华大新高考联盟2020届高三4月教学质量测评

文科数学参考答案和评分标准

一、选择题

1.【答案】C

【命题意图】主要考查一元二次不等式的解法和集合的运算,考查考生的运算能力.

【解析】因为 $A=\{-3,-1,0,1,3\}$,$B=\{x\leqslant -2$ 或 $x\geqslant 1\}$,

所以 $A\cap B=\{-3,1,3\}$,故选 C.

2.【答案】D

【命题意图】主要考查复数的概念及相关运算,考查考生的运算求解能力.

【解析】因为 $z=1+\frac{1}{i}=1-i$, $\bar{z}=1+i$,所以 $z\cdot\bar{z}=(1-i)(1+i)=2$.故选 D.

3.【答案】A

【命题意图】考查两角和、差正切公式的应用,考查考生的化归转化能力和运算求解能力.

【解析】$\tan\beta=\tan[(\alpha+\beta)-\alpha]=\frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha}{1+\tan(\alpha+\beta)\tan\alpha}=\frac{2-(-1)}{1-2}=-3$.故选 A.

4.【答案】D

【命题意图】主要考查以数学文化为背景的概率问题,考查考生的化归与转化能力、数学建模能力和逻辑推理能力.

【解析】因为$\frac{\frac{1}{2}R^2\cdot\sin\left(\frac{360^\circ}{12}\right)\cdot 12}{\pi R^2}\approx\frac{96}{100}$,所以 $\pi\approx\frac{25}{8}$.故选 D.

5.【答案】C

【命题意图】主要考查对数函数的性质,考查考生的逻辑推理能力和运算求解能力.

【解析】因为 $x=\lg 2<1$,$y=\ln 3>1$,$z=\log_2 3>1$,所以 x 最小.

又因为 $y=\frac{\lg 3}{\lg e}$,$z=\frac{\lg 3}{\lg 2}$,所以 $y<z$,所以 $x<y<z$.故选 C.

6.【答案】B

【命题意图】主要考查程序框图有关知识,考查考生的逻辑推理能力.

【解析】当 $x=-2\Rightarrow y=0$;$x=-2+1=-1\Rightarrow y=-1$;$x=-1+1=0\Rightarrow y=0$;$x=0+1=1\Rightarrow y=3$;$x=1+1=2\Rightarrow y=8$;$x=2+1=3$,退出循环,

所以 $A=\{0,-1,3,8\}$,故选 B.

7.【答案】A

【命题意图】主要考查椭圆的标准方程及几何性质和充要条件,考查考生的逻辑推理能力和分类讨论思想.

【解析】当 $m=4$,所以 $a=2$,$c=\sqrt{4-3}=1$,所以 $e=\frac{1}{2}$,所以 $m=4$ 是 $e=\frac{1}{2}$的充分条件.

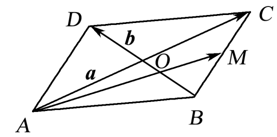
当 $e=\frac{1}{2}$,若焦点在 x 轴上,则$\frac{\sqrt{m-3}}{\sqrt{m}}=\frac{1}{2}$,所以 $m=4$;

若焦点在 y 轴上,则$\frac{\sqrt{3-m}}{\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$,所以 $m=\frac{9}{4}$,

所以 $m=4$ 不是 $e=\frac{1}{2}$的必要条件.故选 A.

8.【答案】D

【命题意图】考查向量的加、减、数乘运算，考查考生的化归与转化能力和数形结合的思想.



【解析】因为$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$，

所以$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{4}\boldsymbol{b}+\frac{1}{4}\boldsymbol{a}$，所以$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}+\frac{1}{4}\boldsymbol{a}=\frac{3}{4}\boldsymbol{a}-\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$.

故选 D.

9.【答案】A

【命题意图】主要考查函数的性质与图象，考查考生的化归与转化能力和数形结合能力，以及逻辑推理、直观想象和数学运算.

【解析】因为 $f(x)+g(x)=2e^{x}\cos x$，所以 $f(-x)+g(-x)=2e^{-x}\cos(-x)$，

即$-f(x)+g(x)=2e^{-x}\cos(x)$，所以 $f(x)-g(x)=-\frac{2\cos x}{e^{x}}$.

因为 $y=-\frac{2\cos x}{e^{x}}$，当 $x=0.01$ 时，$y<0$，所以 C，D 错误.

又 $y'=\frac{2(\sin x+\cos x)}{e^{x}}=\frac{2\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{e^{x}}$，所以 $x=-\frac{\pi}{4}$为极值点，即 B 错误.故选 A.

10.【答案】A

【命题意图】考查三角函数的图象及性质，考查考生的化归与转化能力、数形结合能力、逻辑推理能力与直观想象.

【解析】依题意 $f(x)=2\cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{4}\right]-1=2\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)-1$，显然①错.

令 $f(x)=0$，即 $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$，$x\in(-\pi,\pi)$，所以$-\frac{9\pi}{4}<2x-\frac{\pi}{4}<\frac{7\pi}{4}$，由 $y=\cos x$ 的图象知②正确.

因为$\frac{3\pi}{8}<x<\frac{7\pi}{8}$，所以$\frac{\pi}{2}<2x-\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{2}$，显然③错.

对于④，因为 $f\left(\frac{5\pi}{8}\right)=2\cos\pi-1=-3$，所以 $f(x)$关于 $x=\frac{5\pi}{8}$对称，所以 $f\left(\frac{3\pi}{8}-x\right)=f\left(x+\frac{7\pi}{8}\right)$，④正确.

故选 A.

11.【答案】C

【命题意图】考查余弦定理、三角形面积公式、二倍角公式和均值不等式，考查考生的化归与转化能力、数形结合能力和运算求解能力.

【解析】因为 $\sin\frac{B}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\cos B=1-2\sin^{2}\frac{B}{2}=\frac{1}{3}$，$\sin B=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

又因为$\frac{1}{2}ac\sin B=2\sqrt{2}$，所以 $ac=6$，

所以 $b^{2}=a^{2}+c^{2}-2ac\cos B=(a-c)^{2}+\frac{4}{3}ac=(a-c)^{2}+8$，

所以$\frac{b^{2}}{|a-c|}=|a-c|+\frac{8}{|a-c|}\geqslant 2\sqrt{8}=4\sqrt{2}$.

当且仅当$|a-c|=2\sqrt{2}$，即 $a=3\sqrt{2}$，$c=\sqrt{2}$时取“=”，故选 C.

12.【答案】A

【命题意图】考查三角函数的单调性,利用导数判断函数的单调性,考查考生的化归与转化能力,处理数据能力,以及应用意识.

【解析】设 $a=\frac{1}{3}\sin\frac{1}{2}$,$b=\frac{1}{2}\sin\frac{1}{3}$,$c=\frac{1}{2}\cos\frac{7}{8}$,所以 $6a=2\sin\frac{1}{2}$,$6b=3\sin\frac{1}{3}$,$6c=3\cos\frac{7}{8}$.

因为$\frac{7}{8}<\frac{\pi}{3}$,所以 $3\cos\frac{7}{8}>3\cos\frac{\pi}{3}=\frac{3}{2}$.

又$\frac{1}{2}<\frac{\pi}{6}$,$\frac{1}{3}<\frac{\pi}{6}$,所以 $2\sin\frac{1}{2}<2\sin\frac{\pi}{6}=1$,$3\sin\frac{1}{3}<3\sin\frac{\pi}{6}=\frac{3}{2}$,

所以 c 最大,否定 B,D.

设 $f(x)=\frac{\sin x}{x}$,$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,$f'(x)=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$,

令 $g(x)=x\cos x-\sin x$,$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,$g'(x)=-x\sin x<0$,

所以 $g(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上为减函数,所以 $g(x)<g(0)=0$,即 $f'(x)<0$,所以 $f(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上为减函数.

所以 $f\left(\frac{1}{3}\right)>f\left(\frac{1}{2}\right)$,即$\frac{\sin\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}>\frac{\sin\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$,所以 $3\sin\frac{1}{3}>2\sin\frac{1}{2}$,所以 $b>a$,故选 A.

二、填空题

13.【答案】$-\frac{3}{4}$.

【命题意图】考查分段函数,指数和对数的运算,考查考生的运算求解能力和逻辑推理能力.

【解析】因为 $f\left(\frac{1}{3}\right)=-1+\log_3\frac{1}{3}=-2$,所以 $f\left[f\left(\frac{1}{3}\right)\right]=f(-2)=2^{-2}-1=-\frac{3}{4}$.

14.【答案】0.21.

【命题意图】主要考查互斥事件的概率,考查考生的化归能力、数学建模能力和运算求解能力.

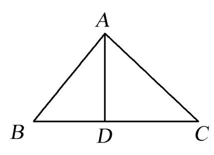
【解析】设抽到一等品、二等品、三等品的事件分别为 A,B,C.

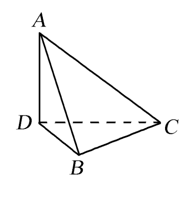
则$\begin{cases}P(A)+P(B)=0.86,\\P(B)+P(C)=0.35,\\P(A)+P(B)+P(C)=1,\end{cases}$ 解得 $P(B)=0.21$.

15.【答案】6π.

【命题意图】考查平面图形折叠中的线面关系以及球体,考查考生的空间想象能力、转化与化归能力、运算求解能力.

【解析】沿 AD 折叠后使$\triangle ABC$ 成等边三角形,即折叠后 $BC=2$.





易得 $AD=BD=CD=\sqrt{2}$.

而 $BD^2+CD^2=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2=4=BC^2$,所以 $BD\perp CD$.

又 $AD\perp BD$,$AD\perp CD$,以 A,D,B,C 为顶点构造正方体,设三棱锥 A-BCD 的外接球的半径为 R,则$(2R)^2=DA^2+DB^2+DC^2=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2=6$,

解得 $R^2=\frac{3}{2}$.

所以三棱锥 A-BCD 的外接球的表面积 $S=4\pi R^2=6\pi$.

16.【答案】$\frac{\sqrt{85}}{5}$.

【命题意图】主要考查双曲线的定义及几何性质，考查考生的运算求解能力、划归转化能力和数形结合能力.

【解析】$|AF_2|=\frac{3}{4}|BF_2|$，设$|BF_2|=4m$，则$|AF_2|=3m$，

因为$AF_2\perp BF_2$，所以$|AB|=5m$.

由双曲线定义得$\begin{cases}3m-|AF_1|=2a,\\5m+|AF_1|-4m=2a,\end{cases}$解得$\begin{cases}m=a,\\|AF_1|=a.\end{cases}$

在直角$\triangle ABF_2$中，$\cos\angle BAF_2=\frac{3a}{5a}=\frac{3}{5}$.

在$\triangle AF_1F_2$中，$(2c)^2=a^2+(3a)^2-2a\cdot(3a)\cdot\cos(\pi-\angle BAF_2)$，

所以$c^2=\frac{17}{5}a^2$，所以$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{85}}{5}$.

三、解答题

17.【命题意图】主要考查频率分布直方图、用样本估计总体、古典概型等，考查考生的数据处理能力、数学建模能力和运算求解能力.

【解析】(1)男生自主学习不超过40分钟的人数：$0.002\,5\times40\times1\,500=150$人，…………………… 2分

女生自主学习不超过40分钟的人数：$0.001\,25\times40\times1\,500=75$人，…………………… 4分

所以估计全区高三学生网上学习时间不超过40分钟的人数为225人. …………………… 6分

(2)在80名学生中，男生网上学习不超过40分钟的人数：$40\times0.002\,5\times40=4$人，

女生网上学习不超过40分钟的人数：$40\times0.001\,25\times40=2$人，

所以选4名男生，2名女生. …………………… 7分

4名男生设为a_1,a_2,a_3,a_4，2名女生设为b_1,b_2，任选2人有：$a_1a_2,a_1a_3,a_1a_4,a_2a_3,a_2a_4,a_3a_4,b_1b_2,a_1b_1,a_2b_1,a_3b_1,a_4b_1,b_2a_1,b_2a_2,b_2a_3,b_2a_4$，共15种. …………………… 10分

所以至少有一名男生的概率$P=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$. …………………… 12分

18.【命题意图】考查等比数列通项公式及前n项和公式的应用，考查考生的运算求解能力，化归与转化能力.

【解析】(1)由$a_4-a_1=7$，显然公比$q\neq1$.

$\begin{cases}a_1q^3-a_1=7, & ①\\ \frac{a_1(1-q^3)}{1-q}=7, & ②\end{cases}$ …………………… 2分

由①÷②得$q-1=1$，所以$q=2$，…………………… 4分

代入①得$a_1=1$，…………………… 5分

所以$a_n=2^{n-1}$. …………………… 6分

(2)因为$b_n=\begin{cases}2^{n-1}, & n\text{ 为偶数},\\ n-1, & n\text{ 为奇数},\end{cases}$ …………………… 7分

所以$T_{2n}=b_1+b_2+\cdots+b_{2n}=b_1+b_3+\cdots+b_{2n-1}+b_2+b_4+\cdots+b_{2n}$

$=(0+2+4+\cdots+2n-2)+(2+2^3+\cdots+2^{2n-1})$ …………………… 9分

$=\frac{(2n-2)n}{2}+\frac{2(1-4^n)}{1-4}$ …………………… 11分

$=\frac{1}{3}\cdot2^{2n+1}+n^2-n-\frac{2}{3}$. …………………… 12分

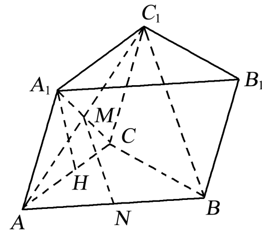
19.【命题意图】主要考查空间线面平行、线面垂直、面面垂直、椎体体积求法，考查考生的空间想象能力、推理论证能力和运算求解能力.

【解析】(1)连 AC_1，BC_1，

因为 ACC_1A_1 为菱形，点 M 为 A_1C 的中点，所以 $AC_1\cap A_1C=M$. ········ 1 分

又点 M 为 AC_1 的中点，点 N 为 AB 中点，所以 $MN\parallel BC_1$. ········ 4 分

而 $BC_1\subset$平面 BCC_1B_1，$MN\not\subset$平面 BCC_1B_1， ········ 5 分



所以 $MN\parallel$平面 BCC_1B_1. ········ 6 分

(2)∵侧面 ACC_1A_1 为菱形，$\angle A_1AC=60°$，

∴$\triangle AA_1C$ 为等边三角形，$AA_1=A_1C=AC=2$.

取 AC 的中点 H，连 A_1H，则 $A_1H\perp AC$. ········ 7 分

又∵平面 $ACC_1A_1\perp$平面 ABC，

∴$A_1H\perp$平面 ABC，∴$A_1H\perp BC$. ········ 8 分

而 CBB_1C_1 为正方形，∴$BC\perp CC_1$.

又 $AA_1\parallel CC_1$，∴$BC\perp AA_1$，

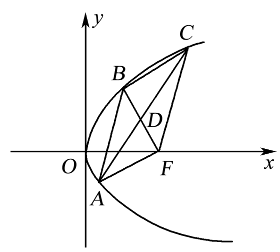
又 $AA_1\cap A_1H=A_1$，∴$BC\perp$平面 ACC_1A_1. ········ 10 分

又$\triangle AA_1C_1$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin120°=\sqrt{3}$. ········ 11 分

∴$V_{A_1-ABC_1}=V_{B-A_1AC_1}=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times2=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. ········ 12 分

20.【命题意图】考查抛物线的定义及标准方程、抛物线的性质、直线与抛物线的位置关系，考查考生的运算求解能力、化归与转化能力和分析问题与解决问题的能力.

【解析】(1)依题意 $x_B=1$， ········ 1 分



由抛物线定义 $1+\frac{p}{2}=5$，所以 $p=8$. ········ 3 分

所以抛物线方程为 $y^2=16x$. ········ 4 分

(2)(方法一)设直线 AC：$x=ty+m$，

设 $A(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，$B(x_0,y_0)$，$F(4,0)$，

所以$\overrightarrow{FA}=(x_1-4,y_1)$，$\overrightarrow{FB}=(x_0-4,y_0)$，$\overrightarrow{FC}=(x_2-4,y_2)$，

依题意$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{FB}$， ········ 5 分

所以$\begin{cases}x_1-4+x_2-4=x_0-4,\\y_1+y_2=y_0,\end{cases}$即$\begin{cases}x_0=x_1+x_2-4,\\y_0=y_1+y_2,\end{cases}$ ········ 6 分

联立$\begin{cases}x=ty+m,\\y^2=16x,\end{cases}$得 $y^2-16ty-16m=0$，

所以 $\Delta=(16t)^2+4\times16m>0$，即 $4t^2+m>0$，$y_1+y_2=16t$，$y_1y_2=-16m$， ········ 7 分

所以 $x_1+x_2=ty_1+m+ty_2+m=t\times(16t)+2m=16t^2+2m$. ········ 8 分

所以$\begin{cases}x_0=16t^2+2m-4,\\y_0=16t,\end{cases}$而 $y_0^2=16x_0$， ········ 9 分

所以$(16t)^2=16(16t^2+2m-4)$，所以 $m=2$.即直线 AC：$x=ty+2$， ········ 10 分

令 $y=0$，则 $x=2$， ········ 11 分

所以直线 AC 恒过定点$(2,0)$. ········ 12 分

(方法二)设 $A(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，$B\left(\frac{y_0^2}{16},y_0\right)$，则 BF 中点为 $D\left(\frac{\frac{y_0^2}{16}+4}{2},\frac{y_0}{2}\right)$， ········ 5 分

所以$\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{y_0}{2}$,即 $y_1+y_2=y_0$.又 $y_1^2=16x_1$,$y_2^2=16x_2$,所以 $y_1^2-y_2^2=16(x_1-x_2)$.

当 $x_1\neq x_2$ 时,$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot(y_1+y_2)=16$,所以 $k_{AC}=\frac{16}{y_0}$,…………………………………………………… 8 分

所以直线 AC:$y-\frac{y_0}{2}=\frac{16}{y_0}\left(x-\frac{y_0^2+64}{32}\right)$,即 $y=\frac{16}{y_0}(x-2)$,

令 $x=2$,则 $y=0$,所以直线 AC 过定点$(2,0)$. …………………………………………………… 10 分

当 $x_1=x_2$ 时,根据抛物线对称性,四边形 $ABCF$ 为菱形,所以直线 AC:$x=2$,所以过定点$(2,0)$. ……

…… 11 分

综上直线 AC 恒过定点$(2,0)$. ……………………………………………………………………… 12 分

21.【命题意图】主要考查曲线的切线、函数的单调性与极值、函数导数的综合应用,考查考生的推理论证能力、抽象概括能力,考查化归与转化思想和分类讨论思想.

【解析】(1)若 $a=1$,则 $f(x)=x^2+2\cos x-2$,$f'(x)=2x-2\sin x$,斜率 $k=f'(\pi)=2\pi$. …………… 2 分

又 $f(\pi)=\pi^2+2\cos\pi-2=\pi^2-4$,所以切线方程为 $y-\pi^2+4=2\pi(x-\pi)$,即 $2\pi x-y-\pi^2-4=0$. …… 4 分

(2)因为 $f(-x)=f(x)$,所以 $f(x)$为偶函数.因为 $f(x)\geqslant 0$,所以当 $x\geqslant 0$ 时,$f(x)\geqslant 0$, ………… 5 分

因为 $f'(x)=2ax-2\sin x$,$x\geqslant 0$, ………………………………………………………………… 6 分

令 $g(x)=2ax-2\sin x$,则 $g'(x)=2a-2\cos x=2(a-\cos x)$. ………………………………………… 7 分

①当 $a\geqslant 1$ 时,$g'(x)\geqslant 0$,所以 $g(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增,所以 $g(x)\geqslant g(0)=0$,

即 $f'(x)\geqslant 0$,所以 $f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增,所以 $f(x)\geqslant f(0)=0$,满足条件. ……………… 8 分

②当 $a\leqslant 0$ 时,$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi^2}{4}\cdot a-2<0$,显然不满足条件. …………………………………… 9 分

③当 $0<a<1$ 时,若 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,令 $g'(x)=0$,则 $\cos x_0=a$,

所以存在 x_0 使得当 $x\in(0,x_0)$,$g'(x)<0$,

所以 $g(x)$在$(0,x_0)$上单调递减,即 $g(x)<g(0)=0$,即 $f'(x)<0$,

所以 $f(x)$在$(0,x_0)$上单调递减,所以 $f(x)<f(0)=0$,所以不满足条件. ………………………… 11 分

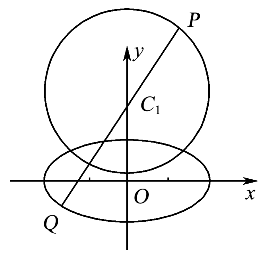
综上,a 的取值范围是$[1,+\infty)$. ………………………………………………………………… 12 分

22.【命题意图】主要考查圆与椭圆的参数方程和椭圆的极坐标方程,考查考生的数形结合能力、化归与转化能力和运算求解能力.

【解析】(1)曲线 C_1:$x^2+(y-2)^2=\frac{21}{9}\cos^2\theta+\frac{21}{9}\sin^2\theta$,即 $x^2+(y-2)^2=\frac{7}{3}$. ………………………… 2 分

曲线 C_2:$5\rho^2-3\rho^2\cos 2\alpha=8$,即 $5\rho^2-3\rho^2(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=8$,

所以 $5(x^2+y^2)-3(x^2-y^2)=8$,即$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ………………………………… 5 分



(2)设 $Q(2\cos\alpha,\sin\alpha)$,$C_1(0,2)$.

$|C_1Q|^2=(2\cos\alpha-0)^2+(\sin\alpha-2)^2=4-4\sin^2\alpha+\sin^2\alpha-4\sin\alpha+4$

$=-3\sin^2\alpha-4\sin\alpha+8=-3\left(\sin\alpha+\frac{2}{3}\right)^2+\frac{28}{3}$. ……………………… 8 分

当 $\sin\alpha=-\frac{2}{3}$时,$|C_1Q|_{\max}=\sqrt{\frac{28}{3}}=\frac{2\sqrt{21}}{3}$, ……………………………………………………… 9 分

所以$|PQ|_{\max}=\frac{2\sqrt{21}}{3}+\frac{\sqrt{21}}{3}=\sqrt{21}$.即$|PQ|$的最大值为$\sqrt{21}$. ……………………………………… 10 分

23.【命题意图】主要考查利用综合法和基本不等式求最值以及证明不等式.考查考生的推理论证能力和运算求解能力.

【解析】(1)因为 a,b,c 为正数,且 $a+b+c=1$,

所以$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{c}=\frac{a+b+c}{a+b}+\frac{a+b+c}{c}=1+\frac{c}{a+b}+\frac{a+b}{c}+1\geqslant 2+2\sqrt{\frac{c}{a+b}\cdot\frac{a+b}{c}}=4$.

当且仅当 $a+b=c$ 时取"$=$",所以$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{c}$的最小值为 4. ………………………………………… 6 分

(2)$a^4+b^4+c^4=\frac{1}{2}(a^4+b^4+b^4+c^4+a^4+c^4)\geqslant\frac{1}{2}(2a^2b^2+2b^2c^2+2a^2c^2)$.

当且仅当 $a=b=c=\frac{1}{3}$时等号成立. ………………………………………………………… 7 分

$\frac{1}{2}(2a^2b^2+2b^2c^2+2a^2c^2)=\frac{1}{2}(a^2b^2+b^2c^2+a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2+a^2c^2)$

$\geqslant\frac{1}{2}(2ab^2c+2a^2bc+2abc^2)=abc(b+a+c)=abc$.

当且仅当 $a=b=c=\frac{1}{3}$时等号成立. ………………………………………………………… 8 分

所以 $a^4+b^4+c^4\geqslant abc$.当且仅当 $a=b=c=\frac{1}{3}$时等号成立. ……………………………… 10 分