt{2}$ ,  $DE=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ ,  $\therefore NE=DE-DN=2\sqrt{2}$ ,

正方形  $ABCD$  的面积  $S_{\square ABCD}=4 \times 4=16$ , 小正方形  $EFMN$  的面积

$S_{\square EFMN}=2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}=8$ , 故所求概率为  $\frac{S_{\square EFMN}}{S_{\square ABCD}}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$ , 故选 B.

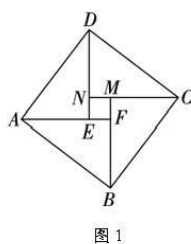


图 1

【考查目标】本题主要考查几何概型, 考查学生逻辑推理和数学运算的核心素养。

9.  $f'(x)=x-(1+a)+\frac{a}{x}=\frac{(x-a)(x-1)}{x}$ , 要使函数在  $f(x)$  在  $x=a$  处取得极小值, 则  $a>1$ , 故选 C.

【考查目标】本题主要考查导数与极值, 考查学生逻辑推理和数学运算的核心素养。

□ □ ■ □ ■ ■ ■

10.  $x^2 - xy + y^2 = 2$  可变形为  $x^2 + y^2 - 2 = xy$ , 因为  $xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$ , 所以  $x^2 + y^2 - 2 \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$ , 解得  $x^2 + y^2 \leq 4$ , 当且仅当  $x = y = \sqrt{2}$  时,  $x^2 + y^2$  取到最大值 4, 故选 D.

【考查目标】本题主要考查不等式的性质, 考查学生逻辑推理与数学运算的核心素养.

11. 不妨设  $|PQ| = 3k$ ,  $|PF_2| = 4k (k > 0)$ , 因为  $P$  在以  $F_1F_2$  为直径的圆上, 所以  $PF_1 \perp PF_2$ , 即  $PQ \perp PF_2$ , 则  $|QF_2| = 5k$ . 因为  $Q$  在  $C$  的左支上, 所以  $|QF_2| + |PF_2| - |PQ| = (|QF_2| - |QF_1|) + (|PF_2| - |PF_1|)$ , 即  $4k + 5k - 3k = 4a$ , 解得  $2a = 3k$ , 则  $|PF_1| - |PF_2| - 2a = 4k - 3k = k$ . 因为  $PF_1 \perp PF_2$ , 所以  $|F_1F_2|^2 = |PF_1|^2 + |PF_2|^2$ , 即  $4c^2 = 17k^2$ , 故  $2c = \sqrt{17}k$ , 所以  $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{17}}{3}$ , 又因为  $c = 1$ ,  $a^2 = \frac{9}{17}$ ,  $b^2 = \frac{8}{17}$ , 双曲线的方程为  $\frac{17x^2}{9} - \frac{17y^2}{8} = 1$ , 故选 B.

【考查目标】本题主要考查双曲线的性质和方程, 考查学生逻辑推理、数学运算和数学建模的核心素养.

12. 问题转化为方程:  $4|x-a| - a = x^2 - 3$  有三个大于 0 的根, 即等价于  $s(x) = 4|x-a| - a$  与  $g(x) = x^2 - 3$  在  $x > 0$  上有三个交点, 如图 2 所示, 显然, 当  $a \leq 0$  时, 不符合题意. 当  $a > 0$  时,

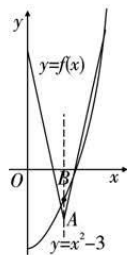


图 2

$s(x) = 4|x-a| - a = \begin{cases} -4x + 3a, & 0 < x \leq a, \\ 4x - 5a, & x > a, \end{cases}$  只需满足  $s(a) < g(a)$  且方程:

$4x - 5a = x^2 - 3 (x > a)$  有两根, 即可 (需验算两根均大于  $a$ , 验算根符合条件的过程略).

$$\begin{cases} -a < a^2 - 3, \\ \Delta = (-4)^2 - 4(5a - 3) > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sqrt{13} - 1}{2} < a < \frac{7}{5}, \text{ 故选 C.}$$

【考查目标】本题主要考查函数的性质综合, 考查学生数学抽象数学运算和数学建模的核心素养.

二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

题号	13	14	15	16
答案	$\frac{\pi}{3}$	2	$\left[ \frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5} \right]$	①③④



【解析】

13. 依题意有  $(2\vec{e}_1 - \vec{e}_2) \cdot \vec{e}_2 = 0$ ,  $2\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 - \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 = 0$ , 解得  $\cos\theta = \frac{1}{2}$ , 故  $\theta = \frac{\pi}{3}$ .

【考查目标】本题主要考查平面向量, 考查学生逻辑推理与数学运算的核心素养.

14.  $\because a_4 = a_1 q^3 = 4$ , 则  $\log_8 a_2 + \log_8 a_3 + \log_8 a_7 = \log_8 (a_2 \cdot a_3 \cdot a_7) = \log_8 (a_1 q^3)^3 = \log_8 64 = 2$ .

【考查目标】本题主要考查等比数列和指、对数运算, 考查学生逻辑推理与数学运算的核心素养.

15. 设点  $M$  的坐标为  $(x, y)$ , 有  $\frac{x^2 + y^2}{(x-4)^2 + y^2} = \frac{1}{9}$ , 整理得  $(x + \frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{9}{4}$ , 所以  $M$  为圆上的

点, 直线  $l: kx - y - k = 0$  过定点  $(1, 0)$ , 点  $(1, 0)$  在圆上, 设  $d$  为圆心  $(-\frac{1}{2}, 0)$  到直线  $l$

的距离, 令  $d = \frac{|\frac{1}{2}k - k|}{\sqrt{1+k^2}} \leq 1$ , 解得  $-\frac{2\sqrt{5}}{5} \leq k \leq \frac{2\sqrt{5}}{5}$ , 故  $k \in [-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}]$ .

【考查目标】本题主要考查直线与圆的位置关系, 考查学生逻辑推理和数学运算的核心素养.

16. ①  $\triangle PAE$  在平面  $CDD_1C_1$  上的投影图形为底为 2 高为 2 的三角形, 故投影图形的面积为定值 2, 故①正确; ②如图 3, 取  $CC_1$  的四等分点  $M$ , 则  $EM \parallel AF$ , 平面  $AEF$  截该正方体所得的截面图形是  $AEMF$ , 为四边形, 故②错误; ③如图, 延长  $FD_1$ , 使得  $FD_1 = D_1N$ , 连接  $EN$  交上底面  $A_1B_1C_1D_1$  于点  $P$ , 则

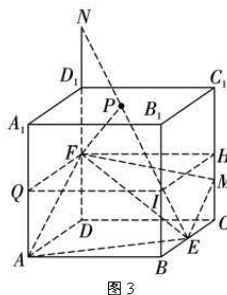


图 3

$|PE| + |PF| = |PE| + |PN| = |EN|$ , 当  $E, P, N$  三点共线时, 其和最小为  $EN$ , 且  $ED = \sqrt{5}$ ,

$ND = 3$ ,  $\therefore EN = \sqrt{ED^2 + ND^2} = \sqrt{14}$ ,  $|PE| + |PF|$  的最小值是  $\sqrt{14}$ , 故③正确; ④如图,

分别取  $AA_1, BB_1, CC_1$  的中点  $Q, I, H$ , 连接  $FQ, QI, IH, HF$ , 易知平面  $FQIH \parallel$  平面  $A_1B_1C_1D_1$ , 所以平面  $A_1B_1C_1D_1$  内  $D_1$  到平面  $AEF$  的距离最小, 故三棱锥  $P-AEF$  体积的最

小值为  $V_{D_1-AEF}$ , 又  $\because V_{D_1-AEF} = V_{D_1-AED} - V_{F-AED} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times (2-1) = \frac{2}{3}$ , 故④正确. 【评

分标准】有错选不得分, 漏选给 2 分, 全对给 5 分.

【考查目标】本题主要考查立体几何综合问题, 考查学生数学抽象、数学建模、逻辑推理与数学运算的核心素养.



三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 分）

解：（1）设工人甲生产的产品重量不低于 80 克的概率为  $P_{甲}$ ，则  $P_{甲} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ ，

工人乙生产的产品重量不低于 80 克的概率为  $P_{乙}$ ，则  $P_{乙} = \frac{9}{20}$ 。

.....（6 分）

（2）根据茎叶图得列联表如下：

	甲	乙	合计
合格	12	17	29
不合格	8	3	11
合计	20	20	40

$$K^2 = \frac{40 \times (12 \times 3 - 17 \times 8)^2}{20 \times 20 \times 11 \times 29} \approx 3.135 > 2.706,$$

故判断有 90% 的把握认为产品是否合格与生产的工人有关。.....（12 分）

【考查目标】本题主要考查茎叶图与独立性检验，考查学生逻辑推理、数学运算与数据分析的核心素养。

18.（本小题满分 12 分）

解：（1） $\because \sin A - \sin 2B = 0 \Rightarrow \sin A = 2 \sin B \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{\sin A}{2 \sin B} = \frac{a}{2b} = \frac{3}{5}$ ，

又  $\because B \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ， $\therefore \sin B = \frac{4}{5}$ ， $\therefore \sin A = 2 \sin B \cos B = \frac{24}{25}$ ，.....（2 分）

又  $\because A \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ， $\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{7}{25}$ ，.....（3 分）

$$\therefore \cos C = -\cos(A+B) = -\cos A \cos B + \sin A \sin B = -\frac{7}{25} \times \frac{3}{5} + \frac{24}{25} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}.$$

.....（6 分）

（2）设  $AM = m$ ， $AN = n$ ，由（1）知  $\cos B = \cos C = \frac{3}{5}$ ， $\therefore c = b = 5$ ，

$$\text{又 } \because S_{\triangle AMN} : S_{\triangle ABC} = 1 : 3, \therefore S_{\triangle AMN} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} mn \sin A = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} bc \sin A \Rightarrow mn = \frac{25}{3},$$

.....（9 分）



$$\therefore MN^2 = m^2 + n^2 - 2mn \cos A \geq 2mn - \frac{14}{25}mn = 12,$$

所以  $MN$  的最小值为  $2\sqrt{3}$ . (12分)

【考查目标】本题主要考查正余弦定理与最值问题，考查学生逻辑推理和数学运算的核心素养.

19. (本小题满分 12 分)

(1) 证明:  $\because$  在图甲中,  $AB \parallel CD \parallel EF$ ,  $AB = 2EF = 4CD = 4$ ,  $AB \perp BC$ ,

$\therefore$  在图乙中有,  $EF \perp FC_1$ ,  $EF \perp BF$ , (1分)

又  $\because FC_1$  与  $BF$  是平面  $BC_1F$  内的交线,

$\therefore EF \perp$  平面  $BC_1F$ ,  $\therefore EF \perp BC_1$ , (3分)

如图 4, 分别过  $D_1$ ,  $E$  作  $D_1M \perp EF$ ,  $EN \perp AB$ , 垂足分别是  $M$ ,  $N$ ,

易知  $MF = C_1D_1 = 1$ ,  $\therefore EM = 1$ ,

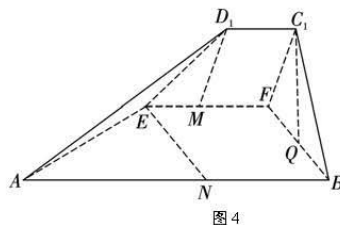
又  $\angle FED_1 = \angle BAE = 45^\circ$ ,  $\therefore C_1F = D_1M = EM = 1$ ,

同理  $\because BF = EN = AN = 2$ , 又  $BC_1 = \sqrt{3}$ ,

$$\therefore C_1F^2 + BC_1^2 = BF^2,$$

$\therefore BC_1 \perp C_1F$ , 又  $EF$  与  $C_1F$  是平面  $C_1D_1EF$  内的交线, (5分)

$\therefore BC_1 \perp$  平面  $C_1D_1EF$ ,  $\therefore BC_1 \perp ED_1$ . (6分)



(2) 解: 由 (1) 知  $AB \perp BC_1$ ,

$$S_{\triangle ABC_1} = \frac{1}{2} \times AB \cdot BC_1 = 2\sqrt{3}, \quad S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times AB \cdot AE \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4,$$

过点  $C_1$  作  $C_1Q \perp BF$ , 垂足为  $Q$ ,

又由 (1) 易知  $C_1Q \perp EF$ ,  $BF$  与  $EF$  是平面  $ABF$  内的交线,

$$\therefore C_1Q \perp \text{平面 } ABF, \quad C_1Q = C_1F \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{由 } V_{E-ABC_1} = V_{C_1-ABE}, \text{ 得 } \frac{1}{3} S_{\triangle ABC_1} \cdot h = \frac{1}{3} S_{\triangle ABE} \cdot C_1Q,$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} h = \frac{4}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 1,$$

$\therefore$  点  $E$  到平面  $ABC_1D_1$  的距离为 1. (12分)

【考查目标】本题主要考查异面直线的垂直的判定、立体几何的体积，考查学生逻辑推理、直观想象与数学运算的核心素养.



20. (本小题满分 12 分)

解: (1) 因为点  $(2, y_0)$  在抛物线  $C: x^2 = 2py (p > 0)$  上, 所以  $y_0 = \frac{2}{p}$ ,

..... (1 分)

由抛物线的性质得:  $\frac{2}{p} + \frac{p}{2} = 2$ , .....

解得  $p = 2$ , 即抛物线  $C$  的方程为  $x^2 = 4y$ . .....

(2) 由题意可设  $D(t, -3)$ ,  $t \neq 0$ ,  $A(x_1, y_1)$ ,

因为  $y = \frac{1}{4}x^2$ , 所以  $y' = \frac{1}{2}x$ , 即  $k_{AD} = \frac{1}{2}x_1$ ,

故  $\frac{y_1 + 3}{x_1 - t} = \frac{1}{2}x_1$ , 整理得  $tx_1 - 2y_1 + 6 = 0$ ,

设点  $B(x_2, y_2)$ , 同理可得  $tx_2 - 2y_2 + 6 = 0$ ,

则直线  $AB$  方程为:  $tx - 2y + 6 = 0$ ,

令  $y = -3$  得  $x = -\frac{12}{t}$ , 即点  $M\left(-\frac{12}{t}, -3\right)$ , .....

因为直线  $NF$  与直线  $AB$  垂直, 所以直线  $NF$  方程为:  $y = -\frac{2}{t}x + 1$ ,

令  $y = -3$  得  $x = 2t$ , 即点  $N(2t, -3)$ , .....

$$\therefore |MN| = 2|t| + \frac{12}{|t|} \geq 4\sqrt{6},$$

当且仅当  $2|t| = \frac{12}{|t|}$  时,  $t^2 = 6$  时上式等号成立, .....

$$\text{联立} \begin{cases} tx - 2y + 6 = 0, \\ x^2 = 4y, \end{cases} \text{得 } x^2 - 2tx - 12 = 0,$$

$\therefore x_1 + x_2 = 2t, x_1 \cdot x_2 = -12, \Delta = 4t^2 + 48 > 0$ , .....

$$|AB| = \sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{4}\right)[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2]} = \sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{4}\right)(4t^2 + 48)} = 6\sqrt{5},$$

..... (11 分)

□ □ ■ □ ■ ■ ■

$$\therefore \frac{|AB|}{|MN|} = \frac{\sqrt{30}}{4}, \dots\dots\dots(12 \text{分})$$

【考查目标】 本题主要考查抛物线的标准方程、直线与抛物线的综合问题，考查学生数学运算的核心素养。

21. (本小题满分 12 分)

(1) 解:  $f'(x) = e^x$ ,  $f(0) = 1$ , 即切点为  $(0, 1)$ , 该点处的斜率  $k = f'(0) = 1$ ,

故切线  $l: y = x + 1$ ,  $\dots\dots\dots(1 \text{分})$

证明除了切点以外  $f(x)$  都在  $l$  的上方,

即证  $e^x \geq x + 1$  恒成立, 当且仅当  $x = 0$  时取等号,

令  $h(x) = e^x - x - 1$ , 则  $h'(x) = e^x - 1$ ,

当  $x \geq 0$  时,  $h'(x) \geq 0$ ,  $h(x)$  单调递增;

当  $x < 0$  时,  $h'(x) < 0$ ,  $h(x)$  单调递减,

$$h(x) \geq h(x)_{\min} = h(0) = 0,$$

故  $e^x \geq x + 1$ , 当且仅当  $x = 0$  时取等号,

$\therefore$  除了切点以外  $f(x)$  都在  $l$  的上方.  $\dots\dots\dots(5 \text{分})$

(2) 证明: 令  $s(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - mx - \cos x$ ,  $s'(x) = e^x - x - m + \sin x$ ,  $\because s(0) = 0$ ,

当  $m \leq 1$  时, 要证  $e^x - \frac{1}{2}x^2 - mx - \cos x \geq 0$ ,

即证  $e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - \cos x \geq 0$ ,

即证  $\left( e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1 \right) + (1 - \cos x) \geq 0$ ,

令  $m(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1$ ,  $t(x) = 1 - \cos x$ ,

$m'(x) = e^x - x - 1$ , 由 (1) 可知  $m'(x) = e^x - x - 1 \geq 0$ ,

故  $m(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1$  在区间  $[0, +\infty)$  上单调递增,





$$\therefore m(x) \geq m(x)_{\min} = m(0) = 0, \therefore m(x) \geq 0,$$

$$\text{显然 } t(x) = 1 - \cos x \geq 0,$$

即  $m(x) + t(x) \geq 0$  在  $x=0$  时取等号成立. .... (12分)

**【考查目标】** 本题主要考查利用导数求切线方程与证明, 考查学生数学抽象、逻辑推理与数学运算的核心素养.

22. (本小题满分 10 分) **【选修 4-4: 坐标系与参数方程】**

解: (1) 直线  $l_1$  的直角坐标方程为  $x+2y-10=0$ ,

$$\text{由题可知 } c = \sqrt{5},$$

$$\text{因为 } \sin \angle OF_1D = \frac{2}{3}, \text{ 所以 } \frac{OD}{DF_1} = \frac{b}{a} = \frac{2}{3},$$

$$\text{又 } a^2 = b^2 + c^2, \text{ 解得 } \begin{cases} a=3, \\ b=2, \end{cases}$$

$$\therefore \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1,$$

则椭圆  $C$  的一个参数方程为  $\begin{cases} x = 3 \cos \varphi, \\ y = 2 \sin \varphi \end{cases}$  ( $\varphi$  为参数). **【答案不唯一, 酌情给分】**

..... (5分)

(2) 已知直线  $l_2: x-2y-z=0$ , 得  $z=x-2y$ ,

因为直线  $l_2$  与椭圆  $C$  有公共点, 设  $M(3 \cos \varphi, 2 \sin \varphi)$  是椭圆  $C$  上的点,

$$\text{则 } z = 3 \cos \varphi - 4 \sin \varphi = -5 \sin(\varphi - \theta) \left( \tan \theta = -\frac{3}{4} \right),$$

因为  $-1 \leq \sin(\varphi - \theta) \leq 1$ , 所以  $z \in [-5, 5]$ ,

又因为直线  $l_2$  不经过第四象限, 所以  $z$  的最大值为 0, 最小值为 -5. .... (10分)

**【考查目标】** 本题主要考查椭圆的参数方程、直线与椭圆的综合问题, 考查学生直观想象与数学运算的核心素养.



23. (本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

解: (1) 由题得,  $f(x) = |x-2| - 2|x-5| = \begin{cases} x-8, & x < 2, \\ 3x-12, & 2 \leq x \leq 5, \\ 8-x, & x > 5, \end{cases}$

则  $y = f(x)$  的图象如图 5,

令  $3x-12=1$ , 解得  $x = \frac{13}{3}$ ; 令  $8-x=1$ , 解得  $x = 7$ ,

由图可知, 不等式  $f(x) > 1$  的解集为  $(\frac{13}{3}, 7)$ .

..... (5 分)

(2) 如图 6, 在同一坐标系中画出  $y = f(x)$  与  $y = 2|x-a|$  的图象,

当点  $A(5, 3)$  在  $y = 2|x-a|$  的图象上时, 代入点  $A(5, 3)$ ,

可得  $3 = 2|5-a|$ , 解得  $a = \frac{7}{2}$  或  $\frac{13}{2}$  (舍去),

当点  $B(8, 0)$  在  $y = 2|x-a|$  的图象上时,

可得  $0 = 2|8-a|$ , 解得  $a = 8$ ,

数形结合可得  $a \leq \frac{7}{2}$  或  $a \geq 8$ ,

即实数  $a$  的取值范围是  $(-\infty, \frac{7}{2}] \cup [8, +\infty)$ .

..... (10 分)

【考查目标】 本题主要考查双绝对值不等式求解和函数图象的应用, 考查学生直观想象与数学运算的核心素养.

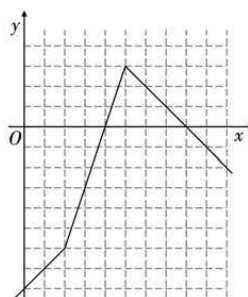


图 5

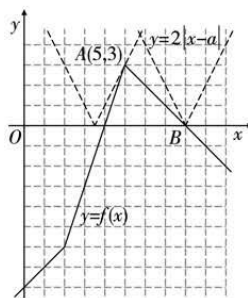


图 6

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

