

2018年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学 I

1. 已知集合  $A = \{0, 1, 2, 8\}$ ,  $B = \{-1, 1, 6, 8\}$ , 那么  $A \cap B =$  ▲ .
2. 若复数  $z$  满足  $i \cdot z = 1 + 2i$ , 其中  $i$  是虚数单位, 则  $z$  的实部为 ▲ .
3. 已知 5 位裁判给某运动员打出的分数的茎叶图如图所示, 那么这 5 位裁判打出的分数的平均数为 ▲ .



(第3题)

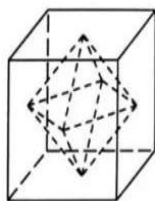
4. 一个算法的伪代码如图所示, 执行此算法, 最后输出的  $S$  的值为 ▲ .

```

I ← 1
S ← 1
While I < 6
    I ← I + 2
    S ← 2S
End While
Print S
    
```

(第4题)

5. 函数  $f(x) = \sqrt{\log_2 x - 1}$  的定义域为 ▲ .
6. 某兴趣小组有 2 名男生和 3 名女生, 现从中任选 2 名学生去参加活动, 则恰好选中 2 名女生的概率为 ▲ .
7. 已知函数  $y = \sin(2x + \varphi)$  ( $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称, 则  $\varphi$  的值是 ▲ .
8. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右焦点  $F(c, 0)$  到一条渐近线的距离为  $\frac{\sqrt{3}}{2}c$ , 则其离心率的值是 ▲ .
9. 函数  $f(x)$  满足  $f(x+4) = f(x)$  ( $x \in \mathbf{R}$ ), 且在区间  $(-2, 2]$  上,  $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & 0 < x \leq 2, \\ |x + \frac{1}{2}|, & -2 < x \leq 0, \end{cases}$  则  $f(f(15))$  的值为 ▲ .
10. 如图所示, 正方体的棱长为 2, 以其所有面的中心为顶点的多面体的体积为 ▲ .

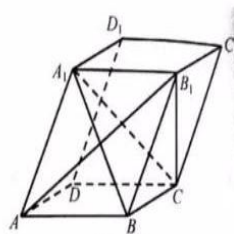


(第10题)

11. 若函数  $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 1 (a \in \mathbf{R})$  在  $(0, +\infty)$  内有且只有一个零点, 则  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上的最大值与最小值的和为     .
12. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A$  为直线  $l: y = 2x$  上在第一象限内的点,  $B(5, 0)$ , 以  $AB$  为直径的圆  $C$  与直线  $l$  交于另一点  $D$ . 若  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ , 则点  $A$  的横坐标为     .
13. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $\angle ABC$  的平分线交  $AC$  与点  $D$ , 且  $BD = 1$ , 则  $4a + c$  的最小值为     .
14. 已知集合  $A = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{N}^*\}$ ,  $B = \{x | x = 2^n, n \in \mathbf{N}^*\}$ . 将  $A \cup B$  的所有元素从小到大依次排列构成一个数列  $\{a_n\}$ . 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 则使得  $S_n > 12a_{n+1}$  成立的  $n$  的最小值为     .
15. 在平行六面体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 = AB, AB_1 \perp B_1C_1$ .

求证: (1)  $AB \parallel$  平面  $A_1B_1C_1$ ;

(2) 平面  $ABB_1A_1 \perp$  平面  $A_1B_1C_1$ .



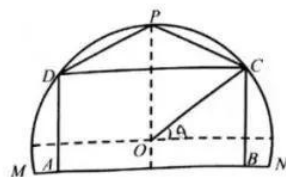
(第15题)

16. 已知  $\alpha, \beta$  为锐角,  $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ ,  $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

- (1) 求  $\cos 2\alpha$  的值;  
(2) 求  $\tan(\alpha - \beta)$  的值.

17. 某农场有一块农田, 如图所示, 它的边界由圆  $O$  的一段圆弧  $MPN$  ( $P$  为此圆弧的中点) 和线段  $MN$  构成. 已知圆  $O$  的半径为 40 米, 点  $P$  到  $MN$  的距离为 50 米. 先规划在此农田上修建两个温室大棚, 大棚 I 内的地块形状为矩形  $ABCD$ , 大棚 II 内的地块形状为  $\triangle CDP$ , 要求  $A, B$  均在线段  $MN$  上,  $C, D$  均在圆弧上. 设  $OC$  与  $MN$  所成的角为  $\theta$ .

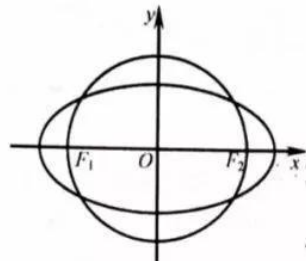
- (1) 用  $\theta$  分别表示矩形  $ABCD$  和  $\triangle CDP$  的面积, 并确定  $\sin \theta$  的取值范围;  
(2) 若大棚 I 内种植甲种蔬菜, 大棚 II 内种植乙种蔬菜, 且甲、乙两种蔬菜的单位面积年产值之比为 4:3. 求当  $\theta$  为何值时, 能使甲、乙两种蔬菜的年总产值最大.



(第17题)

18. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 椭圆  $C$  过点  $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ , 焦点  $F_1(-\sqrt{3}, 0), F_2(\sqrt{3}, 0)$ , 圆  $O$  的直径为  $F_1F_2$ .

- (1) 求椭圆  $C$  及圆  $O$  的方程;
- (2) 设直线  $l$  与圆  $O$  相切于第一象限内的点  $P$ .
  - ①若直线  $l$  与椭圆  $C$  有且只有一个公共点, 求点  $P$  的坐标;
  - ②直线  $l$  与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点. 若  $\triangle OAB$  的面积为  $\frac{2\sqrt{6}}{7}$ , 求直线  $l$  的方程.



(第18题)

19. 记  $f'(x), g'(x)$  分别为函数  $f(x), g(x)$  的导函数. 若存在  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 满足  $f(x_0) = g(x_0)$  且  $f'(x_0) = g'(x_0)$ , 则称  $x_0$  为函数  $f(x)$  与  $g(x)$  的一个“S点”.

- (1) 证明: 函数  $f(x) = x$  与  $g(x) = x^2 + 2x - 2$  不存在“S点”;
  - (2) 若函数  $f(x) = ax^2 - 1$  与  $g(x) = \ln x$  存在“S点”, 求实数  $a$  的值;
  - (3) 已知函数  $f(x) = -x^2 + a$ ,  $g(x) = \frac{be^x}{x}$ . 对任意  $a > 0$ , 判断是否存在  $b > 0$ , 使函数  $f(x)$  与  $g(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  内存在“S点”, 并说明理由.
20. 设  $\{a_n\}$  是首项为  $a_1$ , 公差为  $d$  的等差数列,  $\{b_n\}$  是首项为  $b_1$ , 公比为  $q$  的等比数列.
- (1) 设  $a_1 = 0, b_1 = 1, q = 2$ , 若  $|a_n - b_n| \leq b_1$  对  $n = 1, 2, 3, 4$  均成立, 求  $d$  的取值范围;
  - (2) 若  $a_1 = b_1 > 0, m \in \mathbf{N}^*, q \in (1, \sqrt[3]{2}]$ , 证明: 存在  $d \in \mathbf{R}$ , 使得  $|a_n - b_n| \leq b_1$  对  $n = 2, 3, \dots, m+1$  均成立, 并求  $d$  的取值范围 (用  $b_1, m, q$  表示).

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注