自主选拔在线
www.zizzs.com
专注中学拔尖人才培养

2021 届高中毕业班考前热身联合考试

理科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。微信搜《高三试卷答案公众号》
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid\sqrt{x+3}>2\}$,$B=\{y\mid y=x^2+2\}$,则

A. $\complement_U A\subseteq\complement_U B$　　B. $A\subseteq\complement_U B$　　C. $A\cup B=U$　　D. $(\complement_U A)\cup B=U$

2. 若在复平面内,复数 $4-3\mathrm{i}$, $-1-3\mathrm{i}$, $3+\mathrm{i}$ 所对应的点分别为 A,B,C,则 $\triangle ABC$ 的面积为

A. 12　　B. 10　　C. 8　　D. 6

3. 国家统计局 2021 年 1 月的统计数据显示,我国 2010—2019 年未成年人犯罪人数所占比重如图所示,则下列说法不一定正确的是

A. 我国 2010—2018 年未成年人犯罪比重持续下降

B. 与 2010 年相比,2019 年未成年人犯罪比重下降 4.19 个百分点

C. 2019 年我国未成年人犯罪的人数多于 2018 年我国未成年人犯罪的人数

D. 2010—2019 年我国未成年人犯罪人数所占比重的中位数为 3.91%

4. 已知声音强弱的等级 $f(x)$(单位:dB)由声音强度 x(单位:$\mathrm{W/m^2}$)决定. 科学研究发现,$f(x)$ 与 $\lg x$ 成线性关系,如喷气式飞机起飞时,声音强度为 100 $\mathrm{W/m^2}$,声音强弱的等级为 140 dB;某动物发出的鸣叫,声音强度为 1 $\mathrm{W/m^2}$,声音强弱的等级为 120 dB. 若某声音强弱的等级为 90 dB,则声音强度为(　　)$\mathrm{W/m^2}$.

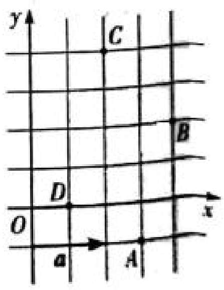
A. 0.001　　B. 0.01

C. 0.1　　D. 1

5. 如图所示网格纸中小正方形的边长均为 1,向量 $\boldsymbol{a}$ 如图所示,若从 A, B, C, D 中任选两个点作为向量 $\boldsymbol{b}$ 的始点与终点,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的最大值为

A. 8　　B. 6

C. 4　　D. 2



官方微信公众号：zizzsw
9830
咨询热线：010-5601
官方网站：www.zizzs.com
微信客服：zizzs2018

6. 对于 $n\in\mathbf{N}^*$，有如下 4 个数列：① $a_n=\sin n\pi$；② $a_n=3n-4$；③ $a_n=\begin{cases}2^n, n\text{ 为奇数},\\5^n, n\text{ 为偶数};\end{cases}$ ④ $a_n=n+(-1)^n\cdot\frac{2}{n}$. 其中满足条件 $a_{2n-1}<a_{2n+1}$，$a_{2n}<a_{2n+2}$，$a_{2n-1}<a_{2n}$ 的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

7. 若不等式 $2^{x+1}-2<ax$ 的解集中有且仅有两个正整数，则实数 a 的取值范围是

A. $\left[3,\frac{14}{3}\right]$　　B. $\left(-\infty,\frac{14}{3}\right)$　　C. $\left(2,\frac{14}{3}\right]$　　D. $\left(3,\frac{14}{3}\right]$

8. 函数 $f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{2}{3}$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\right]$ 上的所有零点之和为

A. $\frac{5\pi}{3}$　　B. $\frac{10\pi}{3}$　　C. 5π　　D. $\frac{20\pi}{3}$

9. 若两个相同的正四面体关于其中的一个正四面体的中心对称，且一个正四面体的表面积为 $24\sqrt{3}$，记这两个正四面体形成的公共区域为 Ω，则 Ω 的体积为

A. $8\sqrt{3}$　　B. $6\sqrt{3}$　　C. $4\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{3}$

10. 已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，不过原点且斜率为 2 的直线 l 与抛物线 C 交于 M,N 两点，若 $\angle MFN=90°$，则 $|MF|\cdot|NF|=$

A. 60　　B. 50　　C. 40　　D. 25

11. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=\frac{BB_1}{2}$，点 E 在线段 CC_1 上，$\frac{CE}{CC_1}=\lambda(0\leqslant\lambda\leqslant1)$，平面 α 过线段 AA_1 的中点以及点 B_1,E，现有如下说法：

① $\exists\lambda\in[0,1]$，使得 $BE\perp B_1E$；

②若 $\lambda\in\left[\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]$，则平面 α 截长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得截面为平行四边形；

③若 $\lambda=0$，$AB=2$，则平面 α 截长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得截面的面积为 $3\sqrt{6}$.

上述说法正确的个数为 微信搜《高三试卷答案公众号》

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

12. 已知 $\forall x_1\in(0,+\infty)$，$\exists x_2\in\mathbf{R}$，使得 $(x_1+1)^{\frac{1}{2}}-\ln\left(\frac{x_1}{3}\right)^{\frac{3}{4}}-3=x_2^4+ax_2^3+bx_2^2+ax_2$，若 $a^2+b^2\geqslant\lambda$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围为

A. $\left(-\infty,\frac{4}{5}\right]$　　B. $\left(-\infty,\frac{2}{5}\right]$　　C. $(-\infty,0]$　　D. $(-\infty,1]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x\leqslant y+1,\\x+2y\leqslant4,\\x+y\geqslant0,\end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最小值为________.

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $4a_2,a_5,6$ 成等差数列，且 $a_2,\sqrt{S_9},a_{14}$ 成等比数列，则 $S_n=$________.

15. 厦门国际马拉松赛是与北京国际马拉松赛齐名的中国著名赛事品牌，两者“一南一北”，形成春秋交替之势. 为了备战 2021 年厦门马拉松赛，厦门市某“跑协”决定从 9 名协会会员中随机挑选 3 人参赛，则事件“其中 A,B,C,D 这 4 人中至少 1 人参加，且 A 与 B 不同时参加，C 与 D 不同时参加”发生的概率为________.

16. 已知双曲线 $C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一个顶点恰为圆 $C_2:(x-\sqrt{5})^2+y^2=b^2$ 的圆心，且双曲线 C_1 的一条渐近线与圆 C_2 交于 A,B 两点，若点 B 恰为线段 OA(点 O 为坐标原点)上靠近 A 的三等分点，则双曲线 C_1 的离心率为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (12 分)

已知在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，BC 边上的高为 $\frac{1}{2}a$.

(Ⅰ)若 $\tan A=\frac{\sqrt{6}}{3}$，求 $\sin B\sin C$ 的值；

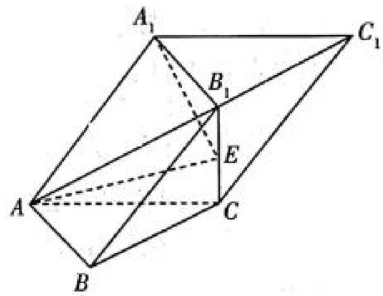
(Ⅱ)求 $\frac{b}{c}+\frac{c}{b}$ 的最值.

18. (12 分)

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AC=\frac{\sqrt{3}}{3}BB_1$，$\angle BAC=90°$，点 B_1 在平面 ABC 内的投影与点 C 重合，点 E 为线段 B_1C 的中点.

(Ⅰ)求证：平面 $AB_1C\perp$ 平面 ABB_1A_1；

(Ⅱ)求二面角 $E-AA_1-C$ 的余弦值.



19. (12 分)

动车和 BRT(快速公交)的出现，方便了人们的出行，并且带动了我国经济的巨大发展，根据统计，在 2020 年从甲市到乙市乘坐动车和 BRT 的人数众多，为了调查乘客对这两种出行方式的满意度，研究人员随机抽取了 500 名乘客进行调查，所得情况统计如下表所示：

满意程度	30 岁以下		30 ~ 50 岁		50 岁及 50 岁以上	
	乘坐动车	乘坐 BRT	乘坐动车	乘坐 BRT	乘坐动车	乘坐 BRT
满意	50	5	100	10	100	20
一般	20	15	40	20	20	25
不满意	5	0	20	10	20	20

(Ⅰ)若从样本中任取 1 人，求抽取的乘客年龄在 30 岁及 30 岁以上的概率；

(Ⅱ)记满意为 10 分，一般为 5 分，不满意为 0 分，根据表中数据，计算样本中 30 ~ 50 岁乘坐动车乘客满意程度的平均分以及方差；

(Ⅲ)以样本中这 500 名乘客属于每个年龄层的频率代替 1 名乘客属于该年龄层的概率，若从所有乘客中随机抽取 4 人，记年龄在 30 ~ 50 岁的乘客人数为 X，求 X 的分布列及数学期望.

20.（12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 $2\sqrt{3}$，四个顶点围成的四边形的面积为 4，过右焦点 F 且不与坐标轴垂直的直线 l 与椭圆 C 交于 M,N 两点，且 $A(x_0,y_0)$ 满足 $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{AN}$.

（Ⅰ）证明：$x_0>0$；

（Ⅱ）过点 A 且与 l 垂直的直线 l' 过点 $P(x_P,0)$，$Q(0,y_Q)$，若△OPQ（点 O 为坐标原点）的面积与△PAF 的面积相等，求直线 l 的方程.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=m^2x^2e^{x-1}-(x+1)\ln x, m>0$.

（Ⅰ）若 $m=1$，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant mx$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，求实数 m 的取值范围.

（参考数据：$\ln 2\approx 0.69$）

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=m-6t,\\ y=4t\end{cases}$（$t$ 为参数）. 以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sqrt{4\sin^2\theta+\cos^2\theta}=2$，其中 $\theta\in[0,\pi]$.

（Ⅰ）写出直线 l 的极坐标方程以及曲线 C 的参数方程；

（Ⅱ）已知点 P,Q 分别在曲线 C 以及直线 l 上，且 $|PQ|$ 的最小值为 $2\sqrt{13}$，求 m 的值.

23.［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=|2x+4|+|x-3|$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)>6$ 的解集；

（Ⅱ）已知函数 $g(x)=f(x)-|x+2|$ 的最小值为 A，若正数 m,n 满足 $3m+4n=A$，求 $\frac{1}{3m+1}+\frac{1}{2n+1}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 ‘’ 专业、专注、有态度 ‘’ 的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。

微信搜一搜
自主选拔在线