

# 2024届8月质量监测考试

## 数 学

试卷满分:150分 考试时间:120分钟

注意事项:

- 1.答题前,考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内。
- 2.全部答案在答题卡上完成,答在本试卷上无效。
- 3.回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案用0.5mm黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
- 4.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单选题:本题共8小题,每小题5分,共40分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

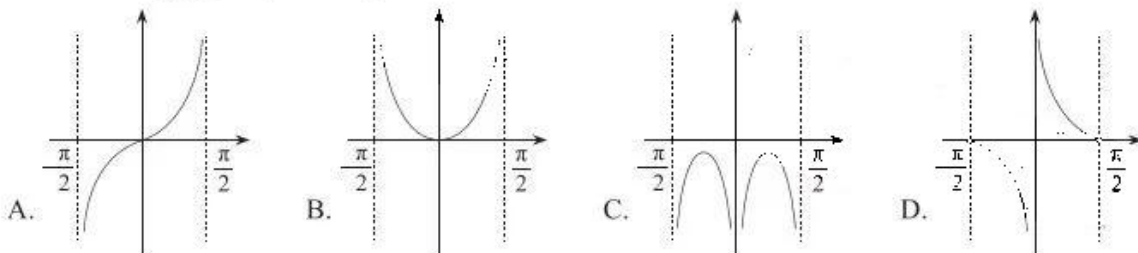
1.复数 $z = 1 - \sqrt{3}i$ ,则以下为实数的是

- A.  $z^2 + 2z$                       B.  $z^2 - 2z$                       C.  $z^2 + 3z$                       D.  $z^2 - 3z$

2.全集 $I = \mathbb{R}$ ,  $M = \{x | x \leq 2\}$ ,  $N = \{x | \log_2 x < 2\}$ ,则 $(\complement_I M) \cap N =$

- A.  $(-\infty, 2]$                       B.  $(0, 2]$                       C.  $(2, 4)$                       D.  $(2, +\infty]$

3.函数 $f(x) = \frac{x}{\cos x}$  ( $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ )的图象是



4.已知函数 $f(x) = \frac{1}{2^x + 1}$ ,则

- A.  $f(x)$ 为奇函数                      B.  $f(x)$ 为偶函数  
C.  $f(x)$ 图象关于 $(0, \frac{1}{2})$ 中心对称                      D.  $f(x)$ 图象关于 $x = \frac{1}{2}$ 轴对称

5. $f(x) = \cos(\omega x + \phi)$ ,两个相邻的零点分别为: $\frac{\pi}{3}, \pi$ ,则以下是 $f(x)$ 对称轴的是

- A.  $-\frac{\pi}{3}$                       B.  $\frac{2\pi}{3}$                       C.  $\frac{5\pi}{6}$                       D.  $\frac{11\pi}{6}$

6.高二1、2、3班各有升旗班同学人数分别为:1、3、3人,现从中任选2人参加升旗,则2人来自不同班的选法种数为

- A. 12                      B. 15                      C. 20                      D. 21

7.圆台 $OO_1$ 轴截面面积为 $3\sqrt{3}$ ,上下底面半径之比为1:2,母线与底面所成角为 $60^\circ$ ,则圆台侧面积为

- A.  $3\sqrt{3}\pi$                       B.  $6\sqrt{3}\pi$                       C.  $6\pi$                       D.  $9\pi$

数学 第1页(共6页)

8. 正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = BC = 2$ , 二面角  $B - A_1C_1 - D$  为  $60^\circ$ , 则直线  $A_1C_1$  与直线  $AB_1$  所成角的余弦值为

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

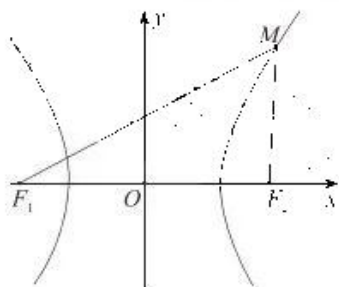
二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错的得 0 分。

9. 教材《必修一》上有结论: 对  $n \in \mathbb{N}^*$  且  $n \geq 2$ ,  $\cos \frac{2\pi}{n} + \cos \frac{4\pi}{n} + \dots + \cos \frac{2n\pi}{n} = 0$ ,  $\sin \frac{2\pi}{n} + \sin \frac{4\pi}{n} + \dots + \sin \frac{2n\pi}{n} = 0$ ; 则

- A.  $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5} = -1$   
 B.  $\sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{4\pi}{5} + \sin \frac{6\pi}{5} + \sin \frac{8\pi}{5} = -1$   
 C.  $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} = -\frac{1}{2}$   
 D.  $\sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{4\pi}{5} = \frac{1}{2}$

10. 双曲线  $E: x^2 - y^2 = 4$  左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 右支上有点  $M$ ,  $\Delta F_1MF_2$  的面积为 4, 则

- A. 双曲线  $E$  的渐近线斜率为  $\pm 1$                       B.  $|MF_1| - |MF_2| = 2$ ;  
 C.  $\angle F_1MF_2 = 90^\circ$                       D.  $\Delta F_1MF_2$  外接圆半径为  $2\sqrt{2}$



11. 平面区域  $\{(x, y) | 0 \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$  被直线  $l: y = (x + 2) \tan \theta (0 < \theta < \pi)$  分成面积相等的两部分, 则

- A.  $\theta = \frac{\pi}{6}$                       B.  $\theta > \frac{\pi}{8}$                       C.  $\sin 2\theta < \frac{\pi}{4}$                       D.  $2\theta + \sin 2\theta = \frac{\pi}{2}$

12.  $\odot Q: (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$  与  $l: y = -x$  交于  $A, B$ ,  $M$  为曲线  $y = \frac{1}{x} (x > 0)$  上的动点, 则

- A.  $M$  到直线  $l$  距离最小值为  $\sqrt{2}$                       B.  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} > 0$   
 C. 存在点  $M$ , 使得  $\Delta MAB$  为等边三角形                      D.  $\vec{MA} \cdot \vec{MB}$  最小值为 1

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知:  $a > b > c > 0$ ,  $A = ab + bc$ ,  $B = ac + b^2$ ,  $C = a^2 + b^2$ , 则  $A, B, C$  大小关系是\_\_\_\_\_.

14. 抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  焦点为  $F$ , 准线上有点  $M(-\frac{p}{2}, 2\sqrt{3})$ ,  $Q$  是抛物线上一点,  $\Delta MQF$  为等边三角形, 则  $Q$  点坐标为\_\_\_\_\_.

15. 函数  $f(x) = \log_a x - 2 \log_{a+2} x$  是  $(0, +\infty)$  上的增函数, 则  $a$  的取值范围\_\_\_\_\_.

16. 数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 a_2 \dots a_n = a_{n+1}$ ,  $a_1 = 2$ ,  $b_n = \log_2 a_n$ , 则  $b_1 + b_2 + \dots + b_{10} =$ \_\_\_\_\_.

四、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分) 数列  $\{a_n\}$ , 满足:  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 6$ , 且数列  $\{a_n - n\}$  为等比数列,

(1) 求  $\{a_n\}$  通项公式;

(2) 设  $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ , 求  $S_n$ .

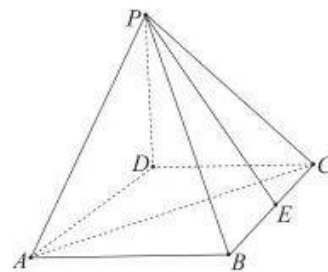
18. (12分) 锐角  $\triangle ABC$  中,  $\cos A = \frac{11}{14}$ ,  $c = 8$ ,  $a = 5$ .

(1) 求  $\angle B$ ;

(2)  $\triangle ABC$  内有点  $M$ ,  $\angle BMC = 90^\circ$ ,  $\angle BMA = 120^\circ$ , 求  $\frac{BM}{MC}$ .

19. (12分) 四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是矩形,  $PD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PD = DC = 2$ ,  $E$  为  $BC$  中点,  $PE \perp AC$ .

- (1) 求  $BC$ ;
- (2) 求二面角  $A-PE-D$  的正弦值.



20. (12分) 已脱贫的西部地区某贫困县, 巩固拓展脱贫攻坚成果, 全面推进乡村振兴, 在国家产业扶贫政策的大力支持下, 利用当地自然条件, 在山上发展果树种植, 现已开始大量结果, 为了普及果树种植技术, 该县举办“果树种植技术知识竞赛”, 竞赛规则如下: 先进行预赛, 预赛共进行四轮答题比赛, 在每轮答题比赛中, 选手可选易, 中, 难三类题中的一题, 答对得分, 答错不得分, 四轮答题中, 易, 中, 难三类题中的每一类题最多选两个, 预赛的四轮答题比赛得分不低于10分的进入决赛, 某选手A答对各题相互独立, 答对每类题的概率及得分如下表:

	容易题	中等题	难题
答对概率	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$
答对得分	3	4	5

- (1) 若选手A前两轮都选择了中等难度题, 且对了一题, 错了一题, 请你为选手A计划后两轮应该怎样选择答题, 使得进入决赛的可能性更大, 并说明理由;
- (2) 选手A四轮答题中, 选择了一个容易题, 两个中等难度题, 一个难题, 已知容易题答对, 记选手A预赛四轮答题比赛得分总和为 $X$ , 求随机变量 $X$ 的分布列和数学期望.

21. (12分) 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左右顶点分别为  $A, B$ ,  $M(\sqrt{2}, 1)$  是椭圆上一点,

$$k_{MA} \cdot k_{MB} = -\frac{1}{2}.$$

(1) 求椭圆方程;

(2) 动直线  $x = m$  交椭圆于  $P, Q$  两点, 求  $\Delta PQM$  面积取最大时的  $m$  的值.

22. (12分)  $f(x) = \ln(e^{ax} + 1) - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{4} - b$  有两个零点  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ .

(1)  $a = 0$  时, 求  $b$  的范围;

(2)  $b = -1$  且  $a < \frac{5}{4}$  时, 求证:  $x_2 - x_1 < 2\sqrt{5 - 4a}$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

