

★启用前注意保密

2022年普通高等学校招生全国统一考试模拟测试(二)

数学参考答案

评分标准:

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考, 如果考生的解法与本解答不同, 可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则。
2. 对计算题, 当考生的解答在某一步出现错误时, 如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度, 可视影响的程度决定后继部分的给分, 但不得超过该部分正确解答应得分数的一半; 如果后继部分的解答有较严重的错误, 就不再给分。
3. 解答右端所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	A	C	C	B	B	D

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

题号	9	10	11	12
答案	BC	BD	AC	BCD

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 2 14. 2 15. $-\frac{\pi}{2}$ (答案不唯一, φ 取 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$ 均可) 16. $\frac{4}{3}\pi$

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。

17. 解: (1) 设 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则由 $4a_2 = a_1a_3$, 得 $4a_1q = a_1 \cdot a_1q^2$.
 整理得 $a_1q = 4$ 1 分
 又 $S_3 = 14$, 得 $a_1(1 + q + q^2) = 14$ 2 分
 联立得 $\begin{cases} a_1q = 4, \\ a_1(1 + q + q^2) = 14, \end{cases}$ 消去 a_1 , 得 $2q^2 - 5q + 2 = 0$ 3 分
 解得 $q = 2$ 或 $q = \frac{1}{2}$.
 又因为 $\{a_n\}$ 为递增等比数列,
 所以 $q = 2, a_1 = 2$ 4 分
 所以 $a_n = a_1q^{n-1} = 2^n$ 5 分

(2) (方法一) 当 $k=1$ 时, $b_n = \begin{cases} a_1, & n=3, \\ 1, & 0 < n < 3 \end{cases} (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $b_1 = b_2 = 1, b_3 = a_1 = 2$,

同理, 列举得 $b_4 = b_5 = 2, b_6 = a_2 = 2^2, b_7 = b_8 = 3, b_9 = a_3 = 2^3, b_{10} = b_{11} = 4, b_{12} =$
 $a_4 = 2^4, b_{13} = b_{14} = 5, b_{15} = a_5 = 2^5$.

记 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则

$$\begin{aligned} T_{15} &= b_1 + b_2 + \cdots + b_{15} = 1 + 1 + a_1 + 2 + 2 + a_2 + 3 + 3 + a_3 + 4 + 4 + a_4 + 5 + 5 + a_5 \\ &= 2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) \quad \dots\dots\dots 9 \text{分} \\ &= 2 \times \frac{(1+5) \times 5}{2} + \frac{2 \times (1-2^5)}{1-2} = 92, \end{aligned}$$

所以数列 $\{b_n\}$ 的前 15 项和为 92. $\dots\dots\dots 10$ 分

(方法二) 由 $b_n = \begin{cases} a_k, & n=3k, \\ k, & 3(k-1) < n < 3k \end{cases} (k \in \mathbf{N}^*)$, 得 $b_n = \begin{cases} k, & n=3k-2, \\ k, & n=3k-1, (k \in \mathbf{N}^*), \\ a_k, & n=3k \end{cases}$

记 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则

$$\begin{aligned} T_{15} &= b_1 + b_2 + \cdots + b_{15} = 1 + 1 + a_1 + 2 + 2 + a_2 + 3 + 3 + a_3 + 4 + 4 + a_4 + 5 + 5 + a_5 \\ &= 2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) \quad \dots\dots\dots 9 \text{分} \\ &= 2 \times \frac{(1+5) \times 5}{2} + \frac{2 \times (1-2^5)}{1-2} = 92, \end{aligned}$$

所以数列 $\{b_n\}$ 的前 15 项和为 92. $\dots\dots\dots 10$ 分

说明: 没有列举过程, 直接写出各项求和不扣分.

18. 解: (1) 设路线 1 遇到红灯的个数的随机变量为 X , 则 $X \sim B\left(3, \frac{1}{3}\right)$, $\dots\dots\dots 1$ 分

所以至少遇到一个红灯的事件为 $P(X \geq 1)$, $\dots\dots\dots 2$ 分

(方法一) 由对立事件概率公式,

$$\begin{aligned} \text{得 } P(X \geq 1) &= 1 - P(X=0) = 1 - C_3^0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分} \\ &= 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}, \end{aligned}$$

所以若小李下班后选择路线 1 驾车回家, 至少遇到一个红灯的概率为 $\frac{19}{27}$. $\dots\dots\dots 5$ 分

(方法二) 由互斥事件概率加法公式,

$$\begin{aligned} \text{得 } P(X \geq 1) &= P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) \quad \dots\dots\dots \\ &= C_3^1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + C_3^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + C_3^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分} \\ &= \frac{12}{27} + \frac{6}{27} + \frac{1}{27} = \frac{19}{27}, \end{aligned}$$

所以若小李下班后选择路线 1 驾车回家, 至少遇到一个红灯的概率为 $\frac{19}{27}$. $\dots\dots\dots 5$ 分

(2) 设路线 1 累计增加时间的随机变量为 Y_1 , 则 $Y_1 \sim B\left(3, \frac{1}{3}\right)$,

所以 $E(Y_1) = 3 \times \frac{1}{3} = 1$, 6 分

设路线 2 第 i 个路口遇到红灯为事件 $A_i (i=1, 2)$, 则 $P(A_1) = \frac{1}{2}, P(A_2) = \frac{2}{3}$,

设路线 2 累计增加时间的随机变量为 Y_2 , 则 Y_2 的所有可能取值为 0, 1, 2, 则
..... 7 分

$$P(Y_2 = 0) = P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6},$$

$$P(Y_2 = 1) = P(\bar{A}_1A_2) + P(A_1\bar{A}_2) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2},$$

$$P(Y_2 = 2) = P(A_1A_2) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}, \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } E(Y_2) = 0 \times \frac{1}{6} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{3} = \frac{7}{6}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

因为 $E(Y_1) < E(Y_2)$, 11 分

所以为使小李下班后驾车回家时长的累计增加时间的期望最小, 小李应选择路线 1. 12 分

19. (1) 证明: 在 $\triangle ABP$ 中, 由正弦定理得 $\frac{PB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \angle APB}$,

$$\text{即 } PB \sin \angle APB = AB \sin \alpha, \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

要证明 $PB \sin \angle ABC = AB \sin \alpha$, 只需证明 $\sin \angle ABC = \sin \angle APB$,

$$\text{在 } \triangle ABP \text{ 中, } \angle APB = \pi - (\alpha + \angle ABP), \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle ABC = \alpha + \angle ABP, \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } \angle APB = \pi - \angle ABC, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } \sin \angle APB = \sin(\pi - \angle ABC) = \sin \angle ABC, \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } PB \sin \angle ABC = AB \sin \alpha. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(2) 解: 由 (1) 知 $PB \sin \angle ABC = AB \sin \alpha$, 又因为 $\angle ABC = 90^\circ, AB = 1$,

$$\text{所以 } PB = \sin \alpha, \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

由已知得 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 所以 $\angle BCA = \angle CAB = \frac{\pi}{4}$,

$$\text{则 } \angle BCP = \frac{\pi}{4} - \alpha,$$

$$\text{所以在 } \triangle PBC \text{ 中, } \angle BPC = \pi - \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \alpha = \frac{3\pi}{4}, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{由正弦定理得 } \frac{BC}{\sin \angle BPC} = \frac{PC}{\sin \angle PBC}, \quad \text{即 } \frac{1}{\sin \frac{3\pi}{4}} = \frac{PC}{\sin \alpha},$$

即 $PC = \sqrt{2} \sin \alpha$ 9分

由余弦定理得 $\sin^2 \alpha + (\sqrt{2} \sin \alpha)^2 - 2 \sin \alpha (\sqrt{2} \sin \alpha) \cos \frac{3\pi}{4} = 1$, 10分

解得 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 11分

所以 $PC = \frac{\sqrt{10}}{5}$ 12分

20. (1) 证明: 如图1, 取 AC 中点 G , 连接 FG 和 EG , 由已知得

$DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{1}{2} BC$.

因为 F, G 分别为 AB, AC 的中点, 所以 $FG \parallel BC$, 且 $FG = \frac{1}{2} BC$.

所以 $DE \parallel FG$, 且 $DE = FG$.

所以四边形 $DEGF$ 是平行四边形. 所以 $EG \parallel DF$ 1分

因为翻折前 $BC \perp AC$, 易知 $DE \perp AC$. 所以翻折后 $DE \perp EA$, $DE \perp EC$.

又因为 $EA \cap EC = E$, $EA, EC \subset$ 平面 AEC ,

所以 $DE \perp$ 平面 AEC .

因为 $DE \parallel BC$, 所以 $BC \perp$ 平面 AEC 2分

因为 $EG \subset$ 平面 AEC , 所以 $EG \perp BC$ 3分

因为 $\triangle ACE$ 是等边三角形, 点 G 是 AC 中点, 所以 $EG \perp AC$.

又因为 $AC \cap BC = C$, $AC, BC \subset$ 平面 ABC ,

所以 $EG \perp$ 平面 ABC 4分

因为 $EG \parallel DF$, 所以 $DF \perp$ 平面 ABC 5分

(2) 解: (方法一) 如图2, 过点 E 作 $EH \perp EC$, 以 E 为原点, EH, EC, ED 所在直线分别为 x, y, z 轴, 建立空间

直角坐标系 $E-xyz$, 设 $DE = a$, 则 $A(\sqrt{3}, 1, 0), B(0, 2, 2a), C(0, 2, 0), D(0, 0, a)$,

则 $\vec{AB} = (-\sqrt{3}, 1, 2a), \vec{AC} = (-\sqrt{3}, 1, 0), \vec{CD} = (0, -2, a)$, 6分

因为 $DE \perp$ 平面 AEC , 所以 $\vec{ED} = (0, 0, a)$ 是平面 AEC 的法向量, 7分

设面 ACD 的法向量为 $\mathbf{m} = (x, y, z)$, 则

$$\begin{cases} \mathbf{m} \cdot \vec{AC} = 0, \\ \mathbf{m} \cdot \vec{CD} = 0, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} -\sqrt{3}x + y = 0, \\ -2y + az = 0. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{3}y, \\ z = \frac{2}{a}y. \end{cases} \text{ 取 } y = \sqrt{3}a, \text{ 得 } \mathbf{m} = (a, \sqrt{3}a, 2\sqrt{3}),$$

..... 9分

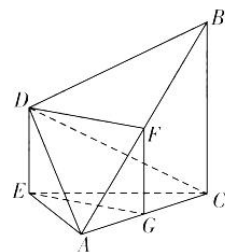


图1

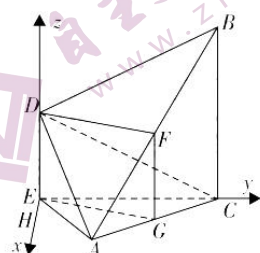


图2

因为二面角 $D-AC-E$ 为 $\frac{\pi}{6}$, 所以 $\cos \frac{\pi}{6} = |\cos \langle \vec{m}, \vec{ED} \rangle| = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{ED}|}{|\vec{m}| \cdot |\vec{ED}|} = \frac{|2\sqrt{3}a|}{\sqrt{4a^2+12} \cdot a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 10分

解得 $a=1$, 所以 $\vec{m}=(1, \sqrt{3}, 2\sqrt{3})$, $\vec{AB}=(-\sqrt{3}, 1, 2)$ 11分
记直线 AB 与平面 ACD 所成角为 θ ,

$$\text{则 } \sin \theta = |\cos \langle \vec{m}, \vec{AB} \rangle| = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{AB}|}{|\vec{m}| \cdot |\vec{AB}|} = \frac{|-\sqrt{3} + \sqrt{3} + 4\sqrt{3}|}{4 \times 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4},$$

所以直线 AB 与平面 ACD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$ 12分

(方法二) 如图3, 连接 DG , 因为 $DE \perp$ 平面 AEC , $AC \subset$ 平面 AEC , 所以 $AC \perp DE$.

又因为 $AC \perp EG$, $DE \cap EG = E$, $DE, EG \subset$ 平面 DEG , 所以 $AC \perp$ 平面 DEG .

因为 $EG, DG \subset$ 平面 DEG , 所以 $AC \perp EG$, $AC \perp DG$, 所以 $\angle DGE$ 是二面角 $D-AC-E$ 的平面角,

故 $\angle DGE = \frac{\pi}{6}$ 7分

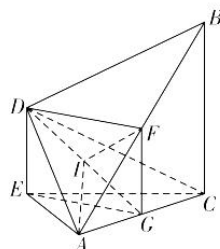


图3

由 $\triangle ACE$ 是边长为 2 的等边三角形, 得 $EG = \sqrt{3}$,

在 $\text{Rt} \triangle DGE$ 中, $\tan \angle DGE = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{DE}{EG}$, 所以 $DE = 1, BC = 2$ 8分

过点 F 作 $FI \perp DG$, 垂足为 I , 9分

因为 $AC \perp$ 平面 $DEGF$, $AC \subset$ 平面 ACD , 所以平面 $DEGF \perp$ 平面 ACD .

又因为平面 $DEGF \cap$ 平面 $ACD = DG$, $FI \subset$ 平面 $DEGF$, 且 $FI \perp DG$, 所以 $FI \perp$ 平面 ACD .

连接 AI , 则 $\angle FAI$ 即为直线 AB 与平面 ACD 所成的角. 10分

在 $\text{Rt} \triangle DFG$ 中, $DF = \sqrt{3}, FG = 1$, 得 $DG = 2$, 由等面积法得 $DG \cdot FI = DF \cdot FG$, 解得 $FI = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

在 $\text{Rt} \triangle AFG$ 中, $AG = 1, FG = 1$, 所以 $AF = \sqrt{2}$ 11分

在 $\text{Rt} \triangle FAI$ 中, $\sin \angle FAI = \frac{FI}{AF} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$,

所以直线 AB 与平面 ACD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$ 12分

21. (1) 解: 由题可知 $c=1$, 1分

当 l_1 与 x 轴垂直时, 不妨设 M 的坐标为 $(1, \frac{3}{2})$, 2分

所以 $\begin{cases} a^2 = b^2 + 1, \\ \frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1, \end{cases}$ 3分

解得 $a=2, b=\sqrt{3}$ 4分

所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 5分

(2) 证明: 设 l_1 的方程为 $x=my+1, M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$,

联立得 $\begin{cases} x=my+1, \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases}$ 消去 x , 得 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$.

易知 $\Delta > 0$ 恒成立, 由韦达定理得 $y_1+y_2 = \frac{-6m}{3m^2+4}, y_1y_2 = \frac{-9}{3m^2+4}$ 7分

由直线 A_1M 的斜率为 $k_{A_1M} = \frac{y_1}{x_1+2}$, 得直线 A_1M 的方程为 $y = \frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$.

当 $x=1$ 时, $y_P = \frac{3y_1}{x_1+2}$ 8分

由直线 A_2N 的斜率为 $k_{A_2N} = \frac{y_2}{x_2-2}$, 得直线 A_2N 的方程为 $y = \frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$.

当 $x=1$ 时, $y_Q = \frac{-y_2}{x_2-2}$ 9分

若四边形 OPA_2Q 为菱形, 则对角线相互垂直且平分, 下证 $y_Q + y_P = 0$.

因为 $y_Q + y_P = \frac{3y_1}{x_1+2} + \frac{-y_2}{x_2-2} = \frac{3y_1(x_2-2) - y_2(x_1+2)}{(x_1+2)(x_2-2)} = \frac{2my_1y_2 - 3(y_1+y_2)}{(my_1+3)(my_2-1)}$, 11分

代入韦达定理得

$2my_1y_2 - 3(y_1+y_2) = 2m \cdot \frac{-9}{3m^2+4} - 3\left(\frac{-6m}{3m^2+4}\right) = \frac{-18m+18m}{3m^2+4} = 0,$

所以 $PF=QF$, 即 PQ 与 OA_2 相互垂直平分, 所以四边形 OPA_2Q 为菱形. 12分

22. 证明: (1) 令 $f(x)=0$, 得 $xe^{nx} - nx = 0$. 所以 $x=0$ 或 $e^{nx} = n$.

即 $x=0$ 或 $x = \frac{\ln n}{n}$.

因为点 P 在点 Q 的左侧, 所以 $P(0, 0), Q\left(\frac{\ln n}{n}, 0\right)$ 1分

因为 $f'(x) = (nx+1)e^{nx} - n$, 2分

所以 $f'(0) = 1 - n$, 得点 P 处的切线方程为 $y = (1 - n)x$, 即 $g(x) = (1 - n)x$ 3分
 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) - g(x) = xe^{nx} - nx - (1 - n)x = x(e^{nx} - 1)$, 4分
 因为 $x \geq 0$, $n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n \geq 2$, 所以 $nx \geq 0$, 所以 $e^{nx} \geq 1$, 即 $e^{nx} - 1 \geq 0$.
 所以 $x(e^{nx} - 1) \geq 0$,
 所以 $f(x) \geq g(x)$ 5分

(2) 不妨设 $x_1 \leq x_2$, 且只考虑 $x \geq 0$ 的情形.

因为 $f'(x) = (nx + 1)e^{nx} - n$, 所以 $f'\left(\frac{\ln n}{n}\right) = \left(n \frac{\ln n}{n} + 1\right)e^{x \frac{\ln n}{n}} - n = (\ln n + 1)n - n = n \ln n$.

所以点 Q 处的切线方程为 $y = n \ln n \left(x - \frac{\ln n}{n}\right) = (n \ln n)x - \ln^2 n$, 记 $h(x) = (n \ln n)x - \ln^2 n$, 6分

令 $F(x) = f(x) - h(x) = xe^{nx} - nx - [(n \ln n)x - \ln^2 n] = xe^{nx} - (n + n \ln n)x + \ln^2 n$, $x \geq 0$,
 设 $G(x) = F'(x) = (nx + 1)e^{nx} - (n + n \ln n)$, 则 $G'(x) = n(nx + 2)e^{nx} > 0$.

所以 $F'(x)$ 单调递增. 又因为 $F'\left(\frac{\ln n}{n}\right) = \left(n \frac{\ln n}{n} + 1\right)e^{x \frac{\ln n}{n}} - (n + n \ln n) = 0$,

所以, 当 $x \in \left(0, \frac{\ln n}{n}\right)$ 时, $F'(x) < 0$; 当 $x \in \left(\frac{\ln n}{n}, +\infty\right)$ 时, $F'(x) > 0$.

所以 $F(x)$ 在 $\left(0, \frac{\ln n}{n}\right)$ 上单调递减, 在 $\left(\frac{\ln n}{n}, +\infty\right)$ 上单调递增.

所以 $F(x)$ 在 $x = \frac{\ln n}{n}$ 时有极小值, 也是最小值, 即 $F(x) \geq F\left(\frac{\ln n}{n}\right) = \frac{\ln n}{n} e^{x \frac{\ln n}{n}} - (n + n \ln n) \frac{\ln n}{n} + \ln^2 n = 0$, 所以当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq h(x)$ 7分

设方程 $h(x) = t$ 的根为 x_2' , 则 $x_2' = \frac{t + \ln^2 n}{n \ln n}$.

易知 $h(x)$ 单调递增, 由 $h(x_2) \leq f(x_2) = t = h(x_2')$, 所以 $x_2 \leq x_2'$.

对于 (1) 中 $g(x) = (1 - n)x$, 设方程 $g(x) = t$ 的根为 x_1' , 则 $x_1' = \frac{t}{1 - n}$.

易知 $g(x)$ 单调递减, 由 (1) 知 $g(x_1) \leq f(x_1) = t = g(x_1')$, 所以 $x_1' \leq x_1$ 8分

所以 $x_2 - x_1 \leq x_2' - x_1' = \frac{t + \ln^2 n}{n \ln n} - \frac{t}{1 - n} = \left(\frac{1}{n \ln n} + \frac{1}{n - 1}\right)t + \frac{\ln n}{n}$, 9分

因为 $n \ln n - (n - 1) = n(\ln n - 1) + 1$, 易知 $n \geq 3$ 时, $\ln n - 1 > 0$, 故 $n(\ln n - 1) + 1 > 0 (n \geq 3)$; 当 $n = 2$ 时, $2(\ln 2 - 1) + 1 = \ln 4 - 1 > 0$, 所以 $n \ln n > n - 1 > 0$,

所以 $0 < \frac{1}{n \ln n} < \frac{1}{n - 1}$,

所以 $\frac{1}{n \ln n} + \frac{1}{n - 1} > \frac{2}{n \ln n}$ 10分

数学模拟测试 (二) 参考答案 第 7 页 (共 8 页)

记 $\varphi(x) = f'(x) = (nx+1)e^{nx} - n, x \geq 0$, 则 $\varphi'(x) = n(nx+2)e^{nx} > 0$ 恒成立.

所以 $f'(x) = (nx+1)e^{nx} - n$ 单调递增, 因为 $f'(0) = 1 - n < 0, f'\left(\frac{\ln n}{n}\right) = n \ln n > 0$,

所以存在 $x_0 \in \left(0, \frac{\ln n}{n}\right)$ 使得 $f'(x_0) = 0$.

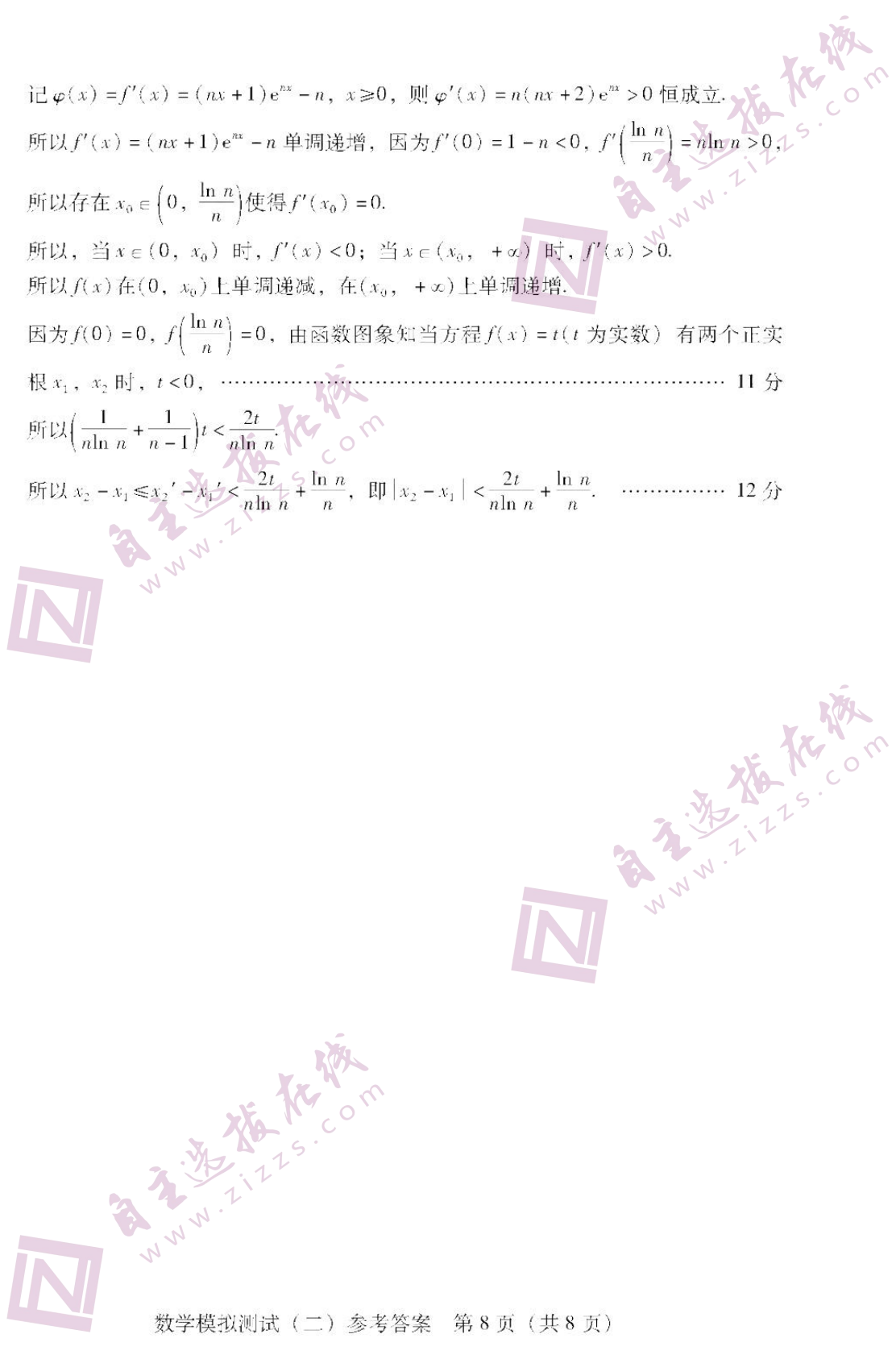
所以, 当 $x \in (0, x_0)$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$.

所以 $f(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上单调递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递增.

因为 $f(0) = 0, f\left(\frac{\ln n}{n}\right) = 0$, 由函数图象知当方程 $f(x) = t (t$ 为实数) 有两个正实根 x_1, x_2 时, $t < 0$, 11 分

所以 $\left(\frac{1}{n \ln n} + \frac{1}{n-1}\right)t < \frac{2t}{n \ln n}$.

所以 $x_2 - x_1 \leq x_2' - x_1' < \frac{2t}{n \ln n} + \frac{\ln n}{n}$, 即 $|x_2 - x_1| < \frac{2t}{n \ln n} + \frac{\ln n}{n}$ 12 分



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线