

三调答案

一、单选题

ACCC BDBA

二、多选题

CD AC ABD BCD

第 II 卷（非选择题）

三、填空题

5 46 $[0, 2\sqrt{2}]$ 4 -15

四、解答题

17.解：(1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ，等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q 。

$$\text{由题意得, } \begin{cases} q^2 + 3 + 3 + d = 12, \\ 3 + 4d - 2q = 3 + 2d. \end{cases}$$

解得 $d = 2$, $q = 2$ 或 $d = -3$, $q = -3$ (舍). 2 分

$$\therefore a_n = 2n + 1, b_n = 2^{n-1}. \quad 4 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 可得 } S_n = \frac{n(3 + 2n + 1)}{2} = n(n + 2).$$

$$\therefore \frac{2}{S_n} = \frac{2}{n(n + 2)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n + 2}. \quad 6 \text{ 分}$$

$$\therefore c_n = \begin{cases} \frac{1}{n} - \frac{1}{n + 2}, & n \text{ 为奇数,} \\ 2^{n-1}, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$$

设数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 P_n ,

$$\begin{aligned} \text{则 } P_{2n} &= (c_1 + c_3 + \cdots + c_{2n-1}) + (c_2 + c_4 + \cdots + c_{2n}) \\ &= \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) + (2^1 + 2^3 + 2^5 + \cdots + 2^{2n-1}) \\ &= 1 - \frac{1}{2n+1} + \frac{2(1 - 2^{2n})}{1 - 2^2} \\ &= \frac{1 - 2^{2n+1}}{3} - \frac{1}{2n+1}. \quad 10 \end{aligned}$$

18.解：(1) 在 $\text{Rt}\triangle PAB$ 中， $\angle APB = 60^\circ$ $PA = 1$ ， $\therefore AB = \sqrt{3}$ (千米) 在 $\text{Rt}\triangle PAC$ 中， $\angle APC = 30^\circ$ ，

$$\therefore AC = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (千米)} \cdots \cdots 3 \text{ 分} \quad \text{在 } \triangle ACB \text{ 中, } \angle CAB = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{30}}{3} \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

$$\frac{\sqrt{30}}{3} \div \frac{1}{6} = 2\sqrt{30} \text{ (千米/时)}$$

$$(2) \angle DAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \sin \angle DCA = \sin(180^\circ - \angle ACB) = \sin \angle$$

$$\angle ACB, \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{30}} = \frac{3}{10} \sqrt{10}$$

$$\sin \angle CDA = \sin(\angle ACB - 30^\circ) = \sin \angle ACB \cdot \cos 30^\circ - \cos \angle ACB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{10} \sqrt{10}.$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3}{10} \sqrt{10}\right)^2} = \frac{(3\sqrt{3} - 1)\sqrt{10}}{20} \cdots \cdots 9 \text{ 分}$$

$$\text{在 } \triangle ACD \text{ 中, 据正弦定理得 } \frac{AD}{\sin \angle DCA} = \frac{AC}{\sin \angle CDA}, \quad \therefore \text{答: 此时船距岛 } A \text{ 为 } \frac{9 + \sqrt{3}}{13} \text{ 千} \\ \text{米} \cdots \cdots 12 \text{ 分}$$

19. 解: (1) 证明: 由 $PF \perp EB$, $PE \perp ED$, $EB \cap ED = E$,

所以 $PE \perp$ 平面 $EBCD$, 又 $BC \subset$ 平面 $EBCD$,

故 $PE \perp BC$, 又 $BC \perp BE$, 故 $BC \perp$ 平面 PEB ,

$EM \subset$ 平面 PEB , 故 $EM \perp BC$,

又等腰三角形 PEB , $EM \perp PB$,

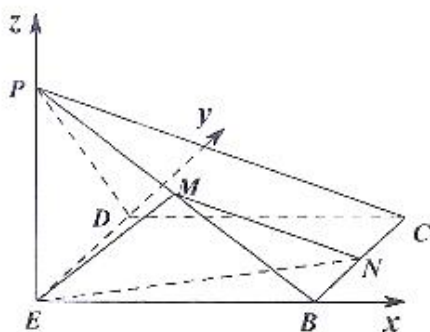
$BC \cap PB = B$, 故 $EM \perp$ 平面 PBC ,

$EM \subset$ 平面 EMN ,

故平面 $EMN \perp$ 平面 PBC ;

$$(2) \text{ 假设存在点 } N, \text{ 使得二面角 } B - EN - M \text{ 的余弦值 } \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

以 E 为原点, $\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EP}$ 分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系,



设 $PE=EB=2$, 设 $N(2, m, 0)$, $B(2, 0, 0)$, $D(0, 2, 0)$,

$P(0, 0, 2)$, $C(2, 2, 0)$, $M(1, 0, 1)$,

$\overrightarrow{EM} = (1, 0, 1)$, $\overrightarrow{EB} = (2, 0, 0)$, $\overrightarrow{EN} = (2, m, 0)$,

设平面 EMN 的法向量为 $\vec{p} = (x, y, z)$,

$$\text{由 } \begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{EM} = x + z = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{EN} = 2x + my = 0 \end{cases}, \text{ 令 } x = m, \text{ 得 } \vec{p} = (m, -2, -m),$$

平面 BEN 的一个法向量为 $\vec{n} = (0, 0, 1)$,

$$\text{故 } |\cos \langle \vec{p}, \vec{n} \rangle| = \frac{|\vec{p} \cdot \vec{n}|}{|\vec{p}| |\vec{n}|} = \frac{|0 + 0 - m|}{\sqrt{m^2 + (-2)^2 + (-m)^2} \times \sqrt{0 + 0 + 1}} = \frac{\sqrt{6}}{6},$$

解得: $m=1$,

故存在 N 为 BC 的中点.

20. (1) 记“甲第一次投篮命中”为 A_1 , “甲第二次投篮命中”为 A_2 , “乙第一次投篮命中”

为 B_1 , “乙第二次投篮命中”为 B_2 , “丙第一次投篮命中”为 C_1 , “丙第二次投篮命中”

为 C_2 . 三人一共投篮 5 次, 则有一人第一次没有投中, 即概率

$$P = P(A_1 \overline{B_1} \overline{C_1}) + P(A_1 \overline{B_1} C_1) + P(\overline{A_1} B_1 C_1),$$

$$P(A_1 \overline{B_1} \overline{C_1}) = P(A_1) P(\overline{B_1}) P(\overline{C_1}) = 0.6 \times 0.5 \times 0.3 = 0.09,$$

$$P(A_1 \overline{B_1} C_1) = P(A_1) P(\overline{B_1}) P(C_1) = 0.6 \times 0.5 \times 0.7 = 0.21,$$

$$P(\overline{A_1}B_1C_1) = P(\overline{A_1})P(B_1)P(C_1) = 0.4 \times 0.5 \times 0.7 = 0.14,$$

$P = 0.09 + 0.21 + 0.14 = 0.44$, 故三人一共投篮 5 次的概率为 0.44.

(2) 甲, 乙, 丙三人得分总和 X 的取值为 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9.

$$P(X=0) = P(\overline{A_1}\overline{B_1}\overline{C_1}) = 0.4 \times 0.5 \times 0.3 = 0.06,$$

$$P(X=1) = P(\overline{A_1}\overline{A_2}B_1\overline{C_1}) + P(\overline{A_1}\overline{B_1}\overline{B_2}C_1) + P(\overline{A_1}\overline{B_1}C_1\overline{C_2}) = 0.108,$$

$$P(X=2) = P(\overline{A_1}\overline{A_2}B_1\overline{B_2}C_1) + P(\overline{A_1}\overline{A_2}\overline{B_1}C_1\overline{C_2}) + P(\overline{A_1}\overline{B_1}\overline{B_2}C_1\overline{C_2}) = 0.0642,$$

$$P(X=3) = P(\overline{A_1}\overline{A_2}B_1\overline{B_2}C_1\overline{C_2}) + P(\overline{A_1}\overline{A_2}\overline{B_1}C_1) + P(\overline{A_1}\overline{B_1}\overline{B_2}C_1) + P(\overline{A_1}\overline{B_1}C_1\overline{C_2}) = 0.1946,$$

$$P(X=9) = P(A_1A_2B_1B_2C_1C_2) = 0.0441.$$

故 $P(X \leq 1) = 0.168$, $P(2 \leq X \leq 3) = 0.2588$, $P(4 \leq X \leq 7) = 0.5291$,

$$P(8 \leq X \leq 9) = 0.0441$$

则该团队获得奖品价值 Y 的期望

$$E(Y) = 0.168 \times 0 + 0.2588 \times 20 + 0.5291 \times 50 + 0.0441 \times 200 = 40.451.$$

21 (1) 由题意知 $A_2(a, 0)$, $A_1(-a, 0)$, $B(0, b)$, 则直线 A_1B 的方程为 $y = \frac{b}{a}x + b$,

$$\text{即 } bx - ay + ab = 0, \text{ 所以点 } A_2 \text{ 到直线 } A_1B \text{ 的距离 } d = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4\sqrt{7}b}{7},$$

$$\text{即 } \frac{b^2}{a^2} = \frac{3}{4}. \quad \textcircled{1}$$

$$\text{又椭圆 } C \text{ 过点 } \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{2} \right), \text{ 所以 } \frac{4}{3a^2} + \frac{2}{b^2} = 1. \quad \textcircled{2}$$

联立①②, 解得 $a^2 = 4$, $b^2 = 3$.



故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

(2) 由 (1) 知 $A_2(2, 0)$, 直线 l 的方程为 $x = -2$.

由题意知直线 A_2P 的斜率存在且不为 0,

设直线 A_2P 的方程为 $x = my + 2 (m \neq 0)$,

$$\text{联立} \begin{cases} x = -2, \\ x = my + 2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = -2, \\ y = -\frac{4}{m}, \end{cases}$$

$$\text{即 } P\left(-2, -\frac{4}{m}\right), Q\left(-2, \frac{4}{m}\right).$$

$$\text{联立} \begin{cases} x = my + 2 (m \neq 0), \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases} \text{消去 } x \text{ 整理得 } (3m^2 + 4)y^2 + 12my = 0,$$

$$\text{解得 } y = 0 \text{ 或 } y = \frac{-12m}{3m^2 + 4}.$$

$$\text{由点 } D \text{ 异于点 } A_2 \text{ 可得 } D\left(\frac{-6m^2 + 8}{3m^2 + 4}, \frac{-12m}{3m^2 + 4}\right),$$

$$\text{所以直线 } DQ \text{ 的方程为 } \left(\frac{-12m}{3m^2 + 4} - \frac{4}{m}\right)(x + 2) - \left(\frac{-6m^2 + 8}{3m^2 + 4} + 2\right)\left(y - \frac{4}{m}\right) = 0,$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 得 } x_E = \frac{-6m^2 + 4}{3m^2 + 2}, \text{ 所以 } |A_2E| = \left|2 - \frac{-6m^2 + 4}{3m^2 + 2}\right| = \frac{12m^2}{3m^2 + 2},$$

$$\text{所以 } \triangle PA_2Q \text{ 与 } \triangle PEQ \text{ 的面积之差为 } S_{\triangle PA_2Q} - S_{\triangle PEQ} = 2S_{\triangle PA_2E}.$$

(利用点的对称关系, 将面积差问题转化为求 $S_{\triangle PA_2E}$)

$$\text{因为 } 2S_{\triangle PA_2E} = 2 \times \frac{1}{2} \cdot \frac{12m^2}{3m^2 + 2} \cdot \left|\frac{-4}{m}\right| = \frac{48|m|}{3m^2 + 2} = \frac{48}{3|m| + \frac{2}{|m|}} \leq 4\sqrt{6},$$



当且仅当 $m = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$ 时取等号.

(在利用基本不等式求最值时, 要特别注意“拆、拼、凑”等技巧)

故当 $\triangle PA_2Q$ 与 $\triangle PEQ$ 的面积之差取得最大值时,

直线 A_2P 的方程为 $3x + \sqrt{6}y - 6 = 0$ 或 $3x - \sqrt{6}y - 6 = 0$

22.

(1) $\because y = f(x) + g(x) = 3x - (a+1)\ln x + x^2 - ax + 4$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

$\therefore y' = 3 - \frac{a+1}{x} + 2x - a \geq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立,

即 $a \leq \frac{2x^2 + 3x - 1}{x+1} = \frac{2(x+1)^2 - (x+1) - 2}{x+1} = 2(x+1) - \frac{2}{x+1} - 1$,

易知 $y = 2(x+1) - \frac{2}{x+1} - 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数.

$\therefore y = 2(x+1) - \frac{2}{x+1} - 1 > 2 - 2 - 1 = -1$,

$\therefore a \leq -1$, 即实数 a 的取值范围是 $(-\infty, -1]$.

(2) 存在, 理由如下.

$y = f(x) - g(x) = 3x - (a+1)\ln x - x^2 + ax - 4$, 设 $h(x) = 3x - (a+1)\ln x - x^2 + ax - 4, x > 0$,

$$\begin{aligned} \therefore h'(x) &= 3 - \frac{a+1}{x} - 2x + a = \frac{-2x^2 + (a+3)x - (a+1)}{x} \\ &= -\frac{2x^2 - (a+3)x + (a+1)}{x} = -\frac{(2x-a-1)(x-1)}{x}, \end{aligned}$$

令 $h'(x) = 0$, 解得 $x = \frac{a+1}{2}$ 或 $x = 1$,

当 $\frac{a+1}{2} \leq 0$, 即 $a \leq -1$ 时, 由 $x \in (0, 1)$, 得 $h'(x) > 0$; 由 $x \in (1, +\infty)$, 得 $h'(x) < 0$,

$\therefore h(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, $\therefore h(x)_{\max} = h(1) = a - 2 = 0$, 解得

$a = 2$ (舍去).

当 $\frac{a+1}{2} > 0$, 即 $a > -1$ 时, $\because$ 函数 $y = f(x) - g(x)$ 的图象与 x 轴相切,



$$\therefore h\left(\frac{a+1}{2}\right) = 0 \text{ 或 } h(1) = 0,$$

由 $h(1) = a - 2 = 0$, 解得 $a = 2$; 当 $h\left(\frac{a+1}{2}\right) = 0$ 时, 可得

$$\frac{3(a+1)}{2} - (a+1)\ln\frac{a+1}{2} - \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 + a \times \frac{a+1}{2} - 4 = 0,$$

设 $\frac{a+1}{2} = t$, 则 $t > 0$, $3t - 2t\ln t - t^2 + (2t-1)t - 4 = 0$, 即 $t^2 + 2t - 2t\ln t - 4 = 0$,

设 $\varphi(t) = t^2 + 2t - 2t\ln t - 4, t > 0$, $\therefore \varphi'(t) = 2t + 2 - 2(1 + \ln t) = 2(t - \ln t)$,

再令 $m(t) = t - \ln t, t > 0$, $\therefore m'(t) = 1 - \frac{1}{t} = \frac{t-1}{t}$,

当 $0 < t < 1$ 时, $m'(t) < 0$, $m(t)$ 单调递减; 当 $t > 1$ 时, $m'(t) > 0$, $m(t)$ 单调递增,

$\therefore m(t) \geq m(1) = 1$, $\therefore \varphi'(t) > 0$, $\therefore \varphi(t)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

$\because \varphi(1) = -1 < 0, \varphi(2) = 4 - 4\ln 2 > 0$,

$\therefore$ 存在 $t_0 \in (1, 2)$, 使得 $\varphi(t_0) = 0$, 即 $\frac{a+1}{2} \in (1, 2)$, 得 $a \in (1, 3)$,

综上所述, 存在实数 $a \in (1, 3)$, 使得函数 $y = f(x) - g(x)$ 的图象与 x 轴相切.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》